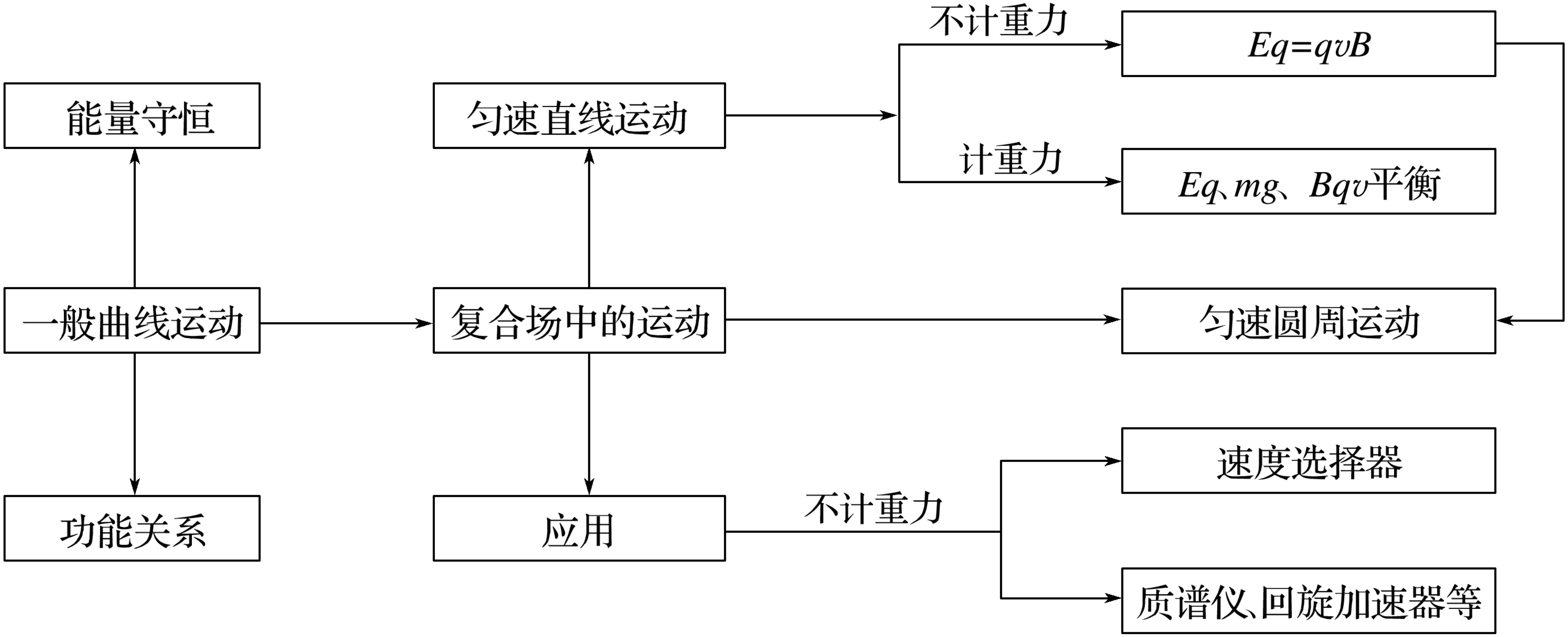
知识专题

专题9　带电粒子在电场和磁场中的运动

网络构建



能量守恒
一般曲线运动
功能关系
匀速直线运动
复合场中的运动
应用
不计重力
计重力
$Eq=qvB$
Eq、mg、Bqv平衡
匀速圆周运动
不计重力
速度选择器
质谱仪、回旋加速器等

考题一　带电粒子在组合场中的运动

考题二　带电粒子在叠加场中的运动

考题三　带电粒子在交变电磁场中的运动

方法指导

1. 组合场模型

电场、磁场、重力场(或其中两种场)并存，但各自位于一定区域，并且互不重叠的情况.

2. 带电粒子在组合场中运动的处理方法

(1) 分别研究带电粒子在不同场区的运动规律．在匀强磁场中做匀速圆周运动．在匀强电场中，若速度方向与电场方向平行，则做匀变速直线运动；若速度方向与电场方向垂直，则做类平抛运动．

(2) 带电粒子经过磁场区域时利用圆周运动规律结合几何关系处理．

(3) 当粒子从一个场进入另一个场时，该位置粒子的速度大小和方向往往是解题的突破口．

典例剖析

例 1 (2016·四川·11)如图 1 所示，图面内有竖直线 DD'，过 DD' 且垂直于图面的平面将空间分成Ⅰ、Ⅱ两区域．区域Ⅰ有方向竖直向上的匀强电场和方向垂直图面的匀强磁场 B(图中未画出)；区域Ⅱ有固定在水平地面上高 $h=2l$、倾角 $\alpha=\frac{\pi}{4}$ 的光滑绝缘斜面，斜面顶端与直线 DD' 距离 $s=4l$，区域Ⅱ可加竖直方向的大小不同的匀强电场(图中未画出)；C 点在 DD' 上，距地面高 $H=3l$．零时刻，质量为 m、带电荷量为 q 的小球 P 在 K 点具有大小 $v_0=\sqrt{gl}$、方向与水平面夹角 $\theta=\frac{\pi}{3}$ 的速度，在区域Ⅰ内做半径 $r=\frac{3l}{\pi}$ 的匀速圆周运动，经 C 点

