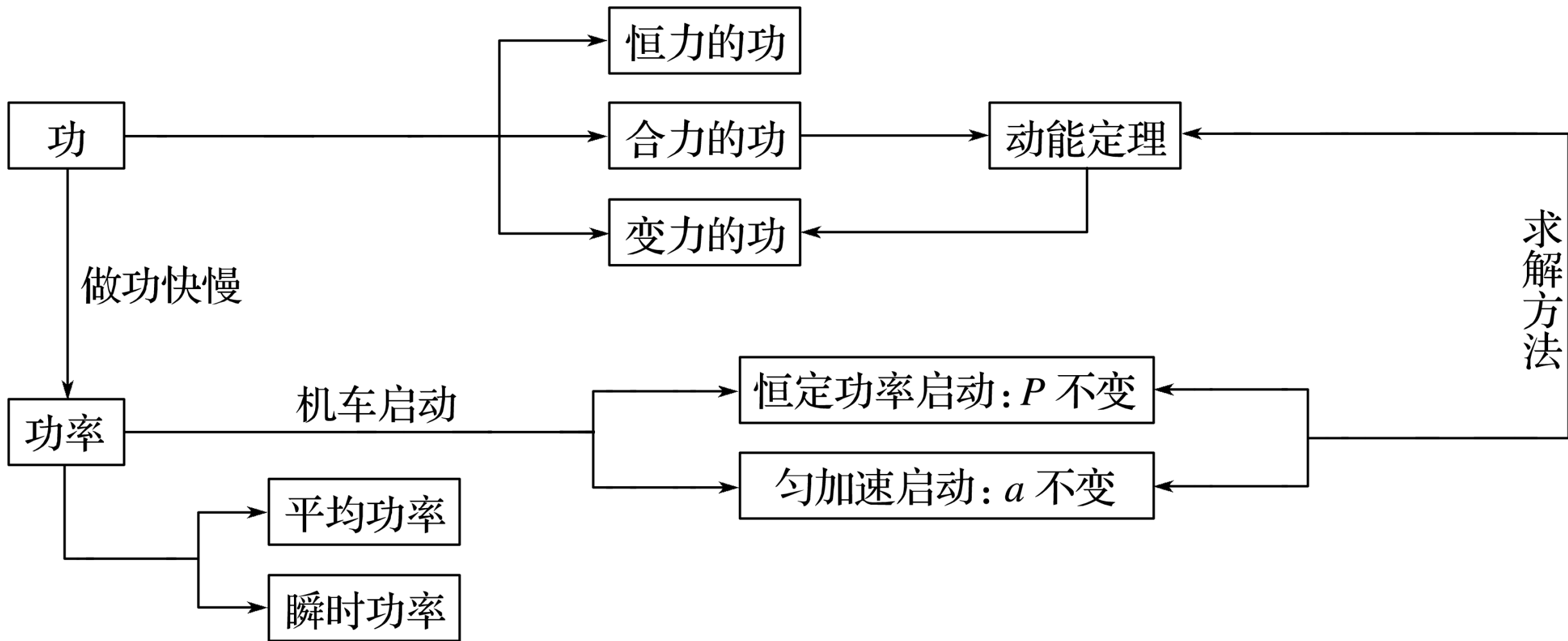


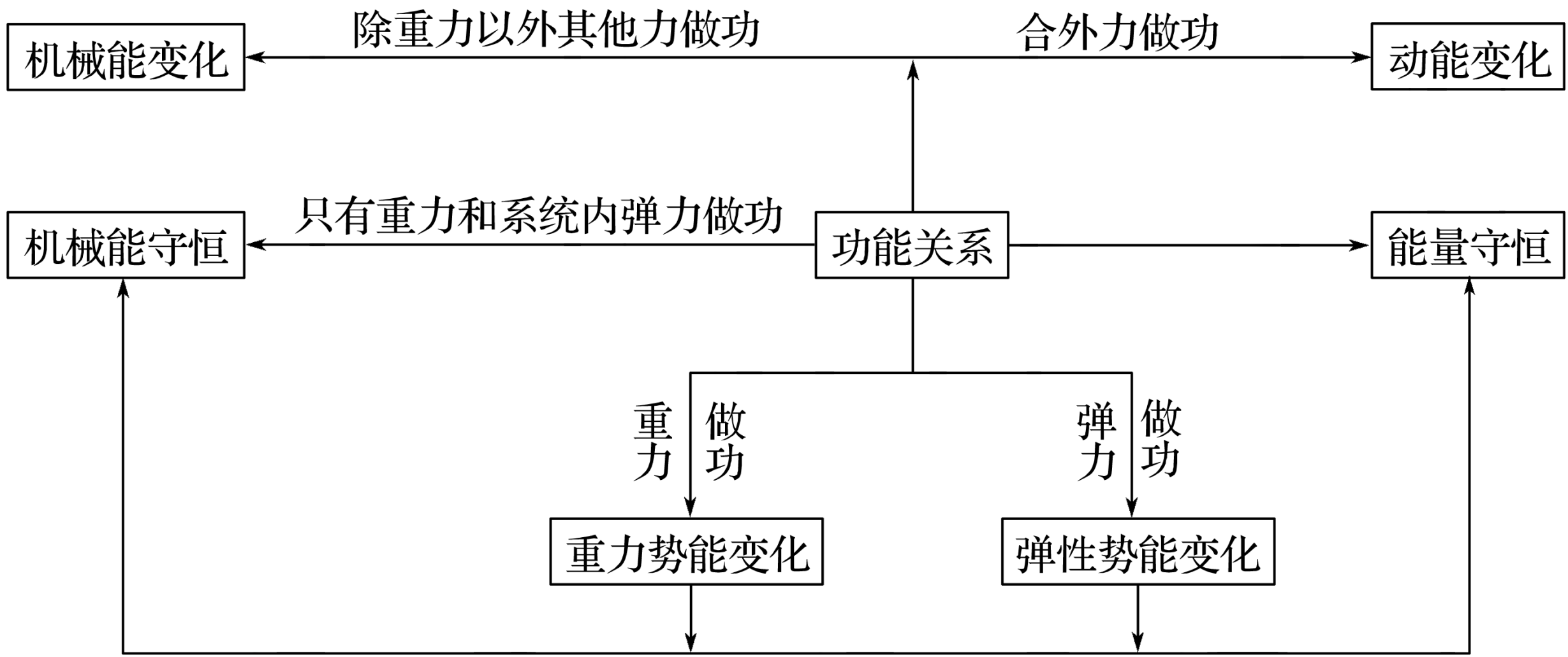
知识专题

专题5 功能关系的理解和应用



网络构建





考题一 功和功率的计算

考题二 功能关系的应用

考题三 动力学和能量观点的综合应用

知识精讲

1. 功的计算

	力的特点	计算方法
恒力的功	单个恒力	$W = Fl\cos\alpha$
	合力为恒力	1. 先求合力，再求 $W = F_{\text{合}}l$ 2. $W = W_1 + W_2 + \dots$
变力的功	大小恒定，且方向始终沿轨迹切线方向	力的大小跟路程的乘积
	力与位移成线性变化	$W = \overline{F}l\cos\theta$
	已知 $F - l$ 图象	功的大小等于“面积”

2.功率的计算

(1) $P = \frac{W}{t}$ ，适用于计算平均功率；

(2) $P = Fv \cos \theta$ ，若 v 为瞬时速度， P 为瞬时功率，若 v 为平均速度， P 为平均功率。

典例剖析

例 1 (2016·全国甲卷·21) 如图 1，小球套在光滑的竖直杆上，轻弹簧一端固定于 O 点，另一端与小球相连。现将小球从 M 点由静止释放，它在下降的过程中经过了 N 点。已知在 M 、 N 两点处，弹簧对小球的弹力大小相等，且 $\angle ONM < \angle OMN < \frac{\pi}{2}$ 。在小球从 M 点运动到 N 点的过程中

