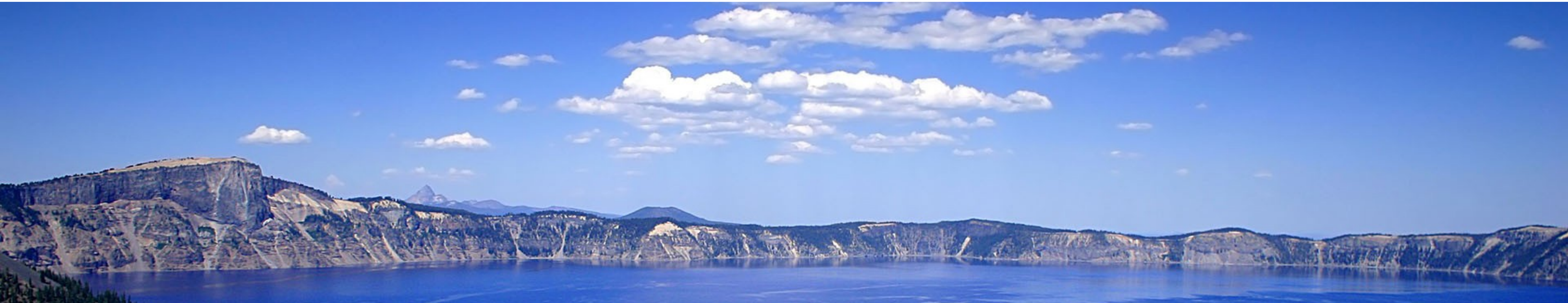
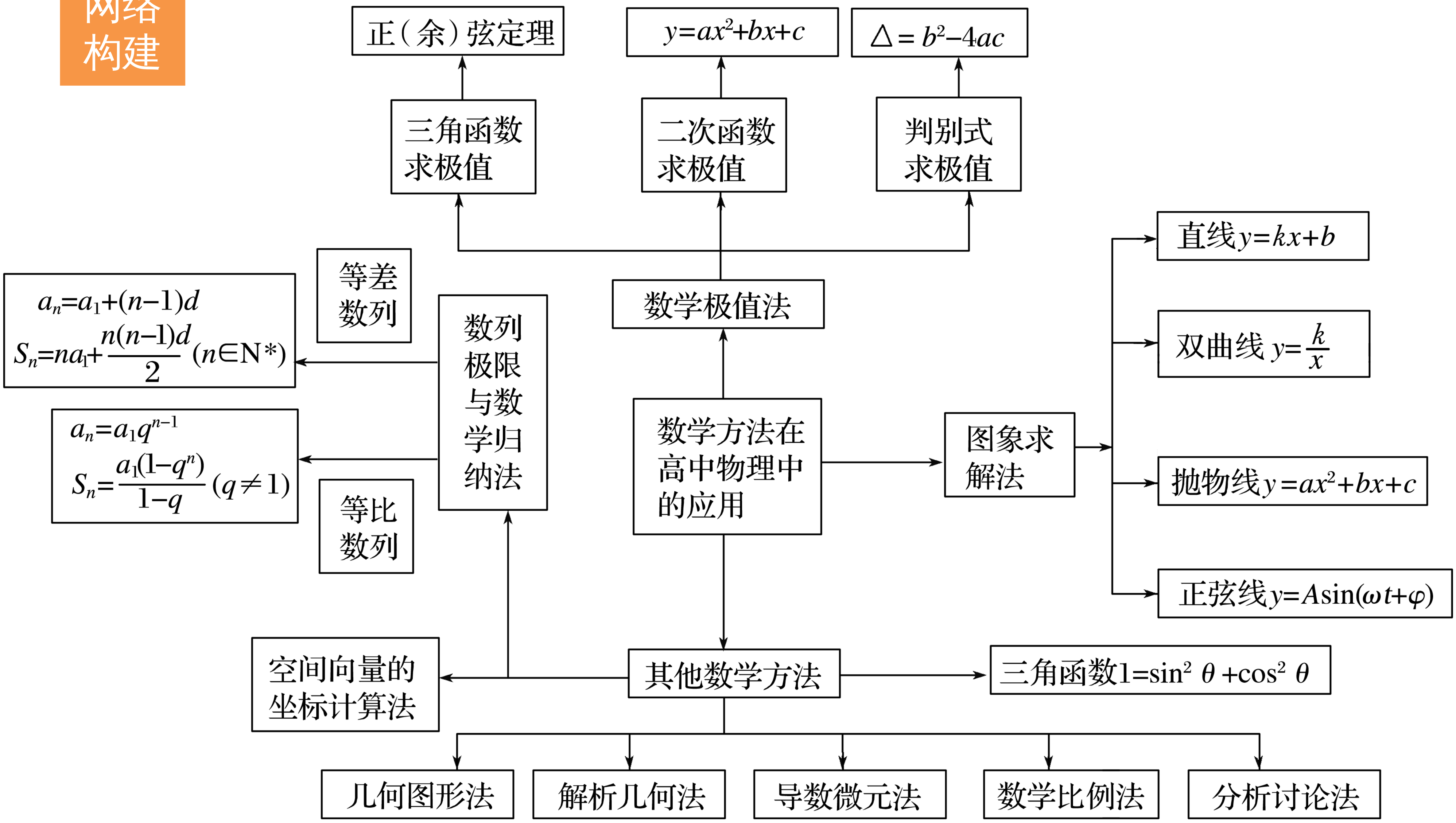
方法专题

