

一 完美的图形——圆

一、圆的定义

感知圆的特征:以前学过长方形、正方形、平行四边形、梯形、三角形等,都是由线段围成的平面图形,而圆是由曲线围成的一种平面图形。

二、圆的各部分名称



1. 圆心:用圆规画出圆以后,针尖固定的一点就是圆心,通常用字母 O 表示。

2. 半径:连接圆心和圆上任意一点的线段叫作半径,一般用字母 r 表示。把圆规两脚分开,两脚之间的距离就是圆的半径。

3. 直径:通过圆心并且两端都在圆上的线段叫作直径,一般用字母 d 表示。直径是一个圆内最长的线段。

三、圆的主要特征

1. 在同圆或等圆内,有无数条半径,有无数条直径。所有的半径都相等,所有的直径都相等。

2. 在同圆或等圆内,直径的长度是半径的 2 倍,半径的长度是直径的 $\frac{1}{2}$ 。用字母表示为 $d=2r$ 或 $r=\frac{d}{2}$ 。

3. 如果一个图形沿着一条直线对折,两侧的图形能够完全重合,这个图形是轴对称图形。圆是轴对称图形且有无数条对称轴。

4. 画圆的方法:

(1) 用手指画圆。以大拇指为圆心,以食指与大拇指之间的距离为半径,旋转一周所形成的图形就是圆。

(2) 用线绳、图钉和笔画圆。用图钉固定线绳的一端作圆心,将笔系在线绳的另一端,拉直绳子作半径,旋转线绳一周所形成的图形就是圆。

(3) 用圆规画圆。将圆规的一个针脚固定在本上作圆心,用圆规两脚间的距离作半径,旋转圆规一周所形成的图形就是圆。

(4) 用物体的圆形面画圆。按住物体的圆形面,用笔在物体的圆形面的圆周上画一圈,所形成的图形就是一个圆。

四、圆的周长的认识

1. 围成圆的曲线的长叫作圆的周长。

2. 圆的周长与圆的直径有关,圆的直径越长,圆的周长

导学点睛

圆与其他平面图形不同,圆是由曲线围成的。

直径和半径的关系只能在同圆和等圆中。

用字母表示: $d=2r$ 。

不能说直径是圆的对称轴。因为对称轴是一条直线。

圆心决定圆的位置,半径决定圆的大小。

半径越大,画出的圆越大。

我们通常选用圆规画圆,既便捷又准确。

世界上第一个把圆周率的值精确到 7 位小数的人是我国的数学家祖冲之。

在判断时,圆的周长与它的直径的比值是 π ,而不是 3.14。

就越大。

五、圆周率的意义及圆的周长公式

1. 圆周率实验:在圆形纸片上做个记号,与直尺 0 刻度线对齐,在直尺上滚动一周,求出圆的周长。

2. 发现一般规律,就是圆的周长比它的直径的 3 倍多一些。

3. 圆周率:任意一个圆的周长与它的直径的比值是一个固定的数,我们把它叫作圆周率。用字母 π (pài)表示。

4. 一个圆的周长总是它直径的 3 倍多一些,这个比值是一个固定的数。圆周率 π 是一个无限不循环小数。在计算时,一般取 $\pi \approx 3.14$ 。

5. 圆的周长公式: $C = \pi d \rightarrow d = C \div \pi$ 或 $C = 2\pi r \rightarrow r = C \div 2\pi$ 。

6. 区分圆周长的一半和半圆的周长:

(1) 圆周长的一半:等于圆的周长 $\div 2$ 。计算方法: $2\pi r \div 2$, 即 πr 。

(2) 半圆的周长:等于圆的周长的一半加直径。计算方法: $\pi r + 2r$, 即 $5.14 r$ 。

7. 正方形里最大的圆与正方形的关系。

两者联系:正方形的边长=圆的直径,圆的面积 = $78.5\% \times$ 正方形的面积。

8. 在长方形或正方形内画最大圆的方法。

(1) 在正方形里画最大的圆。

① 画出正方形的两条对角线;② 以对角线的交点为圆心,以边长为直径画圆。

(2) 长方形里最大的圆。

两者联系:宽=直径

画法:

① 画出长方形的两条对角线;② 以对角线的交点为圆心,以宽为直径画圆。

五、常用的 3.14 的倍数

$$3.14 \times 2 = 6.28 \quad 3.14 \times 3 = 9.42$$

$$3.14 \times 4 = 12.56$$

$$3.14 \times 5 = 15.7 \quad 3.14 \times 6 = 18.84$$

$$3.14 \times 7 = 21.98$$

$$3.14 \times 8 = 25.12 \quad 3.14 \times 9 = 28.26$$

$$3.14 \times 12 = 37.68$$

$$3.14 \times 14 = 43.96 \quad 3.14 \times 16 = 50.24$$

$$3.14 \times 18 = 56.52$$

$$3.14 \times 24 = 75.36 \quad 3.14 \times 25 = 78.5$$

$$3.14 \times 36 = 113.04$$

$$3.14 \times 49 = 153.86 \quad 3.14 \times 64 = 200.96$$

$$3.14 \times 81 = 254.34$$

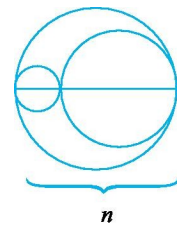
在长方形或正方形内画最大圆,关键是以对角线的交点为圆心,以正方形的边长或长方形的宽为直径。

记忆常用 3.14 的倍数,可以使平时的计算快捷、正确。

注意:切拼后的长方形的周长比圆的周长多了两条半径。 $C_{\text{长方形}} = 2\pi r + 2r = C_{\text{圆}} + d$ 。

周长相等的平面图形中,圆的面积最大;面积相等的平面图形中,圆的周长最短。

要求圆的面积,只要知道圆的半径或者圆半径的平方即可。



几个直径和为 n 的圆的面积 < 直径为 n 的圆的面积。

圆环的意义:

两个同心圆形成一个圆环。

设小圆和大圆(或内圆和外圆)的半径分别为 r 和 R 。($R > r$)

六、圆的面积公式

把圆拼成近似的长方形,只是形状改变了,图形的大小并没有发生变化,因此圆的面积=拼成的近似长方形的面积。

圆的面积推导:



长方形的面积=长×宽

圆的面积=πr×r

$$S = \pi r^2$$

圆可以切拼成近似的长方形,长方形的面积与圆的面积相等(即 $S_{\text{长方形}} = S_{\text{圆}}$);长方形的宽是圆的半径(即 $b=r$);长方形的长是圆周长的一半(即 $a=C \div 2 = \pi r$)。

$$S_{\text{长方形}} = a \times b$$



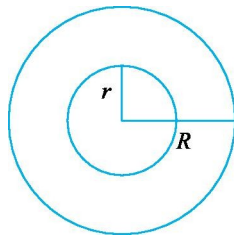
$$S_{\text{圆}} = \pi r \times r$$

$$= \pi r^2$$

所以, $S_{\text{圆}} = \pi r^2$ 。

七、圆环的意义及面积的计算

1. 圆环的意义:以同一点为圆心,半径不相等的两个圆组成的图形,两圆之间的部分就是圆环。



2. 圆环中半径较大的圆叫作外圆,半径较小的圆叫作内圆。外圆半径与内圆半径的差叫作环宽,两圆中间部分的大小叫作圆环的面积。

3. 外圆的半径=内圆半径+1个环宽;外圆的直径=内圆直径+2个环宽。

4. 求圆环的面积一般是用外圆的面积减去内圆的面积,还可以利用乘法分配律进行简便计算。 $S_{\text{圆环}} = S_{\text{外圆}} - S_{\text{内圆}} = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$ 。

5. 几个直径和为 n 的圆的周长=直径为 n 的圆的周长(如图)。

八、扇形的认识

同样大小的外圆,内圆越小,圆环的面积越大。

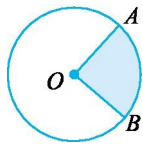
半圆环的面积=它所在的圆环面积的一半。

单独一个圆,半径(直径)越大,周长就越大,面积也越大;如果两个圆的半径相等,那么它们的周长就相等,面积也相等。

在同一个圆中,扇形的大小与这个扇形的圆心角的大小有关,圆心角大的扇形大,圆心角小的扇形小。

在同圆或等圆中,圆心角越大,扇形越大;反之,圆心角越小,扇形就越小。

1. 扇形是由“一条弧”和“经过这条弧两端的两条半径”所围成的图形。



扇形是所在圆上的一部分, $\angle AOB$ 是圆心角;扇形是由两条半径和圆上一段曲线围成的。

2. 扇形与三角形的区别。

扇形是由两条半径和一条弧围成的图形;三角形是由三条线段围成的图形。尽管有的图形的两条边也是圆的半径,但是第三条边不是弧,而是线段,这样的图形不能称为扇形,它是三角形。弧是圆的一部分,是曲线,而线段是直线的一部分。