- A. 弹力对小球先做正功后做负功
- B. 有两个时刻小球的加速度等于重力加速度
- C. 弹簧长度最短时，弹力对小球做功的功率为零
- D. 小球到达 N 点时的动能等于其在 M 、 N 两点的重力势能差

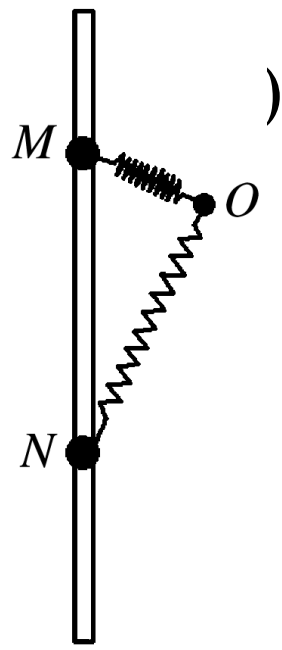


图 1

[变式训练]

1.(2016·天津理综·8) 我国高铁技术处于世界领先水平. 和谐号动车组是由动车和拖车编组而成, 提供动力的车厢叫动车, 不提供动力的车厢叫拖车, 如图 2 所示. 假设动车组各车厢质量均相等, 动车的额定功率都相同, 动车组在水平直轨道上运行过程中阻力与车重成正比. 某列车组由 8 节车厢组

第 1、5 节车厢为动车, 其余为拖车, 则该动车组 (?)



图 2

A. 启动时乘客受到车厢作用力的方向与车运动的方向相反

✓ B. 做匀加速运动时, 第 5、6 节与第 6、7 节车厢间的作用力之比为 3:2

C. 进站时从关闭发动机到停下来滑行的距离与关闭发动机时的速度成正比

✓ D. 与改为 4 节动车带 4 节拖车的动车组最大速度之比为 1:2

2. 如图 3 是滑雪场的一条雪道。质量为 70 kg 的某滑雪运动员由 A 点沿圆弧轨道滑下，在 B 点以 $5\sqrt{3} \text{ m/s}$ 的速度水平飞出，落到了倾斜轨道上的 C 点（图中未画出）。不计空气阻力， $\theta = 30^\circ$ ， $g = 10 \text{ m/s}^2$ ，则下列 **?** 所正确

✓ A. 该滑雪运动员腾空的时间为 1 s

B. BC 两点间的落差为 $5\sqrt{3} \text{ m}$

C. 落到 C 点时重力的瞬时功率为 $3500\sqrt{7} \text{ W}$

✓ D. 若该滑雪运动员从更高处滑下，落到 C 点时速度与竖直方向的夹角不变

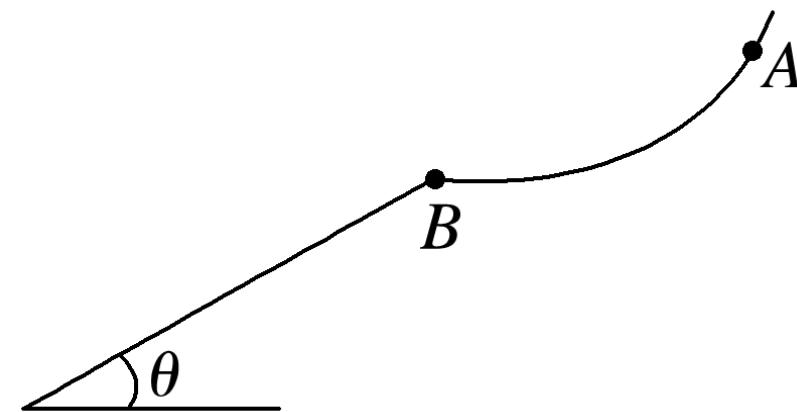


图 3

3. 如图 4，曲面 EC 是半径为 $R = 0.4 \frac{1}{4}$ 的圆弧， C 端切线水平且与水平面 CA 相连，在 CE 上固定一光滑木板 CD ， CD 与 CA 平滑连接，质量为 $m = 0.2 \text{ kg}$ 的小滑块从水平面上 A 处以初速度 $v_0 = 4 \text{ m/s}$ 向左运动，恰好可以到达木板的 D 端，下滑后停在 B 处， $AB = 3BC$ ，重力加速度取 10 m/s^2 ，**?**由题中信息可求出（ ）