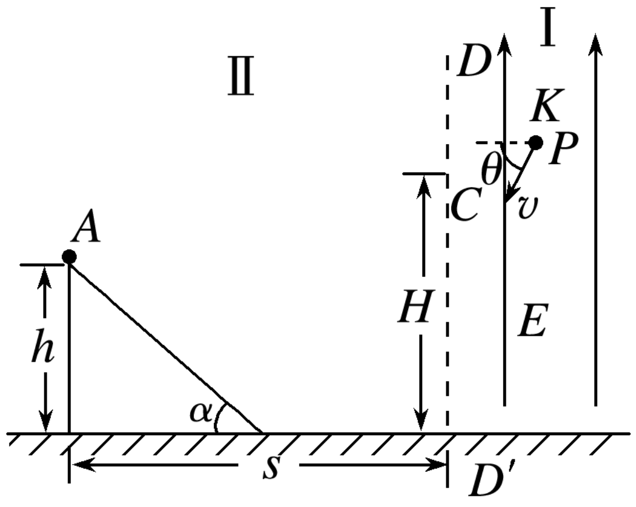


图 1

某时刻，不带电的绝缘小球 A 由斜面顶端静止释放，在某处与刚运动到斜面的小球 P 相遇．小球视为质点，不计空气阻力及小球 P 所带电荷量对空间电磁场的影响．l 已知，g 为重力加速度．

(1) 求匀强磁场的磁感应强度 B 的大小；

解析　由题知，小球 P 在区域Ⅰ内做匀速圆周运动，有 $m\frac{v_0^2}{r}=qv_0B$，

代入数据解得 $B=\frac{m\pi}{3lq}\sqrt{gl}$

答案　$\frac{\pi m}{3ql}\sqrt{gl}$

(2) 若小球 A 、 P 在斜面底端相遇，求释放小球 A 的时刻 t_A ；

解析 小球 P 在区域 做匀速圆周运动转过的圆心角为 θ ，运动到 C 点的时刻为 t_C ，到达斜面底端时刻为 t_1 ，有

$$t_C=\frac{\theta r}{v_0} \quad ①$$

$$s-\frac{h}{\tan\alpha}=v_0(t_1-t_C) \quad ②$$

小球 A 释放后沿斜面运动加速度为 a_A ，与小球 P 在时刻 t_1 相遇于斜面底端，有 $mg\sin\alpha=ma_A$ ③

$$\frac{h}{\sin\alpha}=\frac{1}{2}a_A(t_1-t_A)^2 \quad ④$$

联立以上方程可得 $t_A=(3-2\sqrt{2})\sqrt{\frac{l}{g}}$ 答案 $(3-2\sqrt{2})\sqrt{\frac{l}{g}}$

(3) 若小球 A、P 在时刻 $t=\beta\sqrt{\frac{l}{g}}$ (β 为常数) 相遇于斜面某处，求此情况下区域Ⅰ的匀强电场的场强 E，并讨论场强 E 的极大值和极小值及相应的方向．

解析答案

[变式训练]

1. 如图 2 所示，在平面直角坐标系 xOy 的第二象限内有平行于 y 轴的匀强电场，方向沿 y 轴负方向．在第一、四象限内有一个圆，圆心 O' 坐标为 $(r,0)$ ，圆内有方向垂直于 xOy 平面向里的匀强磁场．一质量为 m 、电荷量为 q 的带正电的粒子(不计粒子所受的重力)，从 $P(-2h，h)$ 点，以大小为 v_0 的速度沿平行于 x 轴正方向射入电场，i

象限，又经过磁场从 x 轴上的 Q 点离开磁场．求

(1) 电场强度 E 的大小；

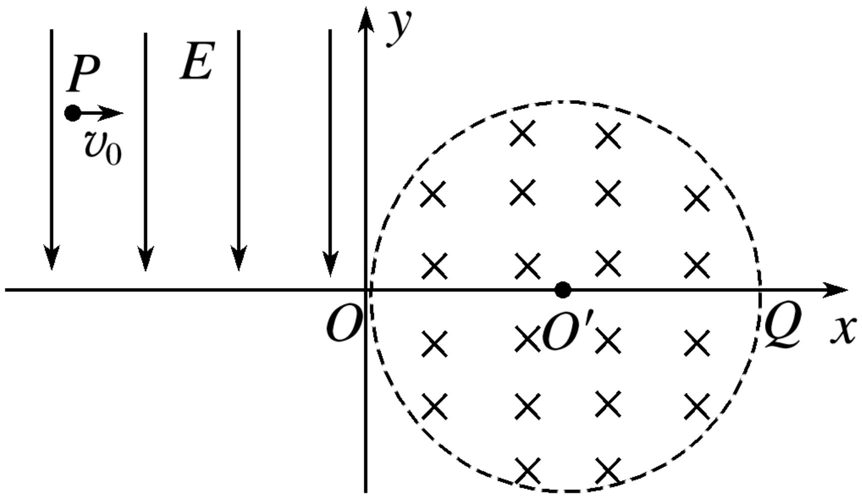
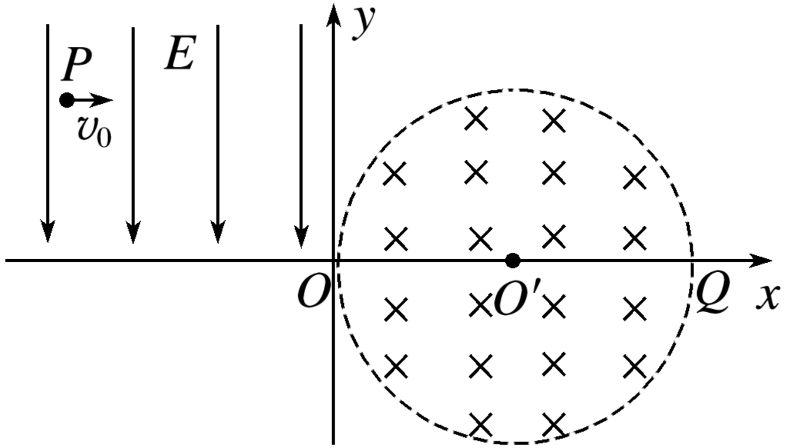


