

三 剪纸中的数学——分数加减法(一)

一、公因数和最大公因数

1. 公因数和最大公因数的意义

几个数公有的因数,叫作这几个数的公因数;其中最大的一个叫作它们的最大公因数。如 1、2、4 是 8 和 12 的公有的因数,叫作它们的公因数。其中 4 是最大的公因数,叫作它们的最大公因数。

2. 找公因数的方法

用列举法找公因数:先分别写出每个数的因数,再找出它们的公因数。

一个数的因数,可以从最小的因数 1 找起,一直找到它本身。

3. 找最大公因数的方法

(1)列举法:可以先列举出每个数的因数,再从中找出它们的公因数,最后找出最大的一个;也可以先列举出其中一个的因数,再从中找出另一个的因数,即它们的公因数,最后找出最大的一个。

(2)短除法:用两个数的公有因数依次作除数去除这两个数,除到只有公因数 1 为止。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \quad 18 \quad \cdots\cdots \text{用公因数} 2 \text{去除} \\ 3 & 6 \quad 9 \quad \cdots\cdots \text{用公因数} 3 \text{去除} \\ & 2 \quad 3 \quad \cdots\cdots \text{除到公因数只有} 1 \text{为止} \end{array}$$

12 和 18 的最大公因数是 $2 \times 3 = 6$ 。

(3)口算法:当两个数成倍数关系时,它们的最大公因数是较小的数。

4. 因数、公因数、最大公因数三者之间的区别和联系

因数是针对一个数来说的,公因数是指两个或两个以上的数公有的因数,最大公因数是指公因数里面最



大的那一个,公因数与最大公因数离不开因数。



二、同分母分数加减法

1. 同分母分数加法的计算方法

分母不变,分子相加。计算结果一般要约成最简分数。

2. 运用分数的基本性质,把一个分数化成同它相等,但分子、分母都比较小的分数,叫作约分。

约分的依据:分数的基本性质。

3. 分子和分母只有公因数 1 的分数,叫作最简分数。

约分常用的方法:

(1)逐次约分法

导学点睛

找一个数的因数,依次用 1、2、3、4、5……去除这个数。在能整除的时候,除数和商都是这个数的因数;不能整除时,除数和商都不是这个数的因数。

警示:公因数一定是自然数,而且几个自然数的公因数的个数是有限的。

两个数或几个数的最小公因数一定是 1。

警示:用短除法求两个数的最大公因数时,一定要除到所得的两个商是互质数(只有公因数 1)为止。

用短除法求两个数的最大公因数时,不能多乘一个公因数也不能少乘一个公因数。

约分时常见的错误:

(1)逐次约分时一定要约到分子和分母只有公因数 1 为止,否则结果不是最简分数,如: $\frac{36}{24}$ 用 9 约分为 $\frac{4}{2}$ 就不是最终结果,还要再约一次等于 $\frac{2}{1}$ 。