专题14　数学方法的应用



网络构建


正(余)弦定理
$y=ax^2+bx+c$
$\Delta=b^2-4ac$
三角函数求极值
二次函数求极值
判别式求极值
数学极值法
等差数列
$a_n=a_1+(n-1)d$
$S_n=na_1+\frac{n(n-1)d}{2}(n\in N^*)$
数列极限与数学归纳法
$a_n=a_1q^{n-1}$
$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}(q\neq 1)$
等比数列
数学方法在高中物理中的应用
图象求解法
直线$y=kx+b$
双曲线 $y=\frac{k}{x}$
抛物线$y=ax^2+bx+c$
正弦线$y=A\sin(\omega t+\varphi)$
空间向量的坐标计算法
其他数学方法
三角函数$1=\sin^2\theta+\cos^2\theta$
几何图形法
解析几何法
导数微元法
数学比例法
分析讨论法

知识精讲

1. 罗列物理中常用数学方法，熟悉其内容及其变形.

2. 熟悉数学在物理题中应用的特点.

3. 理解物理公式或图象所表示的物理意义，不能单纯地从抽象的数学意义去理解物理问题，防止单纯从数学的观点出发，将物理公式"纯数学化"的倾向.

典例剖析

例 1 如图 1 所示，AB 是竖直平面内圆心为 O、半径为 R 的圆上水平方向的直径，AC 是圆上的一条弦．该圆处在某一匀强电场中，电场线与圆平面平行，将一质量为 m、电荷量为 q 的带正电小球从圆周上 A 点以相同的动能抛出，抛出方向不同时，小球会经过圆周上的不同点，若到达 C 点时小球的动能最大，已知$\angle BAC=\alpha=30°$，重力加速度

则电场强度 E 的最小值为 ? ( )

√ A. $\dfrac{mg}{2q}$　　B. $\dfrac{mg}{q}$

C. $\dfrac{\sqrt{3}mg}{2q}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}mg}{q}$

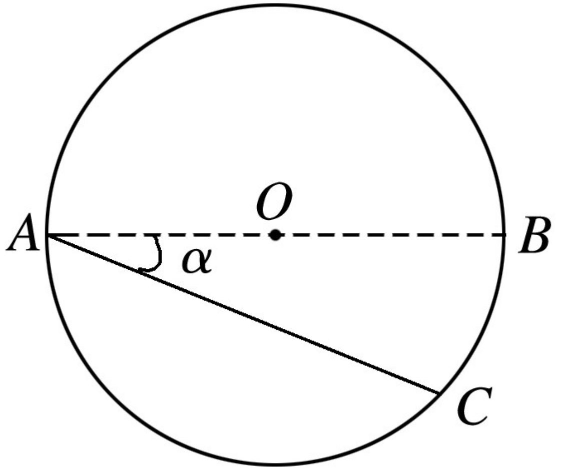


图 1

解析

[变式训练]