图 2

解析答案

(2) 圆内磁场的磁感应强度 B 的大小；



解析 粒子进入磁场时沿 y 轴方向的速度

$v_y = at_1 = v_0$ ⑤

粒子进入磁场时的速度 $v=\sqrt{v_0^2+v_y^2}$ ⑥

粒子在洛伦兹力作用下做圆周运动，有

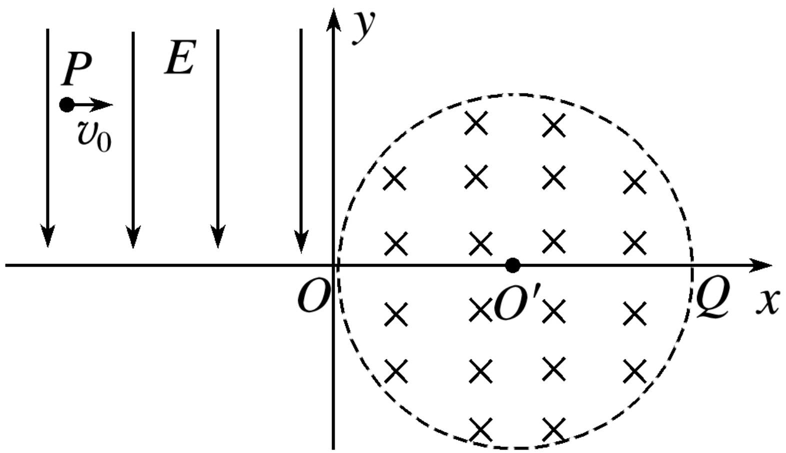
$qvB=m\dfrac{v^2}{R}$ ⑦

由几何关系有 $R=\sqrt{2}r$ ⑧

由③⑤⑥⑦⑧式得 $B=\dfrac{mv_0}{qr}$ ⑨

答案 $\dfrac{mv_0}{qr}$

(3) 带电粒子从 P 点进入电场到从 Q 点射出磁场的总时间 t.



解析　粒子在磁场中运动的时间 $t_2=\frac{1}{4}T$　⑩

粒子在磁场中做圆周运动的周期 $T=\frac{2\pi m}{qB}$　⑪

粒子从 P 点进入电场到 Q 点射出磁场的总时间

$t=t_1+t_2$　⑫

由①⑨⑩⑪⑫解得 $t=\frac{4h+\pi r}{2v_0}$

答案　$\frac{4h+\pi r}{2v_0}$

2. 如图 3 所示，平面直角坐标系 xOy 在第一象限内存在水平向左的匀强电场，第二、四象限内存在垂直纸面向里的匀强磁场，第三象限内存在与 x 轴负方向成 30° 角斜向上的匀强电场．一质量为 m、电荷量为 q 的带正电粒子以一定初速度从 y 轴上的 A 点与 y 轴正方向成 60° 角垂直磁场方向射入第二象限，粒子从 x 轴上的 C 点与 x 轴正方向成

粒子到达 y 轴上的 D 点(未画出)时速度刚好减半

经第四象限内磁场偏转后又能垂直 x 轴进入第一象限内，最后恰好回到 A 点．已知 $OA=\sqrt{3}a$　　，第二象限内匀强磁场的磁感应强度为 B. 粒子重力不计，求：

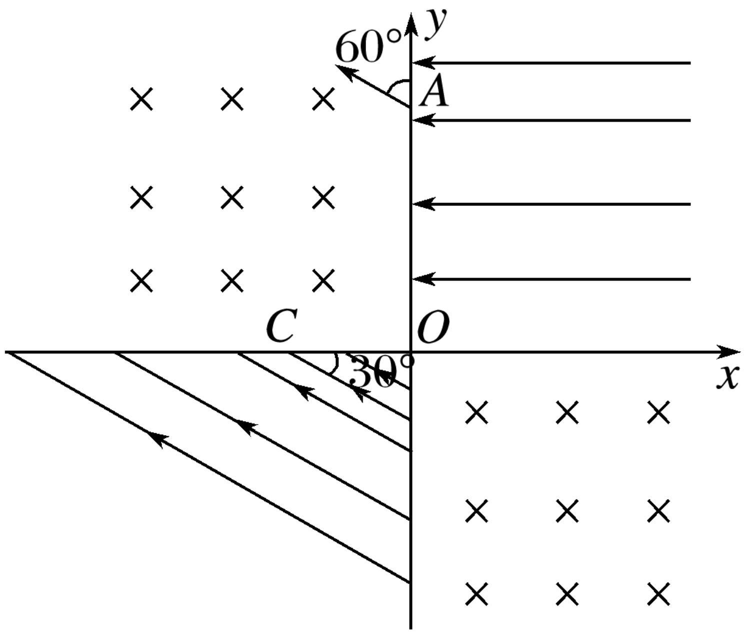
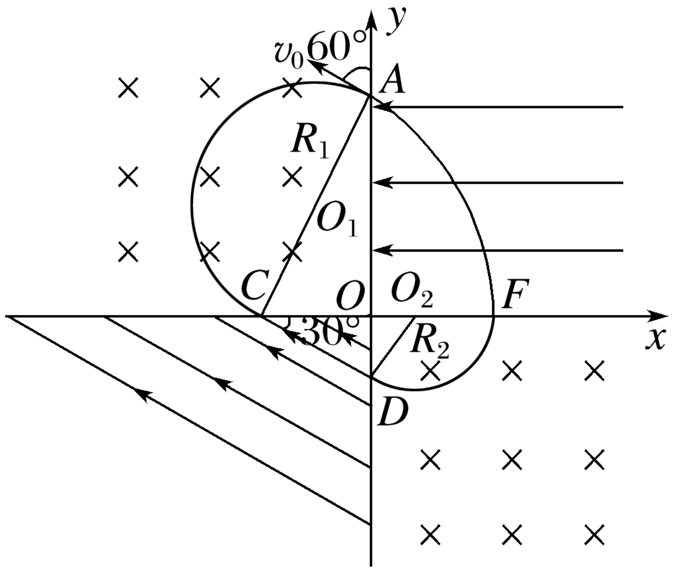


