

一 走进动物园——简易方程

一、方程

1. 用字母表示数。

在数学中,可以用字母表示任何一个数,用字母表示数可以简明运算律或表达问题中的数量关系,还可以用字母表示未知数。如用 a 、 b 、 c 分别表示三个数,则运算律表示为:

加法交换律: $a+b=b+a$

加法结合律: $(a+b)+c=a+(b+c)$

乘法交换律: $a \times b=b \times a$

乘法结合律: $(a \times b) \times c=a \times (b \times c)$

乘法分配律: $(a+b) \times c=a \times c+b \times c$

2. 方程。

含有未知数的等式叫作方程。方程必须具备两个条件:①含有未知数;②必须是等式。

如 $20+x=50$ 、 $3x=27$ 、 $5x+9=54$ 、 $a \div 9=8$ 等都是方程。 $30+x$ 、 $3x+1>5$ 、 $x-12.5<5$ 、 $3+6.5=9.5$ 等不是方程。

3. 看图列方程的方法。

(1)弄清已知数和未知数之间的关系;(2)找出题中的等量关系,列出方程。

二、利用等式的性质解方程(一)

1. 等式的性质 1。

等式两边同时加上或减去同一个数,等式仍然成立。如 $x=50 \rightarrow x+20=50+20$; $a=b \rightarrow a-c=b-c$ 。

2. 方程的解及解方程。

使方程左右两边相等的未知数的值,叫作方程的解。

求方程的解的过程叫解方程。

3. 利用等式的性质 1 解方程。

例: $x+20=100$

解: $x+20-20=100-20$ (方程两边同时减 20)

$$x=80$$

检验:方程左边= $x+20$

$$=80+20$$

$$=100$$

=方程右边

所以, $x=80$ 是方程 $x+20=100$ 的解。

三、利用等式的性质解方程(二)

1. 等式的性质 2。

等式两边同时乘或除以同一个数(0 不作除数),等式仍然成立。如

$$x=50 \rightarrow x \times 2=50 \times 2; 50=4a \rightarrow 50 \div 4=4a \div 4。$$

导学点睛

等式包含方程,方程也属于等式,方程是特殊的等式。



等式的性质 1 可简记为同加同减。

检验的过程就是把求出的未知数的值代入原方程,看左右两边是否相等。

等式的性质 2 可简记为同乘同除。

2.利用等式的性质2解方程。

例: $3x-2=4$

解: $3x-2+2=4+2$ (方程两边同时加2)

$$3x=6$$

$3x\div 3=6\div 3$ (方程两边同时除以3)

$$x=2$$

检验:方程左边= $3x-2$

$$=3\times 2-2$$

$$=4$$

$$=\text{方程右边}$$

所以, $x=2$ 是方程 $3x-2=4$ 的解。

四、列方程解应用题

1.列方程解应用题的方法和步骤。

(1)审题(弄清已知数和未知数之间的关系);

(2)写出等量关系式,可以借助线段图分析;

(3)找出等量关系式中的未知数;

(4)根据等量关系式列出方程;

(5)解方程;

(6)检验并写出答案。

2.列方程常用的数量关系式。

(1)速度 \times 时间=路程、路程 \div 速度=时间、路程 \div 时间=速度

(2)单价 \times 数量=总价、总价 \div 单价=数量、总价 \div 数量=单价

(3)工作效率 \times 工作时间=工作总量、工作总量 \div 工作效率=工作时间、工作总量 \div 工作时间=工作效率

3.列方程与算术方法解应用题对比。

列方程解应用题是一种不同于算术解法的新的解题方法,两者解法的不同点:

列方程解应用题:

(1)未知数用字母表示,参与列式;

(2)根据题意找出等量关系,列出含有未知数的等式,也就是方程。

用算术方法解应用题:

(1)未知数不参与列式;

(2)根据已知数和未知数之间的关系,确定解题步骤,再列式计算。

列方程解应用题的优越性体现在可以使未知数直接参与运算。

设未知数的方法有两种:

一种是直接设未知数,即求什么就设什么;

另一种是间接设未知数,当直接设未知数不易列出方程时,就设与要求相关的间接未知数。

易错警示:

(1)列方程解应用题,设未知数时一定要带上单位名称。

(2)方程的解不要带单位名称。

(3)在答句中要把单位名称写清楚。

二 生活中的多边形——多边形的面积

一、平行四边形的面积

1. 用割补法求平行四边形的面积。

方法一：用剪刀过平行四边形的一个顶点，沿着平行四边形底边上的高剪开，剪成一个三角形和一个直角梯形，把三角形拼在直角梯形的右边，使平行四边形变成一个长方形。



方法二：用剪刀沿平行四边形的一条高剪开，剪成两个直角梯形，平移后拼合，使平行四边形变成一个长方形。



观察拼出的长方形和原来的平行四边形，发现平行四边形的底等于长方形的长，平行四边形的高等于长方形的宽，平行四边形的面积等于长方形的面积。

2. 平行四边形的面积公式。

$$\boxed{\text{平行四边形的面积} = \text{底} \times \text{高}}$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{长方形的面积} = \text{长} \times \text{宽} \end{array}$$