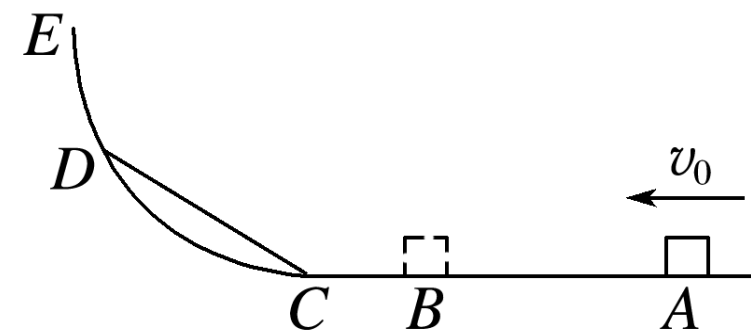
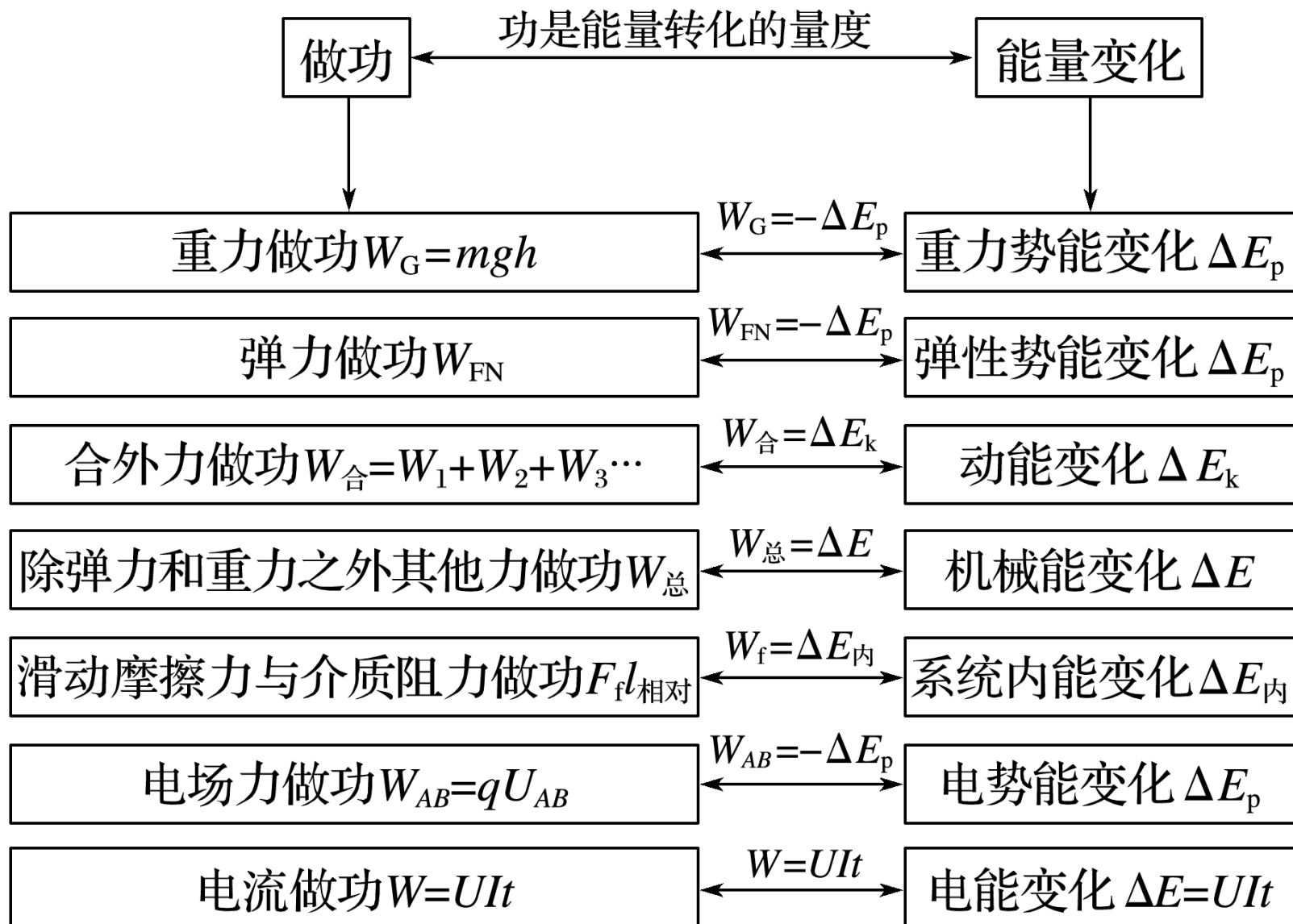


