

## 第 21 课 鸡兔同笼巧计算

### 教学目标

1. 了解遍历算法的含义，能看懂鸡兔同笼问题的算法流程图，提升逻辑思维能力。
2. 知道鸡兔同笼问题的求解方法，能通过表格列出数量的变化过程及数量之间的关系，找到满足的条件。
3. 再次认识算法的时间效率。

### 教学重点

1. 感受遍历算法，理解遍历算法的特点。
2. 知道算法步骤的执行次数与问题的规模有关，观察并体验采用不同算法解决同一问题时有时间效率差别。
3. 能分析简单算法的执行过程与结果，能通过修改程序参数验证猜想。

### 教学难点

1. 能用自然语言、流程图描述遍历算法及预设算法。
2. 运行程序遇到问题时，能尝试反复经历流程图优化算法。
3. 了解时间效率不仅与算法步骤执行次数和问题规模有关，还与计算机运算电路等因素相关。

### 教学准备

具备图形化编程条件的信息科技实验室，学生已经分成多个学习小组，教师提供的教学视频资源、文本素材、半成品程序以及多媒体课件等课前已经下载到学生机桌面学习文件夹中。

### 教学过程

【教师活动 1】播放动画片段，提出《孙子算经》中的“鸡兔同笼”问题，了解数学中的解决办法。

我国古代典籍《孙子算经》中记载了许多有趣的问题，其中就有“鸡兔同笼”问题。书中是这样描述的：“今有鸡兔同笼，上有三十五头，下有九十四足，问鸡兔各几何？”

意思是：有若干只鸡和兔关在同一个笼子里。从上面数，有 35 个头。从下面数，有 94 只脚。这个笼子里的鸡和兔各有多少只？

你能用自己的话描述鸡兔同笼问题情境吗，有哪些已知和未知，解决方法是什么？

按照生活常识，我们发现一些隐藏信息对解决问题有帮助，如兔子有一个头，4 只脚；鸡有 1 个头，2 只脚。请仔细思考，总共有 35 个头，94 只脚。

一起用算法来求解这道题吧！

【学生活动 1】认真思考，在教师引导下，抓住题目“关键词”，共有多少头，多少脚。依次尝试不同数量的鸡和兔的可能组合，算出脚的数量，与脚的总数比较。不断尝试，完成学习活动一的内容填写。

【设计意图】以我国古代典籍《孙子算经》中记载的故事，激发学生学习兴趣，通过问题情境的描述，尝试使用自然语言描述解决问题的思路和方法，为进一步学习遍历算法提供基础，通过解决鸡兔同笼问题，引出解决同类问题的一般规律和方法。

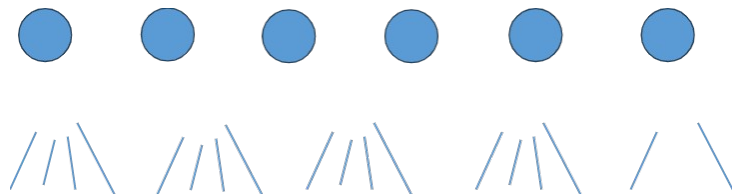
## 新知探究

### 一、数学假设法求解

#### (一) 缩小问题规模，分析算法

#### 【教师活动 2】

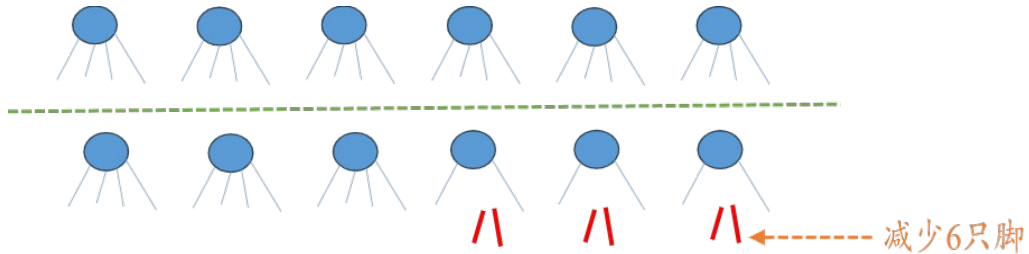
为了便于理解，先把原问题的数量减少为：今有鸡兔同笼，上有 6 头，下有 18 足，问鸡兔各几何？