1. 如图 2 所示，在斜面上有四条光滑细杆，其中 OA 杆竖直放置，OB 杆与 OD 杆等长，OC 杆与斜面垂直放置，每根杆上都套着一个小滑环 (图中未画出)，四个环分别从 O 点由静止释放，沿 OA、OB、OC、OD 滑到斜面上所用的时间依次为 t_1、t_2、t_3、? 下列 :

(　　)

√ A. $t_1>t_2$　　B. $t_1=t_3$

C. $t_2=t_4$　　D. $t_2<t_4$

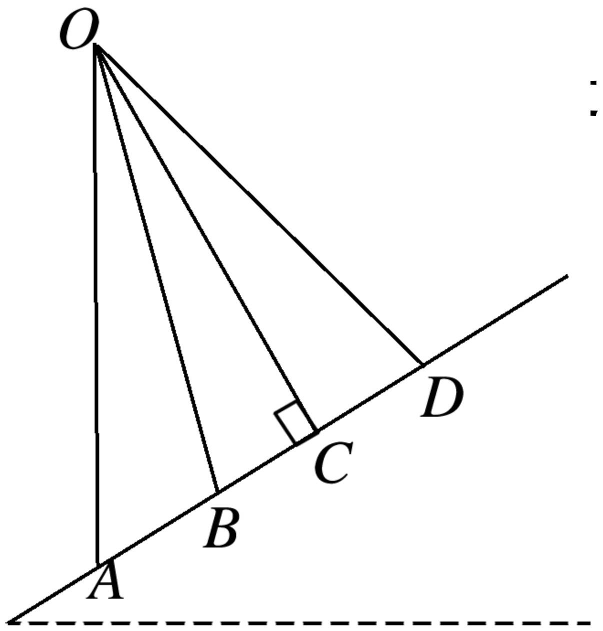


图 2

2. 如图 3 所示，穿在一根光滑固定杆上的小球 A 、 B 通过一条跨过定滑轮的细绳连接，杆与水平面成 θ 角，不计所有摩擦，当两球静止时，OA 绳与杆的夹角为 θ ， OB 绳沿竖直方向，则下列说法正?的是(　　)

A. A 可能受到 2 个力的作用

B. B 可能受到 3 个力的作用

C. A 、 B 的质量之比为 $\tan\theta$∶1

D. A 、 B 的质量之比为 1∶$\tan\theta$

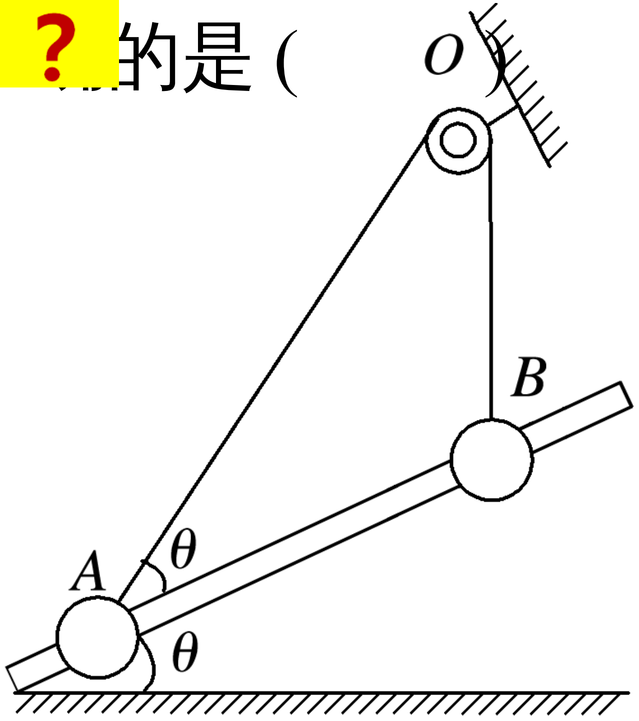


图 3

3. 如图 4 所示，将两个质量均为 m，带电荷量分别为 $+q$、$-q$ 的小球 a、b，用两细线相连并悬挂于 O 点，置于沿水平方向的匀强电场中，电场强度为 E，且 $Eq=mg$，用力 F 拉小球 a，使整个装置处于平衡状态，且两条细线在一条直线上，则 F ? 大小可能为(

