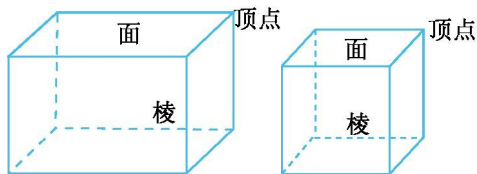


# 第一单元 长方体和正方体

## 一、长方体和正方体的认识

### 1. 长方体和正方体的特征。

#### (1) 长方体和正方体各部分的名称。



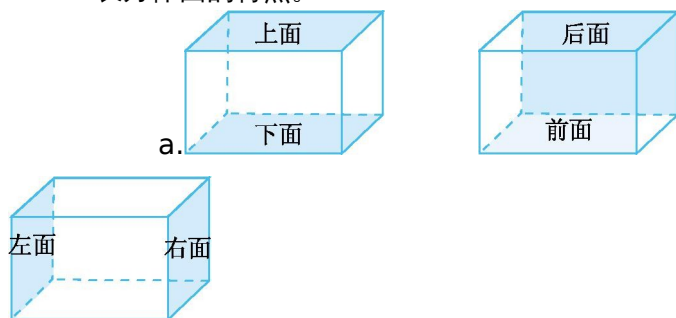
面:围成立体图形的平面图形叫作立体图形的面。

棱:立体图形中,两个面相交的线段,叫作棱。

顶点:三条棱相交的点叫作顶点。

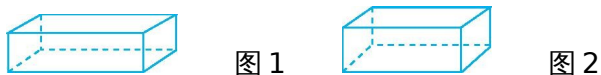
#### (2) 长方体的特征。

##### ① 长方体面的特点。

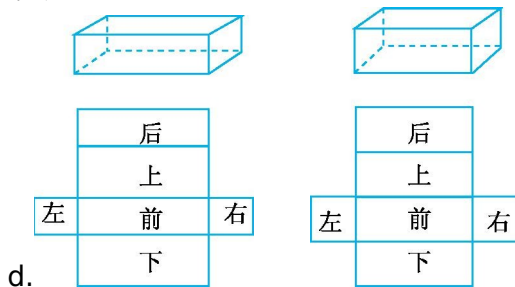


长方体共 6 个面,分别是上面和下面、前面和后面、左面和右面,它们分别是一组相对的面。

b. 把长方体放在一个平面上,从任意角度观察,最多能同时看到 3 个面。



c. 一般情况下,长方体每个面的形状都是长方形,如图 1;但有的长方体有 2 个相对的面是正方形,其余 4 个面都是长方形,如图 2。



## 导学点睛

### 重点提示:

立体图形和平面图形的区别,平面图形只在平面上占有一定的面积,立体图形不仅在平面上占有一定的面积,还占有一定的空间。

### 易错点:

判断:长方体的 6 个面一定都是长方形。(□)

错解分析:此题错在对长方体的特征理解不全面。一般情况下,长方体的 6 个面都是长方形,但也有 2 个相对的面是正方形的长方体。

正确答案:×

### 方法提示:

沿着不同的棱剪开长方体后,可以得到多种形状的平面图。

通过折一折长方体的平面展开图可以发现：



相对的面能够完全重合，即上面和下面、前面和后面、左面



和右面完全相同。

② 长方体棱的特征。

长方体有 12 条棱；相对的棱互相平行，相邻的棱互



相垂直；相对的棱的长度相等，即 4 条相对的棱的长度相等。



③ 长方体顶点的数量：长方体共有 8 个顶点。

(3) 正方体的特征。

① 正方体的面：一个正方体有 6 个面，每个面都是正方形，并且 6 个面完全相同。

② 正方体的棱：正方体有 12 条棱，12 条棱的长度

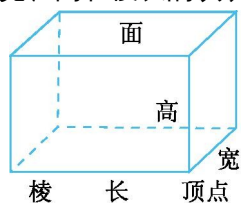


都相等，相对的棱互相平行，相邻的棱互相垂直。



③ 正方体的顶点：正方体有 8 个顶点。

2. 长方体的长、宽、高和棱长的认识。



相交于一个顶点的三条棱，分别叫作长方体的长、宽、高。

长方体的 12 条棱可以分成 3 组，即 4 条长、4 条宽、4 条高，4 条相对的棱的长度相等。

长方体的棱长总和 = (长 + 宽 + 高) × 4。



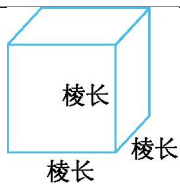
3. 正方体棱和棱长的认识。

重点提示：

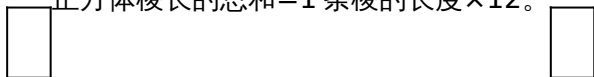
有 2 个正方形的面的长方体中有 8 条棱的长度相等，而另外 4 条棱的长度相等。