图 4

- A. 滑块与水平面 AC 的动摩擦因数 μ
- B. 木板 CD 与水平面的夹角
- C. 滑块在木板 CD 上下滑时重力的平均功率
- D. 整个过程的摩擦热

知识精讲

1. 做功的过程就是能量的转化过程. 做了多少功, 就有多少能量发生了转化. 功是能量转化的量度. 常见的几种功能关系:



2. 在常见的功能关系中，动能定理应用尤为广泛。

(1) 对于物体运动过程中不涉及加速度和时间，而涉及力和位移、速度的问题时，一般选择动能定理，尤其是曲线运动、多过程的直线运动等。

(2) 如果物体只有重力和弹力做功而又不涉及物体运动过程中的加速度和时间，既可用机械能守恒定律，又可用动能定理求解。

典例剖析

例 2 (2016·全国甲卷·25) 轻质弹簧原长为 $2l$ ，将弹簧竖直放置在地面上，在其顶端将一质量为 $5m$ 的物体由静止释放，当弹簧被压缩到最短时，弹簧长度为 l 。现将该弹簧水平放置，一端固定在 A 点，另一端与物块 P 接触但不连接。 AB 是长度为 $5l$ 的水平轨道， B 端与半径为 l 的光滑半圆轨道 BCD 相切，半圆的直径 BD 竖直，如图 5 所示。物块 P 与 AB 间的动摩擦因数 $\mu = 0.5$ 。用外力推动物块 P ，将弹簧压缩至长