这里的 6 个头，表明是 6 只鸡或兔。

方法 1：假设 6 只全部是兔。

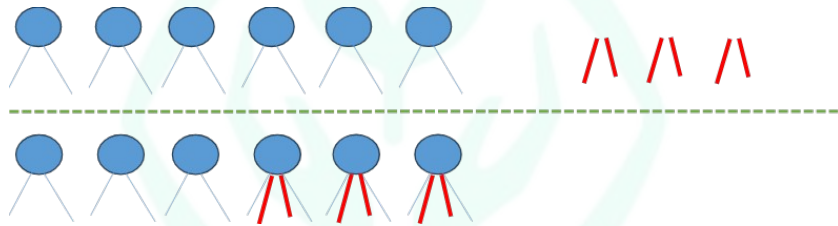
【学生活动2】学生完成【学习活动一】方法一内容的填写，如果全部是兔子，那么6只兔一共有24只脚，实际上只有18只脚，于是需要减少6只脚，即 $24 - 18 = 6$ 。这样，自然就是3只兔和3只鸡。



$$\text{鸡} : (6 \times 4 - 18) \div 2 = 3 \text{ (只)} \quad \text{兔} : 6 - 3 = 3 \text{ (只)}$$

【教师活动3】方法2：假设6只全部是鸡，又如何？

【学生活动3】学生完成学习活动一中方法二内容的填写，如果全部是鸡，那么一共有 $6 \times 2 = 12$ 只脚，实际上有18只脚，于是少了6只脚，即 $18 - 12 = 6$ 。需要把6只脚添加上，自然就是3只兔和3只鸡。



$$\text{兔} : (18 - 6 \times 2) \div 2 = 3 \text{ (只)} \quad \text{鸡} : 6 - 3 = 3 \text{ (只)}$$

【设计意图】把问题规模缩小之后，有助于学生认识理解，在图示法时可以全程展示数据变化过程，让学生有一个完整认识。

## (二) 还原问题的求解

【教师活动4】今有鸡兔同笼，上有三十五头，下有九十四足，问鸡兔各几何？

方法1：假设35只全部是兔。

【学生活动4】学生完成学习活动二中方法一内容的填写。

$$\text{鸡} : (35 \times 4 - 94) \div 2 = 23 \text{ (只)} \quad \text{兔} : 35 - 23 = 12 \text{ (只)}$$

$$\text{方法总结} : \text{鸡的数量} = (\text{总头数} \times 4 - \text{总脚数}) \div 2$$

【教师活动5】提出方法2：假设35只全部是鸡，如何列式？

【学生活动5】学生完成学习活动二中方法二内容的填写。

$$\text{兔} : (94 - 35 \times 2) \div 2 = 12 \text{ (只)} \quad \text{鸡} : 35 - 12 = 23 \text{ (只)}$$

方法总结：兔的数量 = (总脚数 - 总头数×2) ÷2

【设计意图】借助问题引出后面的学习内容：如果不知道这个计算方法，就无法把表达式写出来，请思考还有其它方法求解吗？引出利用枚举法，通过遍历相应的数据也可以求解。

## 二、枚举法求解

### (一) 列表显示数据变化过程

【教师活动 6】描述列表过程，启发学生思考数量的变化。

鸡	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23
兔	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
脚	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90	92	94

【学生活动 6】完成学习活动三中枚举遍历数据内容的填写。先假设 35 只都是鸡，计算出脚的数量；如果数量不符合，则减一只鸡，增加一只兔，再计算脚的数量；如此循环遍历，直到找到正确的鸡和兔数量：23 只鸡和 12 只兔。

【设计意图】引导学生分析整个遍历过程，理解使用遍历方法寻找答案的思路，为编程解决问题寻找途径和方法。

### (二) 算法描述

【教师活动 7】根据以上分析，用自然语言描述求解的算法。教师指导学生完成算法描述，总结和提炼出使用自然语言描述算法过程。

【学生活动 7】在教师指导下完成学习活动三，使用自然语言描述算法内容。

第 1 步：初始化鸡的数量“a = 35”和兔的数量“b = 0”。

第 2 步：计算脚的数量“c = a×2 + b×4”。

第 3 步：把脚的数量与 94 进行比较。如果不相等，将鸡的数量减 1，将兔的数量加 1，并回到第 2 步继续循环；如果相等，则输出当前鸡的数量和兔的数量，结束循环。