√A. $3mg$

B. $\frac{1}{2}mg$

C. mg

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}mg$

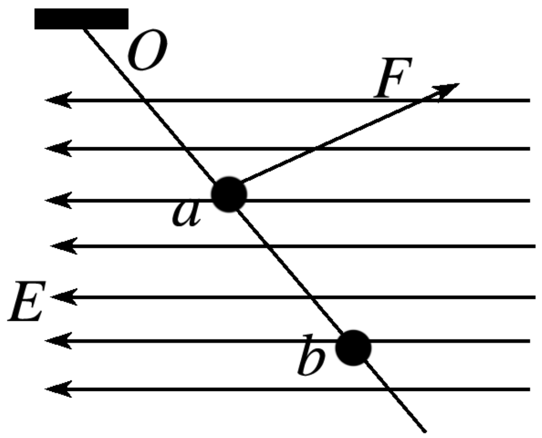


图 4

4. 物理学中有些问题的结论不一定必须通过计算才能验证，有时只需要通过一定的分析就可以判断结论是否正确．如图 5 所示为两个彼此平行且共轴的半径分别为 R_1 和 R_2 的圆环，两圆环上的电荷量均为 $q(q>0)$ ，而且电荷均匀分布．两圆环的圆心 O_1 和 O_2 相距为 $2a$ ，连线的中点为 O ，轴线上的 A 点在 O 点右侧与 O 点相距为 $r(r<a)$. 试分析判断下列关于 A 点处电场强度大小 E 的表达式(式中 k 为静电力常量)正确的是(　　)

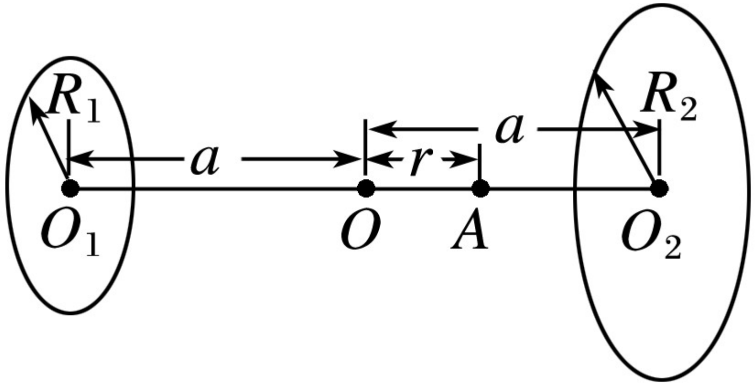


图 5

$$A.E=\left|\frac{kqR_1}{R_1^2+(a+r)^2}-\frac{kqR_2}{R_2^2+(a-r)^2}\right|$$

$$B.E=\left|\frac{kqR_1}{\left[R_1^2+(a+r)^2\right]^{\frac{3}{2}}}-\frac{kqR_2}{\left[R_2^2+(a-r)^2\right]^{\frac{3}{2}}}\right|$$

$$C.E=\left|\frac{kq(a+r)}{R_1^2+(a+r)^2}-\frac{kq(a-r)}{R_2^2+(a-r)^2}\right|$$

√ $$D.E=\left|\frac{kq(a+r)}{\left[R_1^2+(a+r)^2\right]^{\frac{3}{2}}}-\frac{kq(a-r)}{\left[R_2^2+(a-r)^2\right]^{\frac{3}{2}}}\right|$$

知识精讲

1. 结合实际问题，将客观事物的状态关系和变化过程用数学语言表达出来，经过数学推导和求解，求得结果后再用图象或函数关系把它表示出来.

2. 一般程序

审题——→过程分析——→建立模型——→应用数学思想或方法——→求解并验证.

3. 弄清物理公式的运用条件和应用范围；注意数学的解与物理解的统一.

典例剖析

例 2 如图 6 甲所示，木板与水平地面间的夹角 θ 可以随意改变，当 $\theta=30°$ 时，可视为质点的一小物块恰好能沿着木板匀速下滑．若让该小物块从木板的底端以大小恒定的速度 v_0 沿木板向上运动（如图乙），随着 θ 的改变，小物块沿木板滑行的距离 s 将发生变化，重力加速度为 g.