用 S 表示平行四边形的面积， a 表示底， h 表示高，则平行四边形的面积公式为 $S = ah$ 。

二、三角形的面积

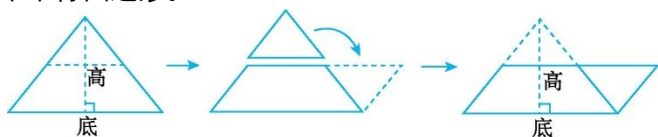
1. 求三角形的面积。

方法一：完全一样的三角形可以拼成一个平行四边形。



观察拼成的平行四边形和原来的三角形，三角形的底和高分别是平行四边形的底和高，三角形的面积是拼成的平行四边形面积的一半。

方法二：用剪刀沿三角形两边中点的连线剪开，也可以拼成一个平行四边形。



把长方形框架拉成平行四边形，周长不变，面积变小。

平行四边形的面积公式中，底和高必须是对应的。

观察拼成的平行四边形和原来的三角形,三角形的面积等于平行四边形的面积。

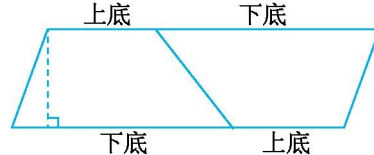
2. 三角形的面积公式。

由上面的拼接可知,三角形的面积=底 \times 高 $\div 2$ 。如果用 S 表示三角形的面积, a 表示三角形的底, h 表示三角形的高,那么三角形的面积计算公式为 $S=ah\div 2$ 。

三、梯形的面积

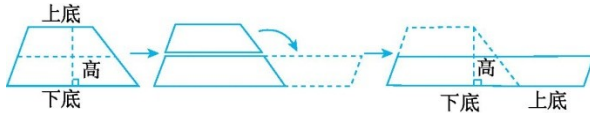
1. 求梯形的面积。

(1)两个完全相同的梯形可以拼成一个平行四边形。



梯形的面积等于拼成的平行四边形面积的一半。

(2)用剪刀沿梯形两腰中点的连线剪开,也可以拼成一个平行四边形。



梯形的面积等于拼成的平行四边形的面积。

2. 梯形的面积公式。

由上面的拼接可知,梯形的面积=(上底+下底) \times 高 $\div 2$ 。如果用 S 表示梯形的面积, a 表示梯形的上底, b 表示梯形的下底, h 表示梯形的高,那么梯形的面积计算公式为 $S=(a+b)h\div 2$ 。

四、组合图形的面积。

1. 计算组合图形面积的方法。

(1)分割法:将组合图形分成几个基本图形,求几个基本图形面积的和。

(2)添补法:将组合图形补成一个基本图形,求大小两个基本图形面积的差。

(3)割补法:将组合图形的一部分剪割下来,拼补成一个基本图形,直接求基本图形的面积。

五、公顷、平方千米

(1)除公顷与平方米外,相邻面积单位之间的进率是100。

1平方米=100平方分米

1 m²=100 dm²

1平方分米=100平方厘米

1 dm²=100 cm²

1平方厘米=100平方毫米

1 cm²=100 mm²

1平方千米=100公顷

1 km²=100 hm²

(2)边长是100米的正方形,面积是1公顷。

1公顷=10000平方米

1平方千米=1000000平方米=100公顷

三角形的面积等于与它等底等高的平行四边形面积的一半。

当圆木、钢管等堆成的形状横截面是梯形时,计算圆木、钢管等的根数:(顶层根数+底层根数) \times 层数 $\div 2$ 。

求组合图形的面积时,可以把组合图形分成几个基本图形,再把这几个基本图形的面积加起来;或者从一个基本图形面积里减去另外一个或几个基本图形的面积,所得的差就是这个组合图形的面积。

高级单位换算成低级单位,乘进率;低级单位换算成高级单位,除以进率。

三 团体操表演——因数与倍数

一、因数与倍数

1. 因数与倍数的意义。

如果 $a \times b = c$ (a 、 b 、 c 都是不为 0 的整数), 我们就说 a 和 b 都是 c 的因数, c 是 a 和 b 的倍数。

2. 找因数和倍数的方法。

(1) 找一个数的因数, 可以利用积与因数的关系一一对地找。如 12 的因数有 1、12、2、6、3、4。也可从最小的因数 1 找起, 一直找到它本身。如 12 的因数有

1、2、3、4、6、12, 共 6 个。

(2) 找一个数的倍数, 可以用这个数分别乘自然数

1、2、3……如 2 的倍数有 $2 \times 1 = 2$, $2 \times 2 = 4$, $2 \times 3 = 6$ ……

注意:

① 一个数的因数中, 最小的因数是 1, 最大的因数是它本身, 所以它的因数的个数是有限的。

② 一个数的倍数的个数是无限的, 最小的倍数是它本身, 没有最大的倍数。

③ 因数与倍数是相互依存的, 不能单独地说某个数是倍数, 某个数是因数。

二、2、3、5 的倍数的特征

1. 2、5 的倍数的特征。

(1) 个位上是 0、2、4、6、8 的数都是 2 的倍数。

(2) 个位上是 0 或 5 的数都是 5 的倍数。

(3) 是 2 的倍数的数叫作偶数, 不是 2 的倍数的数叫作奇数。

偶数的个位上是 0、2、4、6、8, 奇数的个位上是 1、3、5、7、9。0 是最小的偶数, 1 是最小的奇数。

2. 3 的倍数的特征。

一个数各个数位上数的和是 3 的倍数, 这个数就是 3 的倍数。

三、质数与合数

1. 质数与合数的意义。

(1) 一个数, 只有 1 和它本身两个因数, 这样的数叫质数 (或素数)。如 3、7、13 等都是质数。

(2) 一个数, 除了 1 和它本身外还有其他的因数, 这样的数叫合数。如 4、9、12 等都是合数。

(3) 1 只有一个因数, 它既不是质数, 也不是合数。

2. 判断一个数是质数还是合数的方法。

先找各数的因数, 再根据质数和合数的意义去判断。如

导学点睛

只有在因数和积都是整数的情况下, 才能讨论因数和倍数的概念。

为了避免一些不必要的麻烦, 研究因数和倍数的时候, 一般将 0 排除在外。

注意: 0 也是偶数。

最小的合数是 4; 最小的质数是 2, 它也是唯一的偶质数。没有最大的质数和合数, 质数和合数的个数是无限的。

果只有 1 和它本身两个因数,它就是质数;如果有三个或三个以上的因数,它就是合数。

质数与奇数是本质不同的两个概念,一是从能否被 2 整除来断定某数是否为奇数;一是从含有因数个数来断定某数是否为质数。因此,奇数不一定是质数,质数也不一定是奇数。

合数与偶数也是两个不同的概念,分析原理同上,牢记 2 是唯一的偶质数。

3. 质因数、分解质因数。

(1)质因数的意义:每个合数都可以写成几个质数相乘的形式,其中每个质数都是这个合数的因数,叫作这个合数的质因数。

(2)分解质因数:把一个合数用质数相乘的形式表示出来,叫作分解质因数。如 $6=2\times 3$, $24=2\times 2\times 2\times 3$ 。

(3)分解质因数的方法。

① 逐步分解法:先把合数分解成较小数的乘积,再把其中的合数进行分解,直到所有因数都是质数为止。

$$\begin{array}{l} 28 \\ \text{是合数继续除 } 4 \times 7 \text{ 是质数} \\ \text{全部是质数 } 2 \times 2 \times 7 \\ 28=2\times 2\times 7 \end{array}$$

② 分解质因数时,通常用短除法。先用一个能整除这个合数的质数去除(一般从最小的开始),如果得出的商是质数,就把除数和商写成相乘的形式;如果得出的商是合数,就继续除下去,直到得出的商是质数为止;再把各个除数和最后的商写成连乘的形式。

例:

$$\begin{array}{l} 2 \overline{) 6} \rightarrow \text{用质数2去除} \\ \quad 3 \rightarrow \text{商是质数为止} \\ 6=2\times 3 \\ \\ 2 \overline{) 28} \\ 2 \overline{) 14} \rightarrow \text{商是合数还要继续除} \\ \quad 7 \rightarrow \text{商是质数为止} \\ 28=2\times 2\times 7 \\ \\ 2 \overline{) 60} \\ 2 \overline{) 30} \rightarrow \text{商是合数继续除} \\ 3 \overline{) 15} \rightarrow \text{商是合数继续除} \\ \quad 5 \rightarrow \text{商是质数为止} \\ 60=2\times 2\times 3\times 5 \end{array}$$

按因数个数把自然数分为质数、合数和 1;按能否被 2 整除的特征把自然数分为奇数和偶数。

分解质因数时不能有 1, 因为 1 不是质数。

用短除法分解质因数时,一定要除到所得的商为质数为止。

四 中国的热极——认识负数

一、正、负数的认识

1. 零上温度、零下温度。

零上温度和零下温度以 0°C 为分界线,比 0°C 高的温度是零上温度,比 0°C 低的温度是零下温度。

例如:零上 5°C 就是比 0°C 高 5°C ;零下 5°C 就是比 0°C 低 5°C 。因此,“零上温度”与“零下温度”是具有相反意义的两个量。

2. 正数和负数的意义。

为了表示具有相反意义的量,我们把一种意义的量规定为正,如用 10、1.2、17……来表示,像这样的数叫作正数,它们都比 0 大,正数前面有时也可以写上“+”(正号);把另一种意义相反的量规定为负,并在数的前面写上“-”(负号)来表示,如-3、-5 等,这样的数是负数。

0 刻度线以上表示的是零上温度,离 0 刻度线的距离越近,温度越低;距离越远,温度越高。零下温度离 0 刻度线的距离越近,温度越高;距离越远,温度越低。正数都大于 0,负数都小于 0,正数都大于负数。

负数小于 0 和正数;正数大于 0 和负数;0 是正、负数的分界线。

3. 正数和负数的读法、写法。

(1) 读法:

一个数前面的“+”“-”叫作它们的符号。有“+”时,读作“正几”,省略“+”时,“几”读作“几”,如+3 读作“正三”,3 读作“三”;有“-”时,读作“负几”,不能省略“-”来读,如-3 读作“负三”。

(2) 写法:

① 写正数时,要在数的前面加上“+”,也可以省去不写。通常写正数时,“+”省略。

② 写负数时,要在所写数的前面加上“-”,负数的“-”不能省略不写。

二、0 的意义

(1) 0 既不是正数,也不是负数,0 没有符号。0 是正数与负数的分界线。

(2) 0 不仅表示“没有”,还可以表示其他意义。如 0°C 是一个确定的温度,海拔 0 米表示海平面的平均高度。

三、正数、负数表示具有相反意义的量在实际生活中的应用

描述具有相反意义的数量,可以用正、负数表示。如果规定其中一种量为正,那么另一种量就为负。

通常写温度时,零上温度前加“+”,零下温度前加“-”。

无论是温度还是海拔高度,都要先确定 0 分界线,然后依据相反意义来分析分界线的零上和零下所表示的具体含义。

小数和分数也可以分为正、负数。它们的读法是先读“正”或“负”,再按照小数或分数的读法来读。

0 是一个特殊的数,还可以表示“起点”。

相反意义的量:如“上升”和“下降”,“高于”和“低于”,“得到”和“失去”,“收入”和“支出”……

生活中许多地方都用到了负数,如记账时,如果收入 150 元,记

若题目中没有指明哪种意义的数量用正数表示、哪种意义的数量用负数表示,则通常根据习惯把表示“前进、上升、收入、零上、增加、超额、多出”的数量用正数表示,而把相反意义的数量用负数表示。