(2)逐次约分时,首先要尝试使

用分子和分母的公因数(1除外)去除分子、分母,经过几次约分,直至化成最简分数。

(2)一次约分法

①分数的分子和分母成倍数关系的,分数的分子和分母直接除以分子,可将分数化成最简分数。

②分数的分子、分母不成倍数关系的,分子、分母同时除以它们的最大公因数,可以直接将这个分数化成最简分数。

(3)分子和分母是整百、整十数的分数的约分方法

分子和分母是整百、整十数的分数约分时,先去掉分子和分母末尾相同个数的0,再约成最简分数。

如: $\frac{1500}{10000} = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$

4. 同分母分数减法的计算方法

分母不变,只把分子相减。一般要把计算结果约成最简分数。

运用同分母分数的加法解决问题时,要先分析题意,在理解题意的基础上列式计算。

约分的方法就是分子和分母同时除以它们的公因数。约分时通常要约成最简分数。

三、同分母分数连加、连减及加减混合运算

1. 同分母分数连加的计算方法

按照从左往右的顺序依次计算或按照同分母分数加法的计算方法(分母不变,分子连加)计算。

同分母分数连加时,运用加法的交换律和结合律可使计算简便。

2. 同分母分数连减的计算方法

同分母分数连减的计算方法:按照从左往右的顺序依次计算或直接用被减数的分子减两个减数的分子,分母不变。

同分母分数连减,若出现整数,先把整数化成与减数同分母的分数,再进行计算。

3. 同分母分数的加减混合运算

(1)同分母分数的加减混合运算的运算顺序与整数加减混合运算的运算顺序相同,有括号的,先算括号里面的;没有括号的按从左往右的顺序依次计算。

(2)整数运算定律对于分数同样适用,因此,在计算分数混合运算时,可以灵活运用运算定律进行简便计算。

四、公倍数和最小公倍数

1. 公倍数和最小公倍数的意义

几个数公有的倍数,叫作这几个数的公倍数;其中最小的一个叫作这几个数的最小公倍数。

2. 找公倍数和最小公倍数的方法

(1)根据公倍数和最小公倍数的意义找

用 2、3、5、7 去约分

,当用2、3、5、7不能约

分时,要尝试用 大质

数:11、13、17、19、23、

29、31、37、41、43、47

去约分,如: $\frac{3}{4}$ 可用3约分

为 $\frac{1}{17}$ 。

易错警示:

同分母分数连加、连减、加减混合运算的结果不是最简分数的,要化成最简分数。

易错点:

简算同分母分数的加减混合算式时,要注意运算符号的变化。

计算结果分子是0的分数等于0。

口诀:同分母,最简单,
只把分子相加减;
分母不变要牢记,
算出结果要化简。

计算同分母分数加减混合算式时,利用加法交换律把加法部分前移,使计算更方便。

易错警示:

先分别写出每个数的倍数,再找出它们的公倍数和最小公倍数。

(2)短除法

用这两个数公有的质因数依次去除这两个数,一直除到两个商只有公因数 1 为止,然后把所有商和除数连乘起来,所得的积就是这两个数的最小公倍数。

(3)倍数关系:如果两个数有倍数关系,那么较大数是这两个数的最小公倍数。

(4)先用短除法求出两个数的最小公倍数,再用这个最小公倍数分别乘 2、3、4、5、6……直到所得到的积接近所规定的极限(找两个自然数的公倍数,必须先确定要求的公倍数的范围)。

(5)只有公因数 1 的两个数的最小公倍数是这两个数的乘积。

五、分数与小数的互化

1. 把小数化成分数的方法

根据小数的意义,可以把有限小数直接写成分母是 10、100、1000……的分数。

可以把小于 1 的一位小数化成十分之几,把两位小数化成百分之几,把三位小数化成分分之几……依次类推。

如: $0.8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ 、 $0.07 = \frac{7}{100}$ 、 $1.3 = \frac{13}{10}$ 。

原来是几位小数,就在 1 后面写几个 0 作分母,把原

来的小数点去掉作分子,能化简的要化简。

2. 把整数部分大于 0 的小数化成分数的方法

把整数部分大于 0 的小数化成分数的方法:可以直接按照小数化分数的方法进行;也可以用小数的整数部分作带分数的整数部分,小数的小数部分按照小数化分数的方法化成分数作带分数的分数部分。

整数部分不变

$$1.25 = 1 \frac{25}{100} = 1 \frac{1}{4}$$

小数化分数

3. 把分数化成小数

根据分数与除法的关系,用分数的分子除以分母,即可把分数化成小数。

把分母是 10、100、1000……的分数化成小数,可以

0 不能作为几个数的最小公倍数。

公倍数的个数:由于没有最大的自然数,倍数的个数是无限的,因此,任何几个自然数的公倍数的个数也是无限的。

易错点:求三个数的最小公倍数。

求三个数的最小公倍数时,可先求出其中两个数的最小公倍数,再用求出的这个数与另一个数,求出这三个数的最小公倍数。

把小数化成分数时,要看清楚原来的小数是几位小数,还要注意结果能化简的要化简。

把整数部分大于 0 的小数化成分数时,要注意不要漏掉整数部分,要注意最后结果能化简的要化简。

把分数化成小数,用分数的分子除以分母,除不尽时,如果没有特殊要求,得用“四舍五入法”保留三位小数。

直接去掉分母,看分母中 1 后面有几个 0,就从分子的末尾向左数出几位,点上小数点,位数不够的用 0 补。

把分母不是 10、100、1000.....的分数化成小数有两种方法:

(1) 根据分数的基本性质先化成分母是 10、100、1000.....的分数,再化成小数;(2) 直接用分子除以分母,除不尽的,根据需要按“四舍五入法”保留几位小数。

4. 把带分数化成小数的方法

带分数的整数部分作为小数的整数部分,把分数部分化成小数,作为小数的小数部分。

5. 小数与分数的大小比较

比较分数和小数的大小时,一般把分数化成小数来比较。

不管是先把分数化成小数比较大小,还是先把小数化成分数比较大小,最后都要比较原来的数。