【教师活动 8】发布在线交流活动，展示计算“鸡兔同笼”的几种方法，请学生选择自己掌握的能准确得出答案的方法，小组讨论各种办法的可行性。

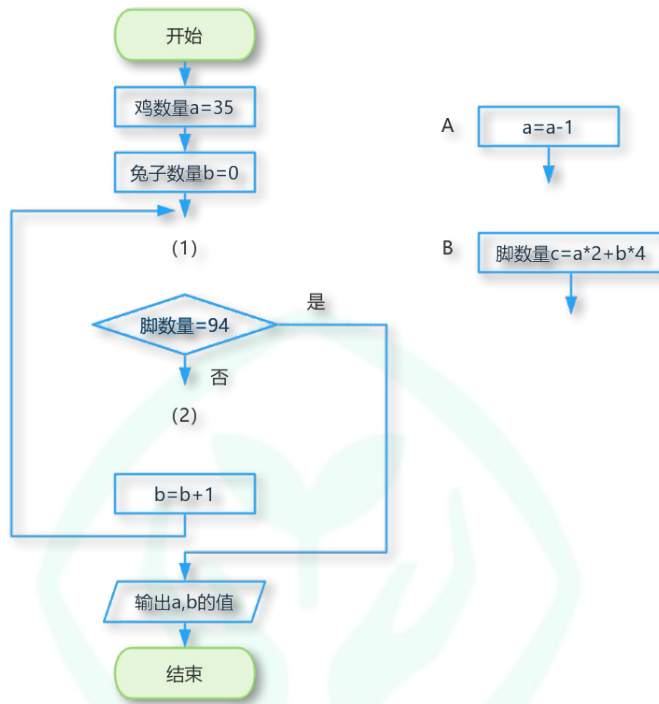
【学生活动 8】参与在线交流活动，选择自己熟练掌握的方法，小组完成交流后，尝试规划好鸡、兔、脚三行表格。

【设计意图】每一步都很简单而且相似，让人来做显得很笨拙单调。然而计算机不怕

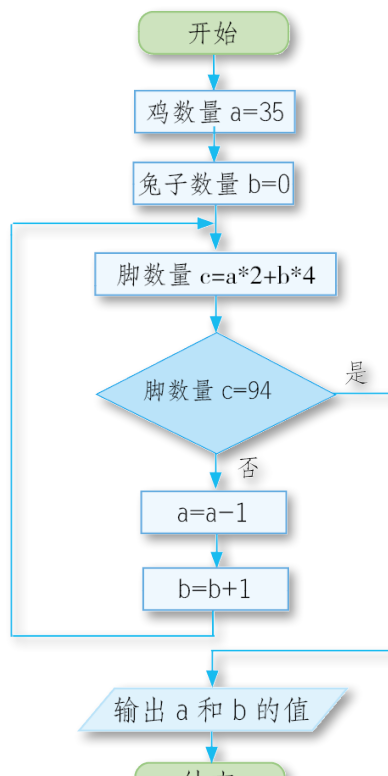
繁琐并且计算速度快。这样的方法正好适合编程用循环结构来实现，用程序逐个尝试鸡和兔的数量组合。

(三) 流程图描述

【教师活动 9】我们已经了解遍历法的思路，试一试能不能用流程图记录你的思路？为方便学生学习重点，提供了半成品流程图，如下图所示请拼接流程图。



【学生活动 9】打开教师提供的流程图文件，尝试拼接流程图，完成学习活动四，使用流程图描述算法内容后组内交流，下图为参考样例。



**【设计意图】**

再次认识“循环结构”，理解遍历算法中的重复计算，适合用循环结构来实现算法，实现教学难点的突破。

**(四) 编程验证**

**【教师活动 10】**运行程序并分析，进一步思考，如果先假 35 只都是兔，用枚举法遍历相应数求解时，应该对算法进行哪些调整？引导学生认识编程多样性和枚举法特点。

```

a = 35          #设置鸡数量的初始值 a
b = 0          #设置兔数量的初始值 b
while True:    #用循环结构进行控制
    c = a*2+b*4 #计算脚的数量
    if c == 94: #比较 c 的值是否等于 94
        print(' 鸡的数量 :', a) #输出获得的结果
        print(' 兔的数量 :', b)
        Break      #结束循环
    else:
        a = a-1    #鸡的数量减少 1 只
        b = b+1    #兔的数量增加 1 只