图 3

(1) 粒子初速度 v_0 和第四象限内匀强磁场的磁感应强度 B_1 的大小；

解析 粒子在第二象限内运动正好完成半个圆周，则



$2R_1\cos 30° = OA$ 解得 $R_1 =$

而 $Bqv_0 = \frac{mv_0^2}{R_1}$，解得$a$ $v_0 = \frac{Bqa}{m}$

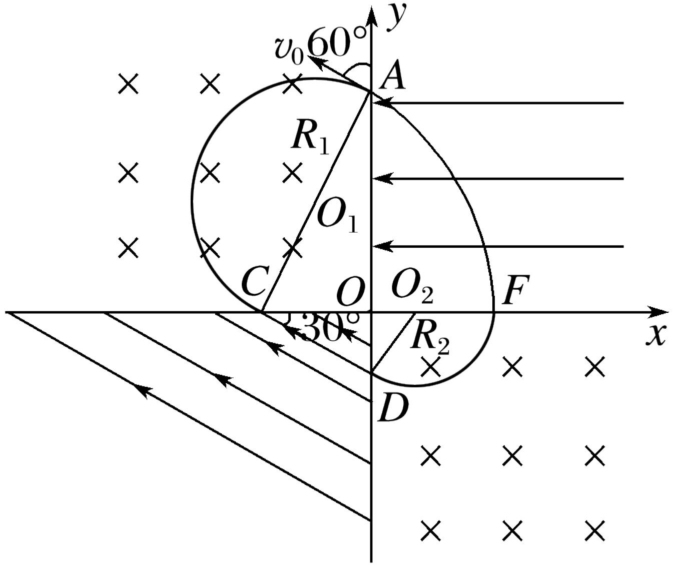
粒子在第三象限中运动时有 $CD = 2R_1\tan 30° = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$

粒子在第四象限中运动时有 $R_2 = CD\tan 30° = \frac{2}{3}a$

而 $B_1qv_1 = m\frac{v_1^2}{R_2}$，$v_1 = \frac{1}{2}v_0$ 解得 $B_1 = \frac{3}{4}B$

答案 $\frac{Bqa}{m}$ $\frac{3}{4}B$

(2) 第一、三象限内匀强电场的电场强度 E_1 和 E_2 的大小；



解析 在第一象限内：

$OF = R_2 + R_2\sin 30° = a$

有 $OF = \frac{1}{2}\cdot\frac{qE_1}{m}\cdot t_1^2$ $OA = v_1t_1$

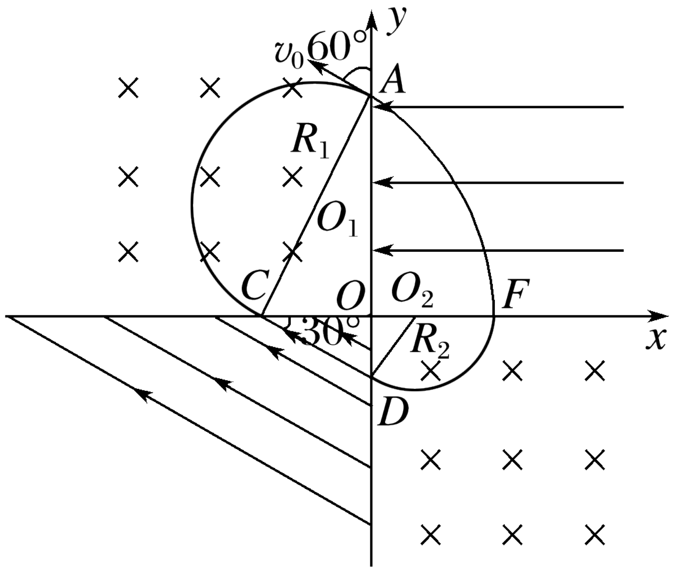
解得 $E_1 = \frac{B^2qa}{6m}$，$t_1 = \frac{2\sqrt{3}m}{Bq}$

在第三象限内：$v_0^2 - v_1^2 = 2\cdot\frac{qE_2}{m}\cdot CD$

代入解得 $E_2 = \frac{3\sqrt{3}B^2qa}{16m}$

答案 $\frac{B^2qa}{6m}$ $\frac{3\sqrt{3}B^2qa}{16m}$

(3) 粒子在第一、三象限内运行的时间比 t_1∶t_3.



解析　在第三象限内有：

$$v_0 - v_1 = \frac{qE_2}{m}\cdot t_3$$

解得 $t_3 = \dfrac{8\sqrt{3}m}{9Bq}$

所以$\dfrac{t_1}{t_3} = \dfrac{9}{4}$

答案　$\dfrac{9}{4}$

方法指导

带电粒子在叠加场中运动的处理方法

(1) 明种类：明确叠加场的种类及特征．

(2) 析特点：正确分析带电粒子的受力特点及运动特点．

(3) 画轨迹：画出运动过程示意图，明确圆心、半径与边角关系．

(4) 用规律：灵活选择不同的运动规律．

①两场共存时，电场与磁场中满足 $qE=qvB$ 或重力场与磁场中满足 $mg=qvB$ 或重力场与电场中满足 $mg=qE$，都表现为匀速直线运动或静止，根据受力平衡列方程求解．

②三场共存时，合力为零，受力平衡，粒子做匀速直线运动．其中洛伦兹力 $F=qvB$ 的方向与速度 v 垂直．

③三场共存时，粒子在叠加场中做匀速圆周运动．mg 与 qE 相平衡，根据 $mg=qE$，由此可计算粒子比荷，判定粒子电性．粒子在洛伦兹力作用下做匀速圆周运动，应用受力平衡和牛顿运动定律结合圆周运动规律求解，有 $qvB=mr\omega^2=m\frac{v^2}{r}=mr\frac{4\pi^2}{T^2}=ma$.