始

沿轨道运动，重力加速度大小为 g 。

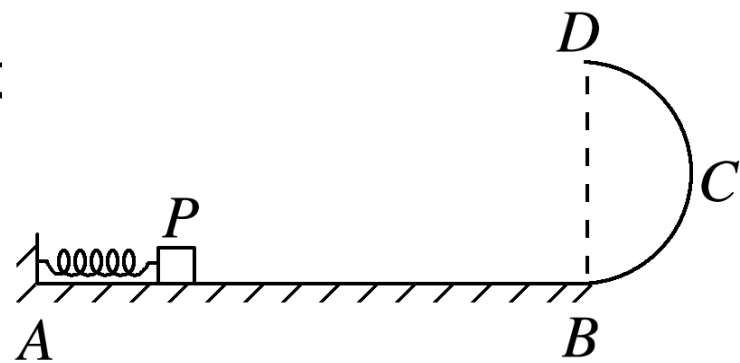


图 5

(1) 若 P 的质量为 m ，求 P 到达 B 点时速度的大小，以及

(2) 若 P 能滑上圆轨道，且仍能沿圆轨道滑下，求 P 的质量的取值范围。

解析 设 P 的质量为 M ，为使 P 能滑上圆轨道，它到达 B 点时的速度不能小于零。由①②式可知

$$5mgl > \mu Mg \cdot 4l \quad \text{⑩}$$

要使 P 仍能沿圆轨道滑回， P 在圆轨道的上升高度不能超过半圆轨道的中点 C 。由机械能守恒定律有

$$\frac{1}{2}Mv_B'^2 \leq Mgl \quad \text{⑪}$$

$$E_p = \frac{1}{2}Mv_B'^2 + \mu Mg \cdot 4l \quad \text{⑫}$$

联立①⑩⑪⑫式得 $\frac{5}{3}m \leq M < \frac{5}{2}m$

答案 $\frac{5}{3}m \leq M < \frac{5}{2}m$

[变式训练]

4.(2016·四川理综·1) 韩晓鹏是我国首位在冬奥会雪上项目夺冠的运动员。他在一次自由式滑雪空中技巧比赛中沿“助滑区”保持同一姿态下滑了一段距离，重力对他做功 1 900 J，他克服阻力做功 100 J。韩晓鹏在此过程中 ()

- ✓ A. 动能增加了 1 900 J B. 动能增加了 2 000 J
C. 重力势能减小了 1 900 J D. 重力势能减小了 2 000 J

解析 由题可得，重力做功 $W_G = 1\,900\text{ J}$ ，则重力势能减少 1 900 J，故 C 正确，D 错误；

由动能定理得， $W_G - W_f = \Delta E_k$ ，克服阻力做功 $W_f = 100\text{ J}$ ，则动能增加

5. 如图 6 所示，楔形木块 abc 固定在水平面上，粗糙斜面 ab 与水平面的夹角为 60° ，光滑斜面 bc 与水平面的夹角为 30° ，顶角 b 处安装一定滑轮。质量分别为 M 、 m ($M > m$) 的滑块，通过不可伸长的轻绳跨过定滑轮连接，轻绳与斜面平行。两滑块由静止释放后，沿斜面做匀加速运动。若不计滑轮的质量和摩擦，在两滑块沿斜面运动的过程中（

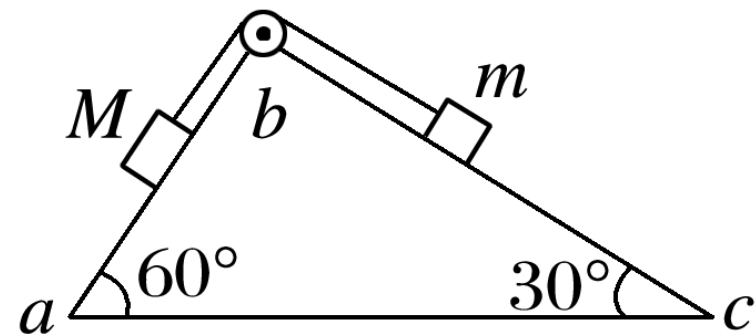


图 6

A. 轻绳对滑轮作用力的方向是竖直向下

B. 拉力和重力对 M 做功之和大于 M 动能的增加

C. 拉力对 M 做的功等于 M 机械能的增加

D. 两滑块组成系统的机械能损失等于 M 克服摩擦力做的功

方法指导

力学综合问题，涉及动力学、功能关系，解决此类问题关键要做好“四选择”。

(1) 当物体受到恒力作用发生运动状态的改变而且又涉及时间时，一般选择用动力学方法解题；

(2) 当涉及功、能和位移时，一般选用动能定理、机械能守恒定律、功能关系或能量守恒定律解题，题目中出现相对位移时，应优先选择能量守恒定律；

(3) 当涉及细节并要求分析力时，一般选择牛顿运动定律，对某一时刻的问

典例剖析

例 3 如图 7 所示，光滑管状轨道 ABC 由直轨道 AB 和圆弧轨道 BC 组成，二者在 B 处相切并平滑连接， O 为圆心， O 、 A 在同一条水平线上， OC 竖直，一直径略小于圆管直径的质量为 m 的小球，用细线穿过管道与质量为 M 的物块连接，将小球由 A 点静止释放，当小球运动到 B 处时细线断裂，小球继续运动。已知弧形轨道的半径为 $R = \frac{8}{3} \text{ m}$ ，所对应的圆心角 0.8 rad ， $\cos 53^\circ = 0.6$ ， $g = 10 \text{ m/s}^2$ 。