(1) 求小物块与木板间的动摩擦因数；

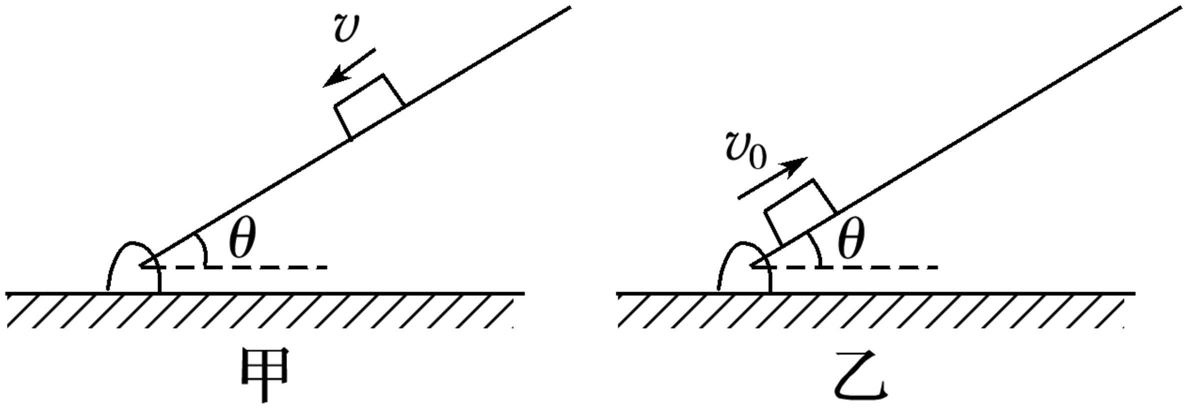
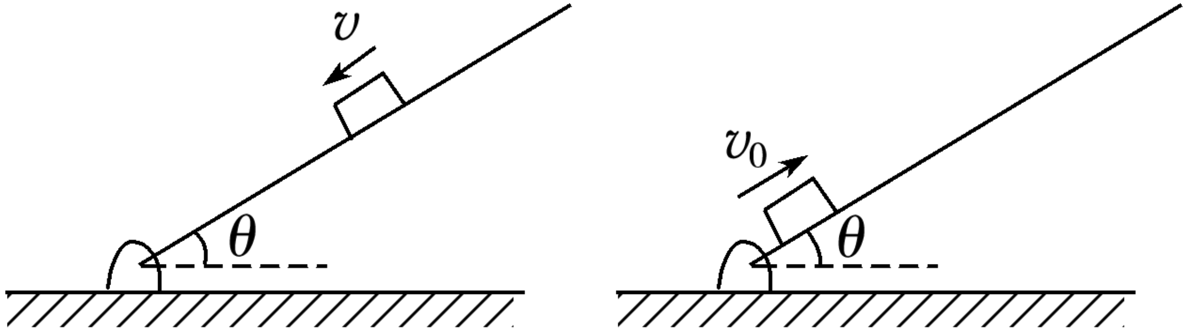


图 6

(2) 当 θ 角满足什么条件时，小物块沿木板上滑的距离最小，并求出此最小值.



甲　乙

解析　小物块向上运动，则有：

$mg\sin\theta + \mu mg\cos\theta = ma$

物块的位移为 x：$v_0^2 = 2ax$

$$x = \frac{v_0^2}{2g(\sin\theta + \mu\cos\theta)} = \frac{v_0^2}{2g\sqrt{1+\mu^2}\sin(\theta+\alpha)}$$

令：$\tan\alpha = \mu$，当 $\theta + \alpha = 90°$ 时，x 最小

此时有：$\theta = 60°$

有：$x_{min} = \dfrac{v_0^2}{2g(\sin 60° + \mu\cos 60°)} = \dfrac{\sqrt{3}v_0^2}{4g}$.