④当带电粒子做复杂的曲线运动或有约束的变速直线运动时，一般用动能定理或能量守恒定律求解．

典例剖析

例 2 如图 4 所示，在无限长的水平边界 AB 和 CD 间有一匀强电场，同时在 $AEFC$、$BEFD$ 区域分别存在水平向里和向外的匀强磁场，磁感应强度大小相同，EF 为左右磁场的分界线．AB 边界上的 P 点到边界 EF 的距离为 $(2+\sqrt{3})L$，一带正电微粒从 P 点正上方的 O 点由静止释放，从 P 点垂直 AB 边界进入电、磁场区域，且恰好不从 AB 边界飞出，微粒在磁场中的运动轨迹为圆弧，重力加速度大小为 g，电场强度大小 E(E 未知)和磁感应强度大小 B(B 未知)满足 $\frac{E}{B}=2\sqrt{gL}$，不考虑空气阻力，求：

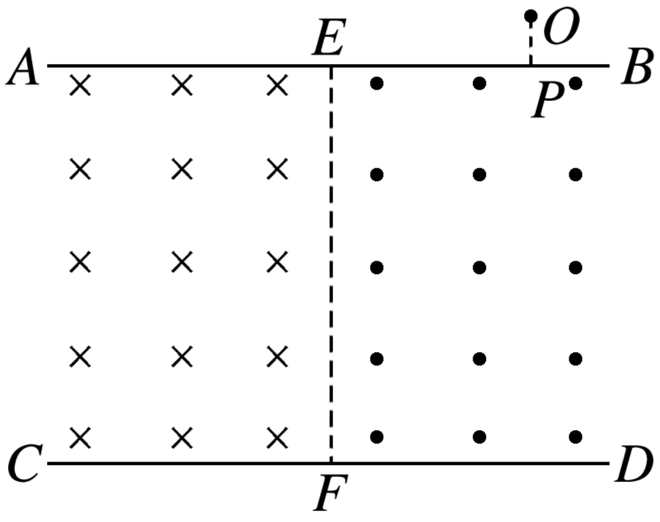
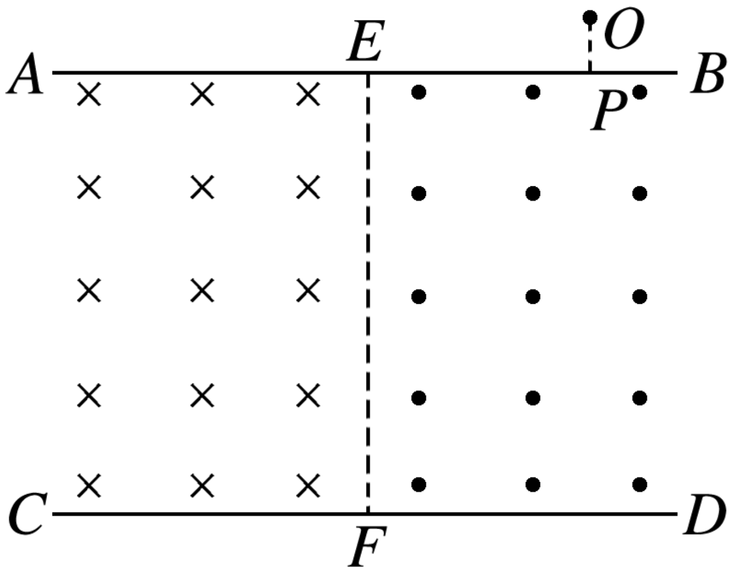


图 4

(1)O 点距离 P 点的高度 h 多大；

(2) 若微粒从 O 点以 $v_0\sqrt{3gL}$ 水平向左平抛，且恰好垂直下边界 CD 射出电、磁场，则微粒在磁场中运动的时间 t 多长？



解析答案

[变式训练]

3. 如图 5 所示，在真空中半径为 $r = 0.1$ m 的圆形区域内有垂直于纸面向外的匀强磁场及水平向左的匀强电场，磁感应强度 $B = 0.01$ T，ab 和 cd 是两条相互垂直的直径，一束带正电的粒子流连续不断地以速度 $v = 1\times10^{3}$ m/s 从 c 点沿 cd 方向射入场区，粒子将沿 cd 方向做直线运动，如果仅撤去磁场，带电粒子经过 a 点，如果撤去电场，使磁感应强度变为原来的 $\frac{1}{2}$，不计粒子重力，下列说？正确的是（　　）

A. 电场强度的大小为 10 N/C

B. 带电粒子的比荷为 1×10^{6} C/kg

C. 撤去电场后，带电粒子在磁场中运动的半径为 0.1 m

D. 带电粒子在磁场中运动的时间为 7.85×10^{-5} s

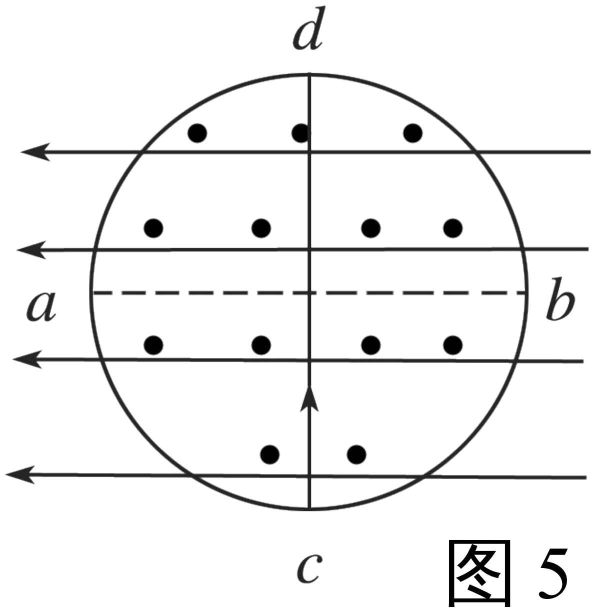


图 5

4.(2016· 天津 ·11) 如图 6 所示，空间中存在着水平向右的匀强电场，电场强度大小 $E=5\sqrt{3}$ N/C，同时存在着水平方向的匀强磁场，其方向与电场方向垂直，磁感应强度大小 $B=0.5$ T. 有一带正电的小球，质量 $m=1\times10^{-6}$ kg，电荷量 $q=2\times10^{-6}$ C，正以速度 v 在图示的竖直面内做匀速直线运动，当经过 P 点时撤掉磁场（不考虑磁场消失引起的电磁感应现象），取 $g=10\ \text{m/s}^2$，求：

