第三单元　因数和倍数

一、因数和倍数

1.在整数除法中,如果商是整数且没有余数,那么被除数就是除数和商的倍数,除数和商就是被除数的因数。

用字母表示:如果 $a \div b=c$(a、b、c 都是不为 0 的自然数),那么 b、c 就是 a 的因数,a 就是 b、c 的倍数,因数和倍数是相互依存的。

2.因数和倍数的关系。

因数和倍数是两个不同但又互相依存的概念,二者不能单独存在,既不能单独说谁是倍数,也不能说单独说谁是因数,应该说谁是谁的倍数,谁是谁的因数。

3.求一个数的因数的方法。

(1)列乘法算式找:把这个数写成两个整数相乘的形式,算式中的每个整数都是这个数的因数。

(2)列除法算式找:用这个数分别除以大于等于 1 且小于等于它本身的所有整数,所得的商是整数且无余数时,这些除数和商就是这个数的因数。

4.表示一个数的因数的方法:列举法,集合法。

5.一个数的因数的特点:一个数的因数的个数是有限的,其中最小的因数是 1,最大的因数是它的本身。

6.找一个数的倍数的方法。

(1)列乘法算式找:用这个数依次与非 0 自然数相乘,所得的积就是这个数的倍数。

(2)列除法算式找:哪些非 0 自然数除以这个数的商是整数且没有余数,这些非 0 自然数就是这个数的倍数。

7.表示一个数的倍数的方法:列举法,集合法。

8. 2 的倍数的特征:个位上是 0、2、4、6、8 的数,都是 2 的倍数。

9. 5 的倍数的特征:个位上是 0 或 5 的数,都是 5 的倍数。

10.同时是 2 和 5 的倍数的特征:个位上是 0 的数,就同时是 2 和 5 的倍数。

11.一个数的倍数的特点:一个数的倍数是无限的,最小的倍数是它本身,没有最大的倍数。

12.偶数:在自然数中,是 2 的倍数的数叫作偶数。在自然数中最小的偶数是 0,没有最大的偶数。

13.偶数的表示方法:如果用 a 表示自然数,那么偶数可以用 $2a$ 表示。

14.奇数:在自然数中,不是 2 的倍数的数叫作奇数。在自然数中最小的奇数是 1,没有最大的奇数。

15.奇数的表示方法:如果用 a 表示自然数,那么奇数可以用 $2a+1$ 表示。

导学点睛

重点提示:

在自然数中,0 是一个特殊的数。0 乘任何数都等于 0,所以 0 是任何一个非 0 自然数的倍数,任何非 0 自然数都是 0 的因数,因此,在研究因数和倍数时,我们所说的数指的是不包括 0 的自然数。

知识巧记:

因数和倍数,
单独不存在,
互相来依靠,
永远不分开。

重点提示:

一个非 0 自然数既是它本身的倍数,又是它本身的因数。

易错题:

判断:在自然数中,最小的奇数是 1,最小的偶数是 2。( )。

错解分析:没有注意自然数 0,0 是最小的偶数。

正确答案:×

重点提示:

偶数+偶数=偶数
偶数+奇数=奇数

16.3 的倍数的特征:一个数的各位上的数字的和是 3 的倍数,这个数就是 3 的倍数。

二、质数与合数

1.质数:一个数只有 1 和它本身两个因数,这个数叫作质数(也叫素数)。

2.一个数除了 1 和它本身,还有别的因数,这个数叫作合数。

3.自然数的个数是无限的,质数与合数的个数也是无限的,没有最大的质数,也没有最大的合数。

4. 1 既不是质数,也不是合数,最小的质数是 2,最小的合数是 4。

5.如果按照一个数的因数个数把自然数(0 除外)分类,那么自然数可以分成 3 类。

(1)1(只有 1 个因数)

(2)质数(只有 2 个因数)

(3)合数(至少有 3 个因数)

6.如果按照一个数是不是 2 的倍数,把自然数分类,可以分成 2 类。

(1)奇数(不是 2 的倍数)