四、负数的作用

1. 负数是在人为规定正方向的前提下出现的。
2. 负数常用来表示和正数意义相反的量。
3. 在选择用正数还是负数表示时,首先看是否规定了正方向。

作+150元,那么支出70元,应记作-70元。

五 校园艺术节——分数的意义和性质

一、分数的意义和性质

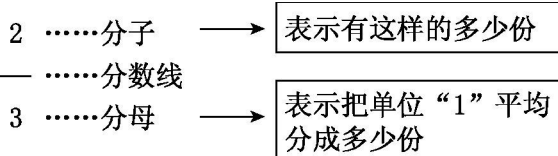
1. 单位“1”。

一个物体、一个计量单位或由许多物体组成的一个整体,可以用自然数1来表示,通常把它叫作单位“1”。

2. 分数。

把单位“1”平均分成若干份,表示这样的一份或者几份的数,叫作分数。

确定分数时,用单位“1”平均分成的份数作分母,取的份数作分子。



3. 分数单位的意义。

把单位“1”平均分成若干份,表示其中一份的数,叫作这个分数的分数单位。

总结:

(1) 一个分数的分母是几,这个分数的分数单位就是几分之一。

(2) 一个分数的分子是几,它就有几个这样的分数单位。

比如, $\frac{3}{4}$ 的分数单位是 $\frac{1}{4}$, 它有 3 个这样的分数单位。


二、真分数、假分数和带分数


分数可以分成:真分数,假分数,带分数。

1. 真分数。

导学点睛

用分数表示阴影部分

(1)  把 6 个 \triangle 看作单位“1”,被平均分成了 6 份,阴影部分占其中的 2 份,用分数表示: $\frac{2}{6}$ 。

(2)  把 6 个 \triangle 看作单位“1”,被平均分成了 3 份,阴影部分占其中的 1 份,用分数表示: $\frac{1}{3}$ 。

记忆口诀:

单位“1”很重要,平均分要做到,若干份作分母,取的份数作分子。

易错警示

分子比分母小的分数叫作真分数。真分数小于1。真分数取的份数小于分成的份数,即取的部分小于单位“1”。如 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{3}{5}$ 、 $\frac{5}{6}$ 等都是真分数,它们都小于1。

2. 假分数。

分子比分母大或分子和分母相等的分数,叫作假分数。假分数的分数值大于1或等于1,即取的份数大于或等于单位“1”(分成的份数)。

判断一个分数是真分数还是假分数的方法:

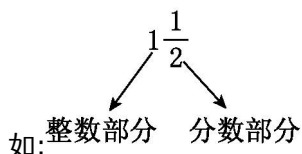
方法一:根据真分数与假分数的意义进行判断。分子小于分母的分数是真分数,分子大于或等于分母的分数是假分数。

方法二:根据真分数与假分数的特征判断(即根据分数值的大小进行判断)。

3. 带分数。

分子不是分母倍数的假分数还可以写成整数与真分数合成的数,通常叫作带分数。

形式为整数+真分数。



(1) 带分数的写法。

先写整数部分,再写分数部分。分数部分的分数线与整数的中间对齐。

(2) 带分数的读法。

先读带分数的整数部分,再读分数部分。整数部分和分数部分的中间要加个“又”字。

如: $2\frac{3}{5}$ 读作:二又五分之三。

(3) 带分数的分数单位。

一个带分数的分数部分的分母是几,这个分数的分数单位就是几分之一。带分数的分数单位只与分数部分的分母有关。

4. 分数的大小比较。

(1) 分母相同时,分子大则分数大。分母相同也就是单位“1”被平均分成的份数相同;分子大表示取的份数多。

(2) 分子相同,分母小则分数大。分子相同即取的份数相同;分母小表示单位“1”被平均分成的份数少,分的份数越少,每一份就越多。

分子为0的时候不是真分数。例如, $\frac{0}{2}$,虽然0小于3,但 $\frac{0}{2}$ 不是真分数。原因是只有将单位“1”平均分成若干份,表示这样的一份或几份的数才叫分数。

易错警示

带分数是由一个大于0的整数和一个真分数组成的。带分数的分数部分必须是真分数,整数部分不能为0,并不是由整数和任意分数组成的数都是带分数。

带分数也是假分数的一种表示形式。

读数时一定要写汉字,不能写阿拉伯数字。

巧记:

分数大小的比较
几个分数比大小,
分子分母要看好。
分母相同看分子,
分子大的分数大;
分子相同看分母,
分母大的分数小。

用直线上的点表示分数时,表示真分数的点在直线0~1这一段上,表示假分数或带分数的点在1和大于1的那一段上。

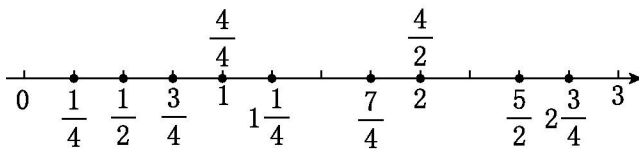
分数的意义与除法的意义

(3)整数部分不同的带分数,整数部分大的带分数就大。

5.用直线上的点表示分数。

分数可以用直线上的点表示,直线上0和1之间的线段表示单位“1”。把表示单位“1”的线段平均分成几份,从0开始的第一个点就表示几分之一;第二个点就表示几分之二;第三个点就表示几分之三……依此类推。当取的份数大于或等于0~1被平均分的份数时,要用假分数或带分数表示。

如图所示:



三、分数与除法的关系

1.分数与除法的关系。

两个整数相除,可以用分数表示商,即用分数与除法之间的关系表示:

$$\text{被除数} \div \text{除数} = \frac{\text{被除数}}{\text{除数}}$$

如果用 a 表示被除数, b 表示除数($b \neq 0$),则分数与除法之间的关系为 $a \div b = \frac{a}{b}$ ($b \neq 0$)。

反过来说,也可以把分数看作两个数相除,分数的分子相当于被除数,分母相当于除数,分数线相当于除号,分数值相当于商。

分数与除法的联系与区别

		联系			区别
分	分子	分数线	分母(不能为0)	分数值	分数是一种数
除	被除数	除号	除数(不能为0)	商	除法是一种运算

2.假分数化带分数。

(1)把假分数化成整数:用假分数的分子除以分母,能整除的,所得的商就是整数。

(2)把假分数化成带分数:用假分数的分子除以分母,所得的整数为带分数左边的整数部分,余数作分子,分母不变。

$\frac{3}{4}$ 的分数意义:把单位“1”平均分成了4份,取了其中的3份。

$\frac{3}{4}$ 的除法意义:把3平均分成了4份,取了其中的1份。

巧记:

① 假分数化带分数,
分子分母去相除,
商为整数余分子,
分母不变要记住。

② 带分数化假分数,
分母整数相乘积,
和原分子加一起,
和为分子母不变。

判断一个分数能否化成带分数时,要先看这个分数是不是假分数,假分数可以化成带分数。否则不能。

分数基本性质的应用:可以把异分母分数化成同分母分数,也可以把一个分数化成指定分母的分数。

易错警示

当分数的分子或分母加减一个数时,为使分数的大小不变,要转化成乘或除以一个合适的数(0除外)来解决。

$$\frac{9}{4} = 9 \div 4 = 2 \cdots 1$$

商 余数

↓ ↘

$2\frac{1}{4}$

分母不变 ↑

拓展:

(1)将带分数化为假分数:分母不变,用整数部分与分母的乘积再加原分子的和作为分子。

(2)能化成整数的假分数,它们的分子都是分母的倍数。反过来,分子是分母的倍数的假分数都能化成整数。非0自然数能化成分母是1、2、3……的假分数,也可以看成分母是1的假分数。

除法算式中除数不能为0,在分数中分母也不能为0。

四、分数的基本性质

1. 分数的基本性质。

分数的分子和分母同时乘或除以相同的数(0除外),分数的大小不变。这是分数的基本性质。

2. 分数的基本性质与商不变的性质的联系。

除法里的被除数相当于分数的分子,除号相当于分数中的分数线,除数相当于分数中的分母,因为被除数和除数同时乘或除以相同数(0除外),商不变,所以分数的分子和分母同时乘或除以相同的数(0除外),分数的大小不变。

3. 异分母分数比较大小的方法。

异分母分数比较大小时,要先利用分数的基本性质,把分数转化成分母相同或分子相同的分数,再比较大小。

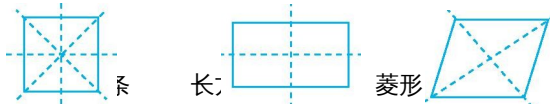
六 图案美——对称、平移与旋转

一、轴对称图形

1. 定义。

将图形沿着一条直线对折,如果直线两侧的部分能够完全重合,这样的图形叫作轴对称图形,折痕所在的这条直线叫作它的对称轴。

轴对称图形中,有的只有1条对称轴,有的不止1条对称轴。



导学点睛

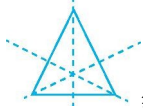
古今中外,有许多著名建筑也是对称的。



故宫



等腰直角三角形:1条



等边三角形:3条



圆:无数条

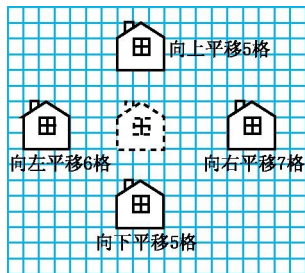
2.画对称轴。

(1)找出轴对称图形的任意一组对称点;(2)连接对称点;(3)画出对称点所连线段的垂直平分线(经过某一条线段的中点,并且垂直于这条线段的直线,叫作这条线段的垂直平分线),就可以得到该图形的对称轴。

3.画图形的另一半,使之成为轴对称图形。

(1)先在图形中找到几个关键点;(2)根据每个点到对称轴的距离找到这些点的对称点;(3)最后把这些点连起来。

二、平移



1.定义。

平移是指在平面内,将一个图形上所有的点都按照同一个方向移动相同的距离,这样的运动叫作图形的平移运动,简称平移。

2.性质。

(1)图形平移前后的形状和大小没有变化,只是位置发生变化。

(2)新图形与原图形的对应点所连的线段平行(或在同一直线上)。

3.平移的两个要素。

一是平移要有方向;二是平移要移动一定的距离,两者缺一不可。

4.平移画图的步骤。

(1)分析要求,确定平移方向和平移的距离。

(2)分析原图形,确定关键点。

(3)画出关键点的对应点,标注相应的字母。

三、旋转

1.定义。

在平面内,将一个图形绕一个定点按某个方向转动一定的角度,这样的运动叫作图形的旋转。这个定点叫旋转中心,



黄鹤楼



埃菲尔铁塔



泰姬陵

物体在平移的过程中,各个部分移动的距离都是一样的。平移的过程中,图形自身的方向始终没有发生变化。

旋转 90° 的方法:

(1)找出原图形的关键点或关键线段。

这个方向叫旋转方向,旋转的角度称为旋转角。旋转中心、旋转方向、旋转角是图形旋转的三要素。

2. 顺时针旋转和逆时针旋转。

与时针旋转方向相同的是顺时针旋转;与时针旋转方向相反的是逆时针旋转。

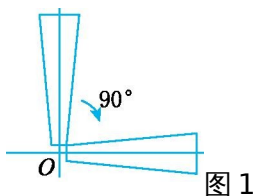


图 1

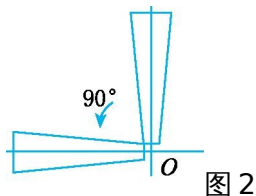


图 2

图 1 中图形围绕 O 点按顺时针方向旋转了 90° ; 图 2 中图形围绕 O 点按逆时针方向旋转了 90° 。

3. 旋转的特点、性质与画图。

特点:(1)图形的旋转是由旋转中心、旋转方向和旋转角度决定的;(2)旋转过程中,旋转中心始终保持不动;(3)旋转过程中,旋转的方向是相同的;(4)旋转停止时,图形上每个点的旋转角度是一样的;(5)旋转不改变图形的大小和形状。

性质:(1)对应点到旋转中心的距离相等;(2)对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角;(3)旋转前、后的图形大小相等。

旋转画图的步骤和方法:(1)确定旋转中心、旋转方向及旋转角;(2)找出图形的关键点;(3)将图形的关键点和旋转中心连接起来,然后按旋转方向分别将它们旋转一个旋转角度数,得到这些关键点的对应点;(4)按原图形顺次连接这些对应点,所得到的图形就是旋转后的图形。

(2)借助三角板或量角器画原图形关键点或线段与旋转中心所在线段的垂线。

(3)在所画垂线上量出或数出与原线段相等的长度(即找到原图关键点的对应点)。

(4)顺次连接所找到的对应点,即可得到原图形旋转 90° 后的图形。

七 剪纸中的数学——分数加减法(一)

一、公因数和最大公因数

1. 公因数和最大公因数的意义。

几个数公有的因数,叫作这几个数的公因数;其中最大的一个叫作它们的最大公因数。如 1、2、4 是 8 和 12 公有的因数,叫作它们的公因数。其中 4 是最大的公因数,叫作它们的最大公因数。

2. 找公因数的方法。

用列举法找公因数:先分别写出每个数的因数,再找出它们的公因数。

一个数的因数,可以从最小的因数 1 找起,一直找到它本身。

3. 找最大公因数的方法。

导学点睛

找一个数的因数,依次用 1、2、3、4、5……去除这个数。在能整除的时候,除数和商都是这个数的因数;不能整除时,除数和商都不是这个数的因数。

警示: 公因数一定是自然数,而且几个自然数的公因数的个数是有限的。

两个数或几个数的最小公因数一定是 1。

警示: 用短除法求两个数的最

(1)列举法:可以先列举出每个数的因数,再从中找出它们的公因数,最后找出最大的一个;也可以先列举出其中一个的因数,再从中找出另一个的因数,即它们的公因数,最后找出最大的一个。

(2)短除法:用两个数的公有因数依次作除数去除这两个数,除到只有公因数 1 为止。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \quad 18 \quad \cdots\cdots \text{用公因数} 2 \text{去除} \\ 3 & 6 \quad 9 \quad \cdots\cdots \text{用公因数} 3 \text{去除} \\ & 2 \quad 3 \quad \cdots\cdots \text{除到公因数只有} 1 \text{为止} \end{array}$$

12 和 18 的最大公因数是 $2 \times 3 = 6$ 。

(3)口算法:当两个数成倍数关系时,它们的最大公因数是较小的数。

4. 因数、公因数、最大公因数三者之间的区别和联系。

因数是针对一个数来说的,公因数是指两个或两个以上的数公有的因数,最大公因数是指公因数里面最大的那一个,公因数与最大公因数离不开因数。

二、同分母分数加减法

1. 同分母分数加法的计算方法。

分母不变,分子相加。计算结果一般要约成最简分数。

2. 运用分数的基本性质,把一个分数化成同它相等,但分子、分母都比较小的分数,叫作约分。

约分的依据:分数的基本性质。

3. 分子和分母只有公因数 1 的分数,叫作最简分数。

约分常用的方法:

(1)逐次约分法:

用分子和分母的公因数(1 除外)去除分子、分母,经过几次约分,直至化成最简分数。

(2)一次约分法:

① 分数的分子和分母成倍数关系的,分数的分子和分母直接除以分子,可将分数化成最简分数。

② 分数的分子、分母不成倍数关系的,分子、分母同时除以它们的最大公因数,可以直接将这个分数化成最简分数。

(3)分子和分母是整百、整十数的分数的约分方法。

分子和分母是整百、整十数的分数约分时,先去掉分子和分母末尾相同个数的 0,再约成最简分数。

大公因数时,一定要除到所得的两个商是互质数(只有公因数 1)为止。

用短除法求两个数的最大公因数时,不能多乘一个公因数也不能少乘一个公因数。

运用同分母分数的加法解决问题时,要先分析题意,在理解题意的基础上列式计算。

约分的方法就是分子和分母同时除以它们的公因数。约分时通常要约成最简分数。

约分时常见的错误:

(1)逐次约分时一定要约到分子和分母只有公因数 1 为止,否则

结果不是最简分数,如 $\frac{36}{54}$ 用 9 约分

为 $\frac{4}{6}$ 就不是最终结果,还要用 2 再

约一次等于 $\frac{2}{3}$ 。(2)逐次约分时,首

先要尝试使用 2、3、5、7 去约

分,当用 2、3、5、7 不能约分时,

要尝试用大质

数:11、13、17、19、23、29

、31、37、41、43、47 去约

分,如 $\frac{3}{17}$ 可用 3 约分为 $\frac{1}{17}$ 。

易错警示:

同分母分数连加、连减、加减混合运算的结果不是最简分数的,要化成最简分数。

如: $\frac{1500}{10000} = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$

4. 同分母分数减法的计算方法。

分母不变,只把分子相减。一般要把计算结果约成最简分数。

三、同分母分数连加、连减及加减混合运算

1. 同分母分数连加的计算方法。

按照从左往右的顺序依次计算或按照同分母分数加法的计算方法(分母不变,分子连加)计算。

同分母分数连加时,运用加法的交换律和结合律可使计算简便。

2. 同分母分数连减的计算方法。

按照从左往右的顺序依次计算或直接用被减数的分子减两个减数的分子,分母不变。

同分母分数连减,若出现整数,先把整数化成与减数同分母的分数,再进行计算。

3. 同分母分数的加减混合运算。

(1)同分母分数的加减混合运算的运算顺序与整数加减混合运算的运算顺序相同,有括号的,先算括号里面的;没有括号的,按从左往右的顺序依次计算。

(2)整数的运算定律对于分数同样适用,因此,在计算分数混合运算时,可以灵活运用运算定律进行简便计算。

四、公倍数和最小公倍数

1. 公倍数和最小公倍数的意义。

几个数公有的倍数,叫作这几个数的公倍数;其中最小的一个叫作这几个数的最小公倍数。

2. 找公倍数和最小公倍数的方法。

(1)根据公倍数和最小公倍数的意义找:

先分别写出每个数的倍数,再找出它们的公倍数和最小公倍数。

(2)短除法:

用这两个数公有的质因数依次去除这两个数,一直除到两个商只有公因数 1 为止,然后把所有商和除数连乘起来,所得的积就是这两个数的最小公倍数。

(3)倍数关系:如果两个数有倍数关系,那么较大数是这两个数的最小公倍数。

(4)先用短除法求出两个数的最小公倍数,再用这个最小公倍数分别乘 2、3、4、5、6……直到所得到的积接近所规定的极限(找两个自然数的公倍数,必须先确定要求的公倍数的范围)。

(5)只有公因数 1 的两个数的最小公倍数是这两个

易错点:

简算同分母分数的加减混合算式时,要注意运算符号的变化。

计算结果分子是 0 的分数等于 0。

口诀:同分母,最简单,

只把分子相加减;

分母不变要牢记,

算出结果要化简。

计算同分母分数加减混合算式时,利用加法交换律把加法部分前移,使计算更方便。

易错警示:

0 不能作为几个数的最小公倍数。

公倍数的个数:由于没有最大的自然数,倍数的个数是无限的,因此,任何几个自然数的公倍数的个数也是无限的。

易错点:求三个数的最小公倍数。

求三个数的最小公倍数时,可先求出其中两个数的最小公倍数,再用求出的这个数与另一个数,求出这三个数的最小公倍数。

把小数化成分数时,要看清楚原来的小数是几位小数,还要注意结果能化简的要化简。

把整数部分大于 0 的小数化成分数时,要注意不要漏掉整数部分,要注意最后结果能化简的要化简。

数的乘积。

五、分数与小数的互化

1. 把小数化成分数的方法。

根据小数的意义,可以把有限小数直接写成分母是10、100、1000……的分数。

可以把小于1的一位小数化成十分之几、把两位小数化成百分之几、把三位小数化成分千分之几……依此类推。

$$\text{如 } 0.8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}, 0.07 = \frac{7}{100}.$$

原来是几位小数,就在1后面写几个0作分母,把原来的小数点去掉作分子,能化简的要化简。

2. 把整数部分大于0的小数化成分数的方法。

把整数部分大于0的小数化成分数的方法:可以直接按照小数化分数的方法进行;也可以用小数的整数部分作带分数的整数部分,小数的小数部分按照小数化分数的方法化成分数作带分数的分数部分。

整数部分不变

$$1.25 = 1 + \frac{25}{100} = 1\frac{1}{4}$$

小数化分数

3. 把分数化成小数。

根据分数与除法的关系,用分数的分子除以分母,即可把分数化成小数。

把分母是10、100、1000……的分数化成小数,可以直接去掉分母,看分母中1后面有几个0,就从分子的末尾向左数出几位,点上小数点,位数不够的用0补。

把分母不是10、100、1000……的分数化成小数有两种方法:

(1)根据分数的基本性质先化成分母是10、100、1000……的分数,再化成小数;(2)直接用分子除以分母,除不尽的,根据需要按“四舍五入法”保留几位小数。

4. 把带分数化成小数的方法。

带分数的整数部分作为小数的整数部分,把分数部分化成小数,作为小数的小数部分。

5. 小数与分数的大小比较。

比较分数和小数的大小时,一般把分数化成小数来比较。

把分数化成小数,用分数的分子除以分母,除不尽时,如果没有特殊要求,要用“四舍五入法”保留三位小数。

不管是先把分数化成小数比较大小,还是先把小数化成分数比较大小,最后都要比较原来的数。

八 绿色家园——折线统计图

导学点睛

一、折线统计图

1. 折线统计图的特点。

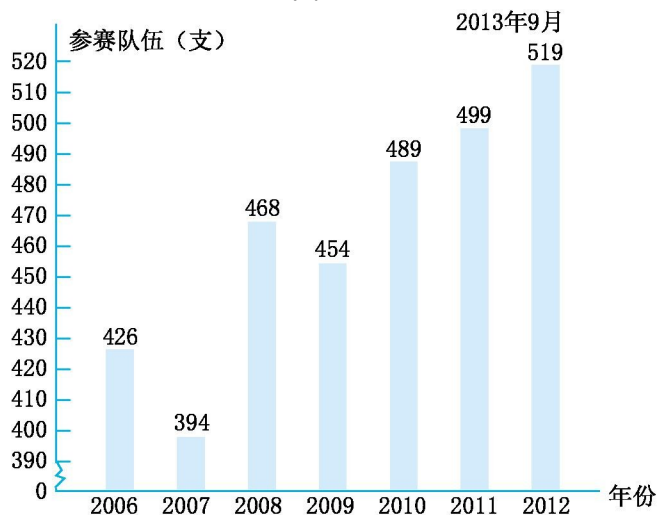
(1) 折线统计图是用一个单位长度表示一定的数量,根据数量的多少描出各点,然后把各点用线段顺次连接起来,以折线的上升或下降来表示统计数量增减变化的统计图。