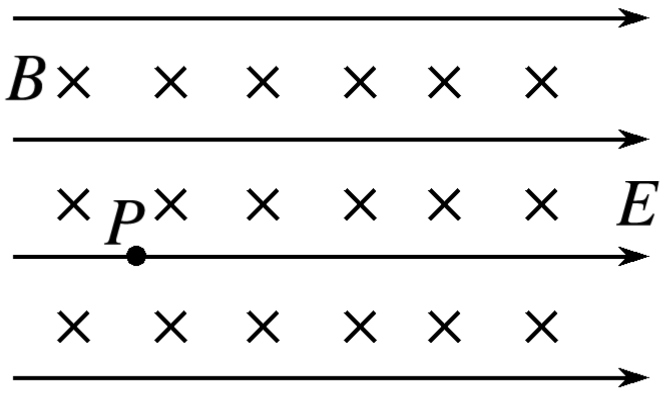
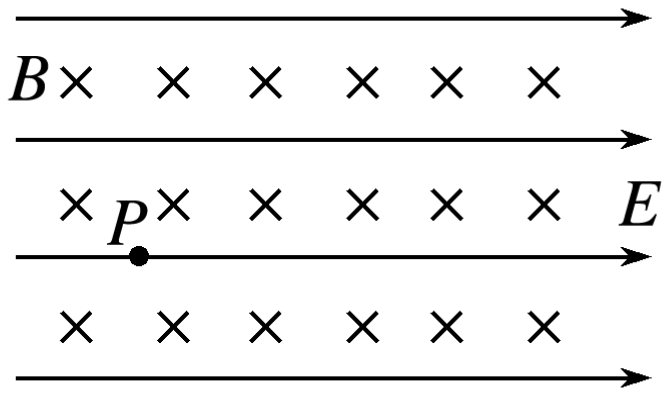


图 6

(1) 小球做匀速直线运动的速度 v 的大小和方向；

(2) 从撤掉磁场到小球再次穿过 P 点所在的这条电场线经历的时间 t.



方法指导

带电粒子在交变电磁场中运动的处理方法

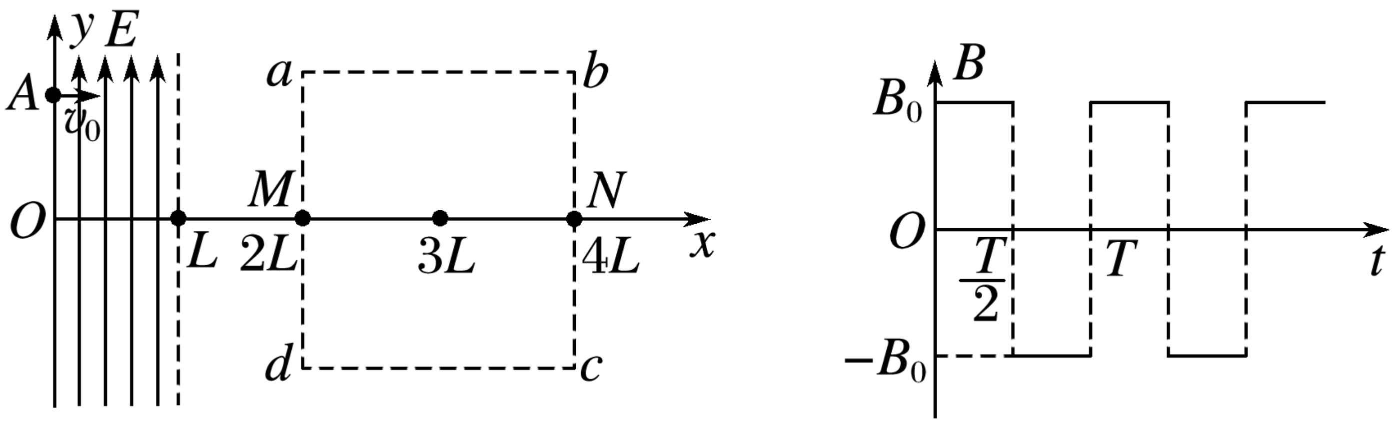
(1) 若交变电压的变化周期远大于粒子穿越电场的时间或粒子穿越电场的时间极短可忽略时，则粒子在穿越电场的过程中，电场可看做匀强电场.

(2) 空间存在的电场或磁场是随时间周期性变化的，一般呈现“矩形波”的特点.交替变化的电场及磁场会使带电粒子顺次经历不同特点的电场或磁场或叠加场，从而表现出“多过程”现象.其运动特点既复杂又隐蔽.分析时应该注意以下三点：①仔细分析并确定各场的变化特点及相应的时间，其变化周期一般与粒子在电场或磁场中的运动周期相关联.有一定的联系，应抓住变化周期与运动周期之间的联系作为解题的突破口；

② 必要时，可把粒子的运动过程还原成一个直观的运动轨迹草图进行分析；③把粒子的运动分解成多个运动阶段分别进行处理，根据每一阶段上的受力情况确定粒子的运动规律.