(2)偶数(是 2 的倍数)

三、公因数

1.几个数公有的因数,叫作这几个数的公因数;其中最大的一个,叫作这几个数的最大公因数。

2.求两个数的最大公因数的方法。

(1)列举法:先分别找出两个数的因数,再从中找出它们的公因数,最后找出最大的一个。

(2)筛选法:先找出两个数中较小数的因数,再从中圈出较大数的因数,最后找出最大的一个。

(3)用短除法来求最大公因数。举例:

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 18 & 24 \\ \hline 3 & 9 & 12 \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$$

用 18 和 24 公有的质因数按从小到大的顺序去除这两个数,除到这两个数的商只有公因数 1 为止,然后把所有的除数相乘,所得的积就是 18 和 24 的最大公因数,即 2×3=6。

3.最大公因数的表示方法。

如:4 和 6 的最大公因数是 2,可记作:(4,6)=2。

4.求两个数的最大公因数的特殊情况。

(1)成倍数关系的两个数,最大公因数是较小数。

(2)只有公因数 1 的两个数的最大公因数是 1。

四、公倍数

1.几个数公有的倍数,叫作这几个数的公倍数;其中最

奇数+奇数=偶数

重点提示:

2 既是质数又是偶数。

重点提示:

1 只有 1 个因数 1,所以 1 既不是质数,也不是合数。

方法提示:

判断一个数是合数还是质数,关键看它含有因数的个数。

重点提示:

每个数的因数的个数是有限的,因此两个数或多个数的公因数的个数也是有限的。

易错题:

两个数的最大公因数是 1,最小公倍数是 35,这两个数是(C)。

A.5 和 7

B.15 和 20

C.35 和 5

错解分析:虽然 35 和 5 的最小公倍数是 35,但它们的最大公因数是 5 而不是 1。

重点提示:

两个数的公倍数的个数是无限的,其中每个公倍数都是最小公倍数的倍数。

小的一个,叫作这几个数的最小公倍数。

2.求最小公倍数的方法。

(1)先分别找出两个数各自的倍数,再从中找出它们的公倍数,最后找出最小的一个。

(2)试除法:先找出两个数中较大数的倍数,再用较大数的倍数按从小到大的顺序依次除以较小数,第一个能被整除的数就是这两个数的最小公倍数。

(3)用短除法来求最小公倍数。举例:

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 18 & 24 \\ \hline 3 & 9 & 12 \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$$

用 18 和 24 公有的质因数按从小到大的顺序去除这两个数,除到这两个数的商只有公因数 1 为止,然后把所有的除数和所得的商相乘,所得的积就是 18 和 24 的最小公倍数,即 $2\times3\times3\times4=72$。

3.最小公倍数的表示方法。

如:4 和 6 的最小公倍数是 12,可记作:〔4,6〕=12。

4.公倍数的表示方法。

(1)列举法。

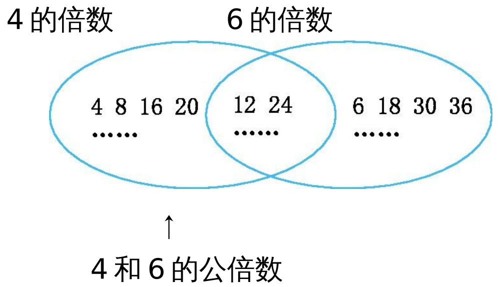
举例:

4 的倍数有 4、8、12、16、20、24……

6 的倍数有 12、18、24、30、36……

4 和 6 的公倍数有 12、24……其中最小的一个是 12。

(2)集合法。



5.求两个数的最小公倍数的特殊情况。

(1)当两个数成倍数关系时,最小公倍数是比较大的数;当两个数只有公因数 1 时,这两个数的积就是它们的最小公倍数。

(2)连续的两个自然数的最小公倍数就是它们的积;连续的两个偶数的最小公倍数是它们的积除以 2,连续的两个奇数的最小公倍数是它们的积。

思想方法提示:

用集合法表示公倍数,体现了集合思想。