答案　$\theta = 60°$　$\dfrac{\sqrt{3}v_0^2}{4g}$

解析答案

[变式训练]

5. 如图 7 所示，在“十”字交叉互通的两条水平直行道路上，分别有甲、乙两辆汽车运动，以“十”字中心为原点，沿直道建立 xOy 坐标系．在 $t=0$ 时刻，甲车坐标为 $(1,0)$，以速度 $v_0=k$ m/s 沿 $-x$ 轴方向做匀速直线运动，乙车沿 $+y$ 方向运动，其坐标为 $(0，y)$，y 与时间 t 的关系为 $y=\sqrt{1+2k^2t}$ m，关系式中 $k>0$，问：

(1) 当 k 满足什么条件时，甲、乙两车间的距离有最小值，最小值为多大？

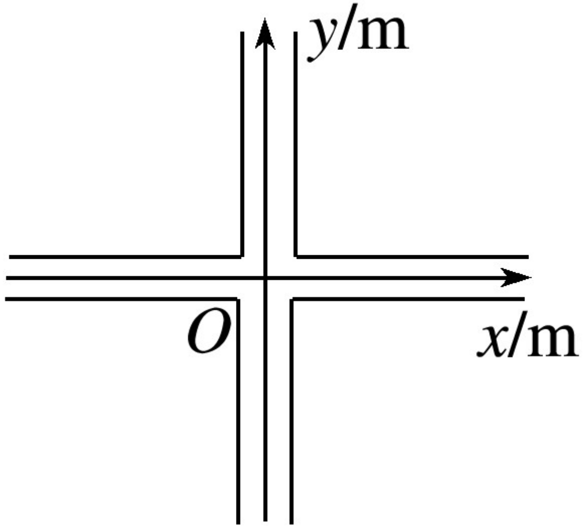
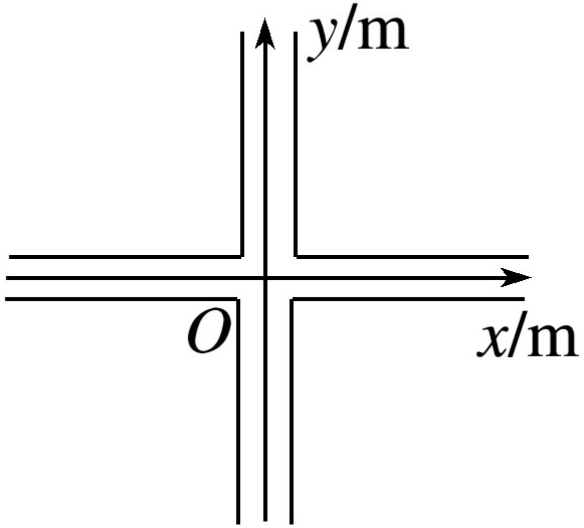


图 7

(2) 当 k 为何值时，甲车运动到 O 处，与乙车的距离和 $t=0$ 时刻的距离相同？

解析 当 $t=0$ 时，甲车坐标为(1,0)，乙车坐标为(0,1)，



此时两车距离 $s_0=\sqrt{2}$ m.

当甲车运动到 O 处时， $kt=1$

乙车 $y=\sqrt{1+2k^2t}$ m $=\sqrt{2}$ m

两式联立解得：$k=\frac{1}{2}$.

答案 $\frac{1}{2}$

6. 一小球从 $h_0=45$ m 高处自由下落，着地后又弹起，然后又下落，每与地面相碰一次，速度大小就变化为原来的 k 倍 若 $k=\frac{1}{2}$，求小球从下落直至停止运动所用的时间 .(g 取 10 m/s^2，碰撞时间忽略不计)

7. 一轻绳一端固定在 O 点，另一端拴一小球，拉起小球使轻绳水平，然后无初速度地释放，如图 8 所示，小球在运动至轻绳达到竖直位置的过程中，小球所受重力的瞬时功率在何处取得最大值？

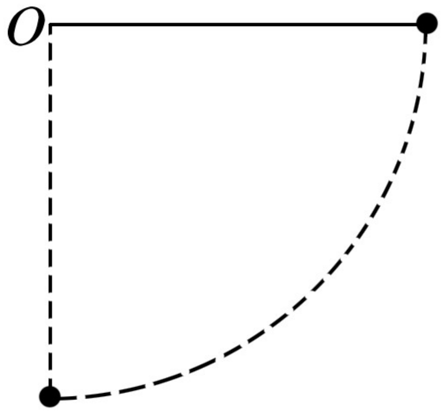


图 8