(2) 优点:折线统计图不但可以表示出数量的多少,而且能够清楚地表示数量增减变化的情况。

2. 条形统计图与折线统计图的区别。

(1) 观察下面的条形统计图可以发现,条形统计图能够清楚直观地表示出数量的多少。

2006—2012年中国青少年机器人大赛参赛队伍统计图



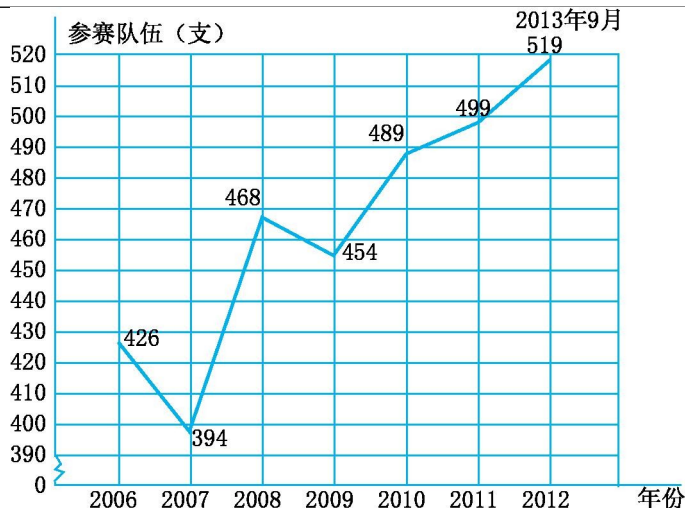
(2) 观察下面的折线统计图可以发现,折线统计图不仅能表示出数量的多少,通过折线的起伏还能清楚地表示出数量增减变化的情况。

2006—2012年中国青少年机器人大赛参赛队伍统计图

条形统计图适合用来表示数据之间相互独立,不是同一项目的数据对比。

折线统计图中的点表示数量,折线表示数量的增减变化情况。

折线统计图既可以看到它每一部分的变化趋势,也可以看到它的整体变化趋势,每相邻两点间的线段越长,说明增减越大,也可以看出每一年的数量多少……



画图时注意:一“点”(描点)、二“连”(连线)、三“标”(标数据)。

3. 绘制折线统计图的方法和步骤。

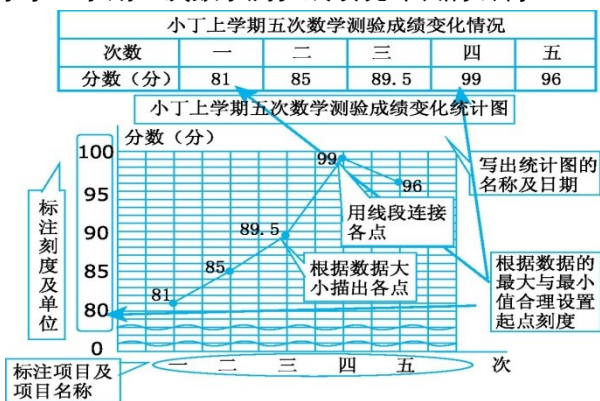
(1)根据统计的数据,画出互相垂直的纵轴和横轴。①在横轴上等间隔地标注项目,并在横轴尾端标注项目名称。②在纵轴上标注数据刻度,使得最大刻度能表示最大数据,并在纵轴顶端标注单位。

(2)根据数量的多少找到对应的横轴和纵轴的交点,并标上数据,按照同样的方法根据数据大小描出其他各点。

(3)在各点旁注明数据,顺次连接相邻的两个点。

(4)写出折线统计图的名称、日期。

如小丁上学期五次数学测验成绩统计表的绘制:



写出统计图的名称及日期

用线段连接各点

根据数据大小描出各点

根据数据的最大与最小值合理设置起点刻度

4. 折线统计图与条形统计图的绘制区别。

条形统计图是用直条的高低长短表示数据的大小,折线统计图是在每一项目的竖线上描点表示数据的大小,描完点后用线段把这些点顺次连接起来。

5. 折线统计图的分析。

分析折线统计图时,要重点注意分析数据在什么时间达到最多或最少;数据上升和下降的时间段及变化快慢情况;哪两个时间段的数据相比变化的趋势明显一些。

根据折线走势看数据变化趋势的方法:

①折线图起始数据低,而终端数据较高,则数量呈上升趋势。

数量是用多、少来形容;增减变化是用快、慢来形容。

势;

② 如果起始数据、中间数据、终端数据变化不大,则数量平稳;

③ 起始数据高,终端数据较低,数量呈下降趋势。

二、统计图的选择

(1) 条形统计图能清楚地表示出每个项目的具体数目,且方便两种数据的对比。如果数据之间相互独立(不是描述同一项目的数据),应该选择条形统计图。

(2) 折线统计图能清楚地反映事物随时间的变化趋势,且方便两种数据的对比。如果数据随时间变化,则选择折线统计图。