重点提示：

对于同一个长方体来说，它的摆放方式不同，所对应的长、宽、高也就不同。一般把底面较长的那条棱叫作长、底面较短的那条棱叫作宽，垂直于底面的那条棱叫作高。



正方体有 12 条棱,每条棱的长度都相等。  
 正方体棱长的总和=1 条棱的长度×12。



4.长方体和正方体的关系:正方体是特殊的长方体。



5.长方体和正方体的联系与区别。

	面			棱		顶点
	个数	形状	大小关系	条数	长度关系	个数
长方体	6	每个面一般是长方形,也可能有两个相对的面是正方形	相对的面形状相同,面积相等	12	相对的棱长度相等	8
正方体	6	每个面都是正方形	面积都相等	12	12 条棱都相等	8

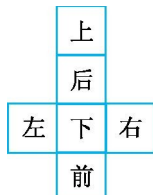
## 二、长方体和正方体的表面积

### 1.长方体、正方体表面积的意义。

(1)长方体的表面积:把长方体 6 个面的面积合在一起,就是长方体的表面积。



(2)正方体的表面积:把正方体 6 个面的面积合在一起,就是正方体的表面积。



### 2.长方体表面积的计算方法。

(1)长方体的表面积=长×宽×2+长×高×2+宽



### 重点提示:

正方体可以看成是长、宽、高都相等的长方体。

### 重点提示:

长方体和正方体展开图的形状不是唯一的,可以有多种展开方法。

### 易错点:

棱长 1 厘米的正方体的体积是 1 厘米<sup>3</sup>,但是体积为 1 厘米<sup>3</sup>的物体不一定是棱长为 1 厘米的正方体。

### 重点提示:

已知长方体的体积计算公式中的任意三个量,都可以求出第四个量。即  $V=abh$ 、 $a=V\div b\div h$ 、 $b=V\div a\div h$ 、 $h=V\div a\div b$ 。

### 重点提示:

$a\times a\times a$  可以写成  $a^3$ , $a^3$  读作  $a$  的立方,表示 3 个  $a$  相乘。

### 易错题:

判断: $a^3$  一定大于  $3a$ 。( )

错解分析: $a^3$  表示 3 个  $a$  相乘,即  $a\times a\times a$ ;  $3a$  表示 3 个  $a$  相加,即  $a+a+a$ ; 当  $a=1$  时, $a^3=1$ , $3a=3$ , $a^3$  小于  $3a$ 。

正确答案:×

$\times \text{高} \times 2 = (\text{长} \times \text{宽} + \text{长} \times \text{高} + \text{宽} \times \text{高}) \times 2$ 。



(2) 长方体表面积的字 母 公 式: $S=2ab+2ah+2bh=(ab+ah+bh) \times 2$ 。(S表示长方体的表面积,a、b、h分别表示长方体的长、宽、高)

3. 正方体的表面积的计算方法。

(1) 正方体的表面积=棱长 $\times$ 棱长 $\times 6$ 。



(2) 正方体表面积的字 母 公 式: $S=6a^2$ 。(S表



示正方体的表面积,a表示正方体的棱长)

### 三、长方体和正方体的体积

1. 体积和体积单位。

(1) 物体所占空间的大小叫作物体的体积。

(2) 体积单位:常用的体积单位有厘米<sup>3</sup>、分米<sup>3</sup>、米<sup>3</sup>。

① 1 厘米<sup>3</sup>:棱长 1 厘米的正方体,它的体积是 1 厘米<sup>3</sup>。

② 1 分米<sup>3</sup>:棱长 1 分米的正方体,它的体积是 1 分米<sup>3</sup>。

③ 1 米<sup>3</sup>:棱长 1 米的正方体,它的体积是 1 米<sup>3</sup>。

体积的大小是由体积单位的个数决定的。

(3) 体积单位的换算。

1 米<sup>3</sup>=1000 分米<sup>3</sup>或 1 m<sup>3</sup>=1000 dm<sup>3</sup>;

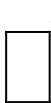
1 分米<sup>3</sup>=1000 厘米<sup>3</sup>或 1 dm<sup>3</sup>=1000 cm<sup>3</sup>。

相邻的两个体积单位间的进率都是 1000。

2. 长方体和正方体的体积计算公式。

(1) 长方体的体积计算公式。

长方体的体积=长 $\times$ 宽 $\times$ 高



(2) 用 V 表示长方体的体积,用 a、b、h 分别表示长方体的长、宽、高,那么长方体的计算公式用字母表达式为  $V=abh$ 。



3. 正方体的体积计算公式。

(1) 正方体是特殊的长方体,即正方体是长、宽、高都相等的长方体,根据长方体的体积公式推导出正方体的体积公式。

### 重点提示:

计算体积从外部测量



数据,计算容积从容器里面测量

数据。



### 易错题:

判断:电冰箱的体积和容积相等。( )