典例剖析

例 3　如图 7 甲所示，在直角坐标系 $0\leq x\leq L$ 区域内有沿 y 轴正方向的匀强电场，右侧有一个以点 $(3L,0)$ 为中心、边长为 $2L$ 的正方形区域，其边界 ab 与 x 轴平行，正方形区域与 x 轴的交点分别为 M、N. 在该正方形区域内存在垂直纸面向里的匀强磁场，现有一质量为 m、带电量为 e 的电子，从 y 轴上的 A 点以速度 v_0 沿 x 轴正方向射入电场，飞出电场后从 M 点以与 x 轴夹角为 30° 的方向进入正方形区域，并恰好从 d 点



甲　　乙

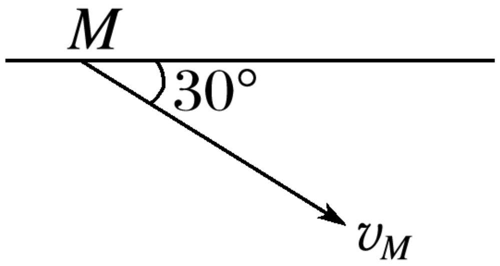
图 7

(1) 求匀强电场 E 的大小；

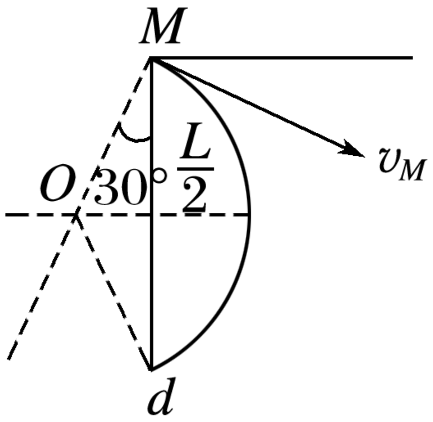
(2) 求匀强磁场 B 的大小；

(3) 若当电子到达 M 点时，在正方形区域换加如图乙所示周期性变化的磁场 (以垂直于纸面向外为磁场正方向) ，最后电子运动一段时间后从 N 点飞出，求正方形磁场区域磁感应强度 B_0 大小的表达式、磁场变化周期 T 与 B_0 的关系式 .

[思维规范流程]

步骤 1 ：在电场中做平抛运动 分方向列方程 在 M 点速度分解	 (1) 在 E 中： $L=\underline{v_0t}$ ① $v_y=\underline{\frac{eE}{m}t}$ ② $\tan 30°=\underline{\frac{v_y}{v_0}}$ ③ 得：$E=\underline{\frac{\sqrt{3}mv_0^2}{3eL}}$ ④

答案



步骤 2 ：在磁场中：

由几何关系得：

列 $F_{洛} = F_n$ 方程

(2) $R = \dfrac{\frac{L}{2}}{\cos 30°}$ ⑤

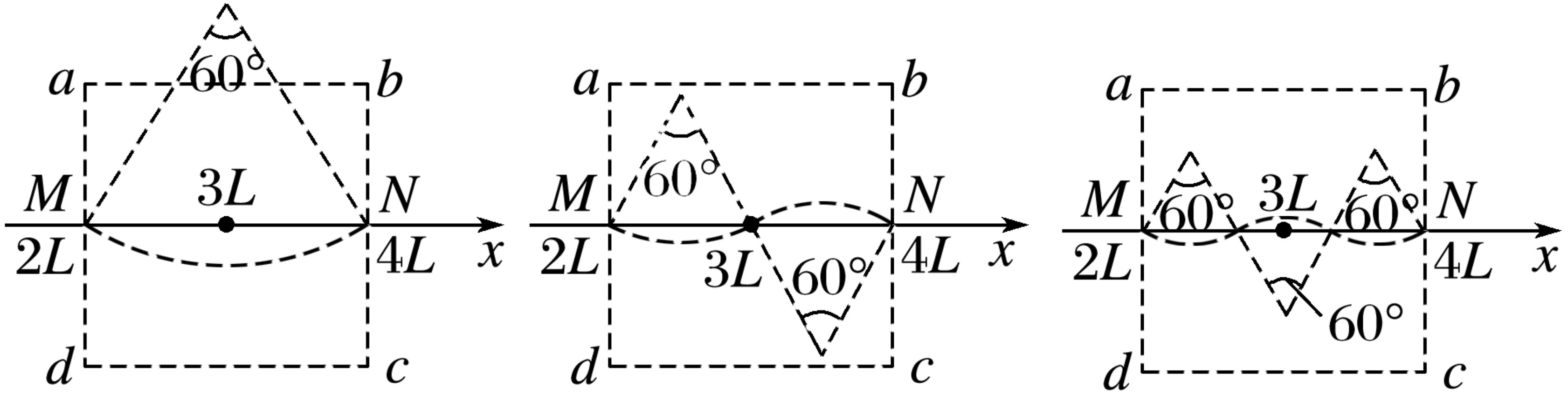
$BeV_M = \dfrac{mV_M^2}{R}$ ⑥

$V_M = \dfrac{V_0}{\cos 30°}$ ⑦

得：$B = \dfrac{2mV_0}{eL}$ ⑧

答案

步骤 3 ：从 N 点射出的几种情景图：



根据几何关系，

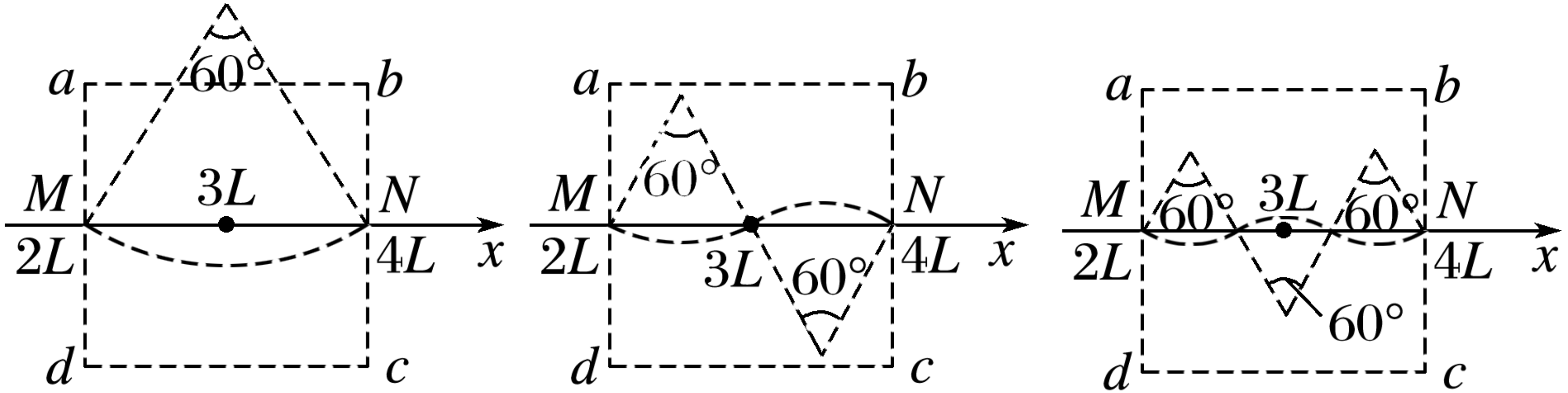
(3) $n \cdot r = 2L$ $(n = 1,2,3\ldots\ldots)$ ⑨