```

**【学生活动 10】**打开教师提供的半成品程序，修改关键语句参数，运行结果验证程序。完成学习活动四内容的填写。学生以小组进行讨论和交流，如果事先假设兔的数量是 35，则修改的关键语句  $c = a*2+b*4$ ，将改成  $c = a*4+b*2$ ，还有需要把鸡兔名字交换。

**【教师活动 11】**介绍程序运行思路，进一步认识枚举法，认识关键语句的作用和使用方法，为程序设计打下基础。具体内容如下：

程序用 while True 语句构成一个无限循环，表示循环体内的代码会不断地重复执行，直到循环体内出现某种能够终止循环的指令，这里使用了 break 语句来终止循环。

利用 if.....else.....语句作为判断脚的数量是否等于 94 的条件。如果相等，就输出正确答案并通过 break 语句退出循环。否则，将鸡的数量减少 1 只，兔的数量增加 1 只，继续循环。

==是比较运算符“等于”，c==94 表示判断变量 c 的值是否等于 94。

【学生活动 11】理解和认识语句使用，再次尝试修改部分参数，查看输出结果，经过思考发现了遍历运算以及算法的多样性等特点。

【设计意图】教学时，可以结合流程图，运用前面学习的循环结构和分支结构进行编程示范。也可以让学生依据教师所给程序，自主探究学习。

## 应用提升

【教师活动 12】韩信是我国历史上很有领兵能力的一名将领。在民间流传着这样一个故事。

有一次，汉军统帅韩信带 1500 名勇士与楚军交战，战死四五百人。为了再战，韩信快速地清点人数，他要求 3 人一排站队，结果多出 2 人；5 人一排站队，多出 4 人；7 人一排站队，又多出 6 人。韩信马上宣布，我军有 1049 名勇士。汉军本来就信服韩信，这一来更相信他有神机妙算。于是士气大振，一鼓作气，击败楚军。

那么，在知道了这三次布阵的结果后，韩信是如何算出到底有多少名士兵呢？如何设计算法让计算机来找出这个数？

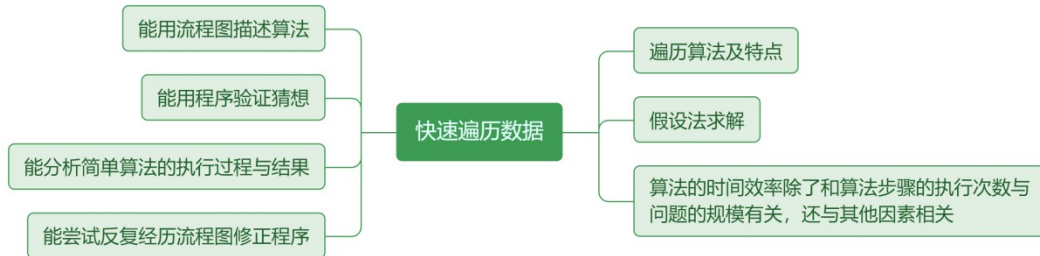
【学生活动 12】完成学习活动五，打开已保存的程序，尝试修改关键参数，调试程序完成运行结果，在小组内分享自己的学习成果。（程序仅供参考）

```
def han_xin_dian_bing(n):
    soldiers = list(range(1, n + 1)) # 创建一个士兵列表
    step = 1 # 开始的步长
    while len(soldiers) > 1: # 当士兵数大于 1 时继续
        new_soldiers = []
        for i in range(step - 1, len(soldiers), step): # 每隔 step 个去掉一个
            new_soldiers.append(soldiers[i])
        soldiers = new_soldiers
        step *= 2 # 下一轮步长翻倍
    return soldiers[0] # 返回最后一个士兵，即 n 的平方根
n = 1000 # 假设有 1000 个士兵
print(f"韩信点兵后剩下的士兵数是：{han_xin_dian_bing(n)}")
```

【设计意图】理解算法，程序验证。

缺少一道题，建议补充上教学处理方式。

## 课堂小结



## 教学反思

---

---

---

---

---