错解分析:此题错在没有理解容积和体积之间的区别,两者之间虽有联系,但意义完全不同。冰箱的体积指的是冰箱所占空间的大小,冰箱的容积指的是冰箱容纳物体的体积;计算冰箱的体积要从外部测量数据,计算冰箱的容积要从里面测量数据。因此电冰箱的体积和容积相等是错误的。

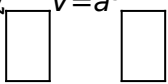
正确答案:×

长方体的体积= 长 × 宽 × 高

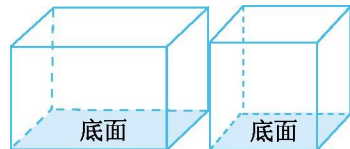


正方体的体积= 棱长 × 棱长 × 棱长

(2)如果用  $V$  表示正方体的体积,用  $a$  表示正方体的棱长,那么正方体体积计算公式用字母表达式为  $V=a \times a \times a$ ,通常写成  $V=a^3$ 。



(3)长方体、正方体统一的体积计算公式。



长方体的体积=  $\frac{\text{长} \times \text{宽}}{\text{长} \times \text{宽}} \times \text{高}$

正方体的体积=  $\frac{\text{棱长} \times \text{棱长}}{\text{棱长} \times \text{棱长}} \times \text{棱长(看作高)}$

长方体(或正方体)的体积=底面积 × 高

如果用  $V$  表示体积, $S$  表示底面积, $h$  表示高,长方体、正方体统一的体积计算公式可以表示为  $V=Sh$ 。

#### 四、容积

1.容积的意义和单位。

(1)容器:包装箱、油桶、医院用的注射器、集装箱等都是用来容纳物体的,通常被称为容器。

(2)包装箱、油桶、仓库等所能容纳物体的体积

通常叫作它们的容积。

(3)容积的单位: 计量容积一般就用体积单位,

如厘米<sup>3</sup>、分米<sup>3</sup>、米<sup>3</sup>,但计量容器内所盛的液体的体积时,通常用“升”“毫升”作单位。升用字母“L”表示,毫升用字母“mL”表示。

计量较大容器的容积用“升”作单位,计量较小容器的容积用“毫升”作单位。

2.容积单位间的进率及容积单位与体积单位间的换

#### 方法提示:

在研究一般性问题之前,先研究几个简单的、个别的、特殊的情况,从而归纳出一般的规律和性质。

算。

(1)  1 升 = 1000 毫升 . . . 1 L = 1000 mL

(2)  1 分米<sup>3</sup> = 1 升 . 1 dm<sup>3</sup> = 1 L

1 厘米<sup>3</sup> = 1 毫升 . . . 1 cm<sup>3</sup> = 1 mL

3. 容积的计算方法。

(1)  规则容器容积的计算方法与体积的计算方法

相同 , 但要从容器的里面测量所需的数据。

(2) 求不规则较小容器的容积时, 可用量杯或量筒测量容器中所容纳的液体的体积; 求不规则的较大容器的容积时, 可以借助液体把它转化成求规则容器的容积来计算。

4. 容积与体积的联系与区别。

(1) 容积与体积的联系: 容积的大小可以通过所能容纳物体的体积呈现出来, 容积的计算方法与体积的计算方法相同。

(2) 容积与体积的区别。

① 意义不同, 体积是指物体所占空间的大小; 容积是指所能容纳物体的体积。

② 计算时, 测量数据的方法不同, 计算体积从物体的外部测量所需数据; 计算容积从容器的里面测量所需数据。

③ 有容积的物体一定有体积, 但有体积的物体不一定有容积。

五、探索规律

1. 组合正方体表面涂色情况的规律。

如果用  $n$  表示正方体的棱长, 那么, 规律如下:

(1) 3 面涂色的小正方体的个数 = 正方体的顶点个数 = 8。

(2) 2 个面涂色的小正方体的个数 = 正方体棱的条数乘棱长减 2 的差 =  $12 \times (\text{棱长} - 2) = 12 \times (n - 2)$ 。

(3) 1 面涂色的小正方体的个数 = 正方体的面数乘棱长减 2 的差的平方 =  $6 \times (\text{棱长} - 2)^2 = 6 \times (n - 2)^2$ 。

(4) 没有涂色的小正方体的个数 = 正方体的棱长减 2 的差的立方 =  $(\text{棱长} - 2)^3 = (n - 2)^3$ 。

2. 包装中的数学问题。

把同样多的物体包装成长方体,长、宽、高越接近,表面积越小。

物体的重合面越大,包装箱的用料越少。