$r = \dfrac{mv_M}{eB_0} = \dfrac{2\sqrt{3}mv_0}{3eB_0}$ ⑩

由图得出 T、B_0 的关系：

得 $B_0 = n \cdot \dfrac{\sqrt{3}mv_0}{3eL}$ $(n = 1,2,3\ldots\ldots)$ ⑪

答案

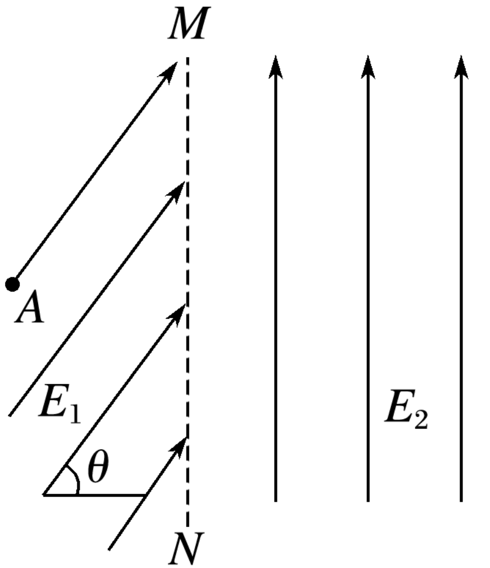
步骤 3 ：从 N 点 射出的几种情景图：	
根据几何关系， 由图得出 T、B_0 的关系：	$T_0 = \dfrac{2\pi m}{eB_0}$　　⑫ $\dfrac{T_0}{6} = \dfrac{T}{2}$　　⑬ 得：$T = \dfrac{2\pi m}{3eB_0}$　　⑭

④⑧⑨⑪⑫⑭每式各 2 分，其余各式 1

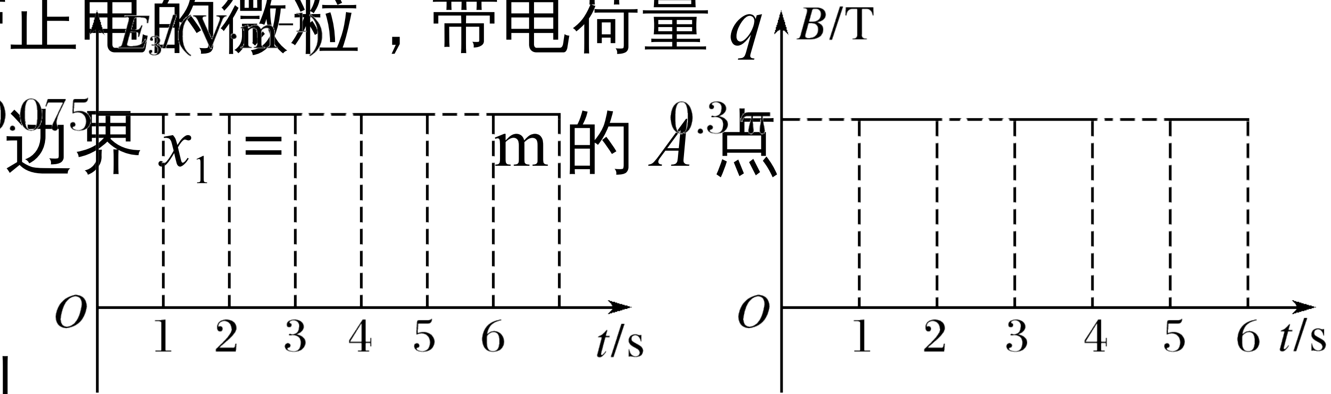
答案

[变式训练]

5. 如图8甲所示，在竖直边界 MN 的左侧存在与水平方向成 $\theta = 60°$ 斜向右上方的匀强电场．其电场强度大小 $E_1 = \sqrt{3}$ N/C，在 MN 的右侧有竖直向上的匀强电场，其电场强度大小 $E_2 = 1.5$ N/C，同时，在 MN 的右侧还有水平向右的匀强电场 E_3 和垂直纸面向里的匀强磁场 B(图甲中均未画出)，E_3 和 B 随时间变化的情况如图乙所示．现有一带正电的微粒，带电荷量 $q = 1\times10^{-5}$ C，从左侧电场中距 MN 边界 $x_1 = \sqrt{3}$ m的 A 点无初速度释放后，微粒水平向右进入 MN 右侧场区，设此时刻 $t = 0$，取 $g = 10$ m/s^2．求：



甲



乙 图8

解析答案

(2) 带电微粒在 MN 右侧场区中运动了 1.5 s 时的速度 v(取 $2\sqrt{5}=4.5$)；

解析答案

(3) 带电微粒从 A 点运动到 MN 右侧场区中计时为 1.5 s 的过程中，各电场对带电微粒做的总功 W.(取 $3\pi=10$)

解析　带电微粒在磁场 B 中做圆周运动的半径为

$$r=\frac{mv}{qB}=\frac{1.5\times10^{-6}\times5}{1\times10^{-5}\times0.3\pi}\ \mathrm{m}=\frac{7.5}{3\pi}\ \mathrm{m}=0.75\ \mathrm{m}$$

$$W-mg\cdot2r=\frac{1}{2}mv^2$$

解得：$W=4.125\times10^{-5}$ J.

答案　4.125×10^{-5} J