(1) 若 $M = 5m$ ，求小球在直轨道部分运动时的加速度大小

(2) 若 $M = 5m$ ，求小球从 C 点抛出后下落高度 $h = \frac{4}{3} \text{ m}$ 时到 C 点的水平位移。

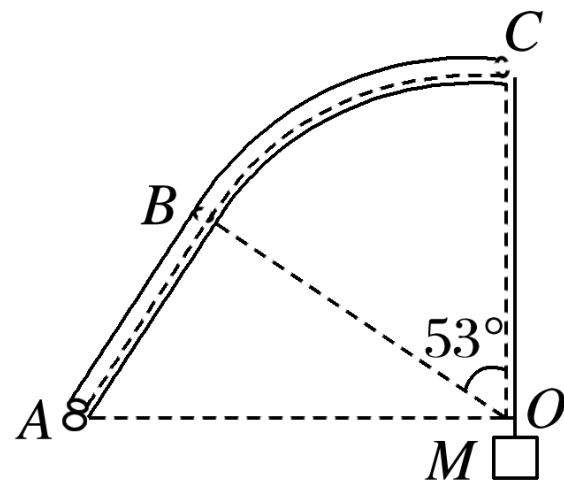


图 7

[思维规范流程]

步骤 1 : 在直轨道部分, 对小球、物块列牛顿第二定律方程

对小球 : ~~$F - mg \sin 53^\circ = ma$~~

$$Mg - F = Ma \quad \textcircled{1}$$

对物块 : _____ $\textcircled{2}$

得 $a =$ _____ m/s^2 $\textcircled{3}$

步骤 2：在直角 $\triangle OAB$ 中，
由几何关系得 x_{AB} ，由运动
学方程，得 v_B

B 到 C ，列机械能守恒方程

过 C 后，平抛运动分方向列
方程

$$x_{AB} = \frac{R}{\tan 53^\circ} \quad \text{④}$$

$$v_B = \frac{\sqrt{2ax_{AB}}}{1} = \frac{2\sqrt{7}}{1} \text{ m/s} \quad \text{⑤}$$

$B \rightarrow C$ ：

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgR(1 - \cos 53^\circ) \quad \text{⑥}$$

$$\text{过 } C \text{ 点后：} x = \frac{v_C t}{1} \quad \text{⑦}$$

$$h = \frac{\frac{1}{2}gt^2}{1} \quad \text{⑧}$$

$$\text{得：} x = \frac{4}{3} \text{ m} \quad \text{⑨}$$

步骤 3 : $A \rightarrow B$: 列系统机械能守恒方程

$A \rightarrow B$ 对 (M, m) 系统

$$\frac{1}{2}(M+m)v^2 = Mgx_{AB} - mgx_{AB}\sin 53^\circ \quad (10)$$

$B \rightarrow C$, 小球恰好能到达 C 点时, $v_C = 0$

线断后, 对球由 $B \rightarrow C$ 列动能定理关系式

$$-mgR(1 - \cos 53^\circ) = 0 - \frac{1}{2}mv^2 \quad (11)$$

$$\text{得: } M \geq \frac{20}{7}m \quad (12)$$

①②⑥⑩⑪⑫ 每式各 2 分, 其余各式 1

[变式训练]

6.(2016·天津理综·10) 我国将于 2022 年举办冬奥会，跳台滑雪是其中最具观赏性的项目之一。如图 8 所示，质量 $m = 60 \text{ kg}$ 的运动员从长直助滑道 AB 的 A 处由静止开始以加速度 $a = 3.6 \text{ m/s}^2$ 匀加速滑下，到达助滑道末端 B 时速度 $v_B = 24 \text{ m/s}$ ， A 与 B 的竖直高度差 $H = 48 \text{ m}$ ，为了改变运动员的运动方向，在助滑道与起跳台之间用一段弯曲滑道衔接，其中最低点 C 处附近是一段以 O 为圆心的圆弧。助滑道末端 B 与 C 高度差 $h = 5 \text{ m}$ ，运动员在 B 、 C 间运动时阻力做功 $W = -1530 \text{ J}$ ，取 $g = 10 \text{ m/s}^2$ 。

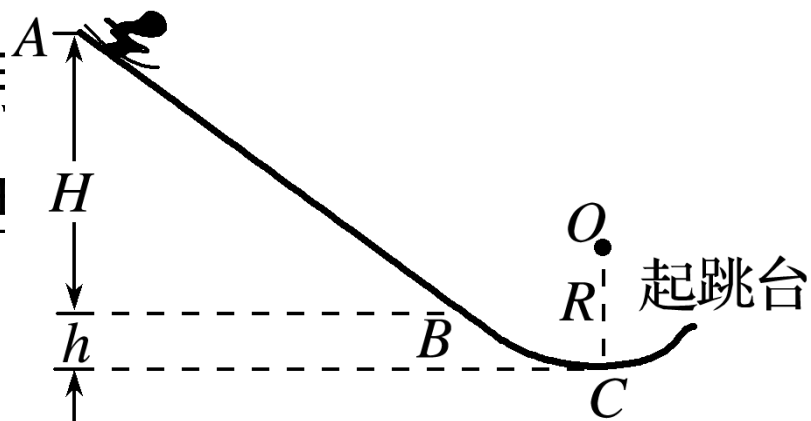


图 8

(1) 求运动员在 AB 段下滑时受到阻力 F_f 的大小；

(2) 若运动员能够承受的最大压力为其所受重力的 6 倍，则 C 点所在圆弧的半径 R 至少应为多大。

解析 设运动员到达 C 点时的速度为 v_C ，在由 B 到达 C 的过程中，由动能

$$\text{定理得 } mgh + W = \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 \quad \text{④}$$

设运动员在 C 点所受的支持力为 F_N ，由牛顿第二定律有

$$F_N - mg = m\frac{v_C^2}{R} \quad \text{⑤}$$

由题意和牛顿第三定律知 $F_N = 6mg$ ⑥

联立④⑤⑥式，代入数据解得 $R = 12.5 \text{ m}$ 。

答案 12.5 m

7. 过山车是游乐场中常见的设施. 图 9 是一种过山车运行轨道的简易模型, 它由竖直平面内粗糙斜面轨道和光滑圆形轨道组成. 过山车与斜面轨道间的动摩擦因数为 μ , 圆形轨道半径为 R , A 点是圆形轨道与斜面轨道的切点. 过山车 (可视为质点) 从倾角为 θ 的斜面轨道某一点由静止开始释放并顺利通过圆形轨道. 若整个过程中, 人能承受过山车对他的作用力不超过其自身重力的 8 倍. 求过山车释放点距 A 点的距离范围.

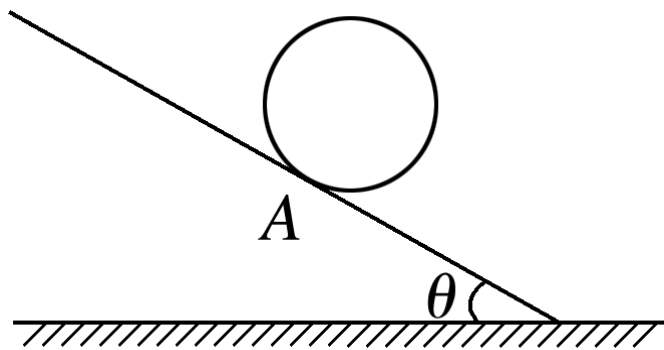


图 9