

第 26 课 寻找最短的路径

教学目标

1. 进一步了解规划算法的思想，体会把全局问题分解为局部问题的过程。
2. 通过寻找最短路径的算法描述，初步了解路径规划算法的应用。

教学重点

1. 寻找最短路径的算法描述。
2. 路径规划算法的应用。

教学难点

寻找最短路径的算法描述。

教学准备

实物展台或希沃白板软件、课件、学习单。

教学过程

新课导入

创设问题情境。

【教师活动 1】学校要组织同学们去大连市参加环保实践一日游活动，从我们学校出发驾车到目的地，网络地图为我们提供了 3 种方案，如果要尽快到达，哪种方案更适合呢？

【学生活动 1】第二种方案，因为这种方案用时更短。

【教师小结】没错，第二种方案可以帮助我们更快地到达目的地。

【设计意图】通过创设真实的、贴近学生生活的情境，提高学生的参与度，激发学生的学习兴趣，引出本课要研究和探讨的问题。

新知探究

一、提出问题，分析问题，确定解决问题的方法

【教师活动 2】老师今天还带来一张地图。从老师的家出发到我们学校，途中会经过商场、体育馆等 9 个地点，把这些地点抽象为点，正好能形成 3×3 的矩阵。每条边上的数代表走这条路需要用的时间，如 3 代表 3 分钟。要注意的是这些路都是单行道，只能从左往右走或者从上往下走。请同学们帮我分析一下：如何求得从起点到终点的最短用时呢？你有什么方法？

【学生活动 2】分析问题，并和身边的同学进行交流。

【教师活动 3】哪位同学能帮我解决一下这个问题？

【学生活动 3】交流想法/认真聆听其他同学分享。

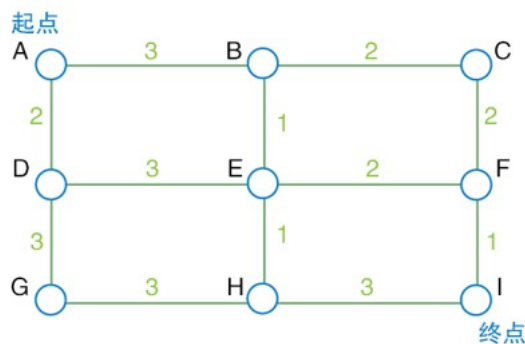
【教师小结】同学们的想法非常好，我们可以列举出每一种路线，然后比较用时长短，计算出最短用时。接下来我们就试试枚举法能不能解决这个问题。

【设计意图】通过对问题的分析，培养学生针对简单问题，确定解决问题需求和数据源，主动获取、筛选、分析数据，利用算法思维解决问题的意识；预设学生的回答，为接下来教学环节的设计做准备。

二、利用枚举法解决问题

【教师活动 4】我们先一起来分析一下这个问题，任务中一共有两类对象，一类是边、一类是点；边一共有 12 条，点共有 9 个。要求从起点出发到终点结束，只能走点下方或者右侧的边。请同学们以小组为单位，列举出所有的可能路径并计算出最短用时，完成学习单中的任务一。

【学习任务一】请列举出所有路径，计算所用时间，求出最短路径用时。



注意：从左往右走或者从上往下走。

【学生活动 4】小组合作列举所有路径并计算用时，找到最短用时。

【教师活动 5】哪个小组愿意和大家分享一下，你们小组找到的路径，最短用时是多少？其余小组进行对照。

【学生活动 5】小组派代表列举找到的所有可能路径及最短用时/根据汇报内容与自己的学习单进行对照。

【教师活动 6】他们小组分享的路径和你们的答案一样吗？（不一样请小组代表补充）

【学生活动 6】补充路径/纠正问题。

【教师活动 7】通过枚举所有路径，我们共找到 6 条可能路径，最短用时为 7 分钟。看来枚举的方式的确能够帮助我们解决这个问题。但是，请同学们思考一下：这样的解法存在什么问题呢？你认为这个方法怎么样？

【学生活动 7】容易遗漏、浪费时间。

【教师小结】用枚举方式遍历所有可能的路径时，随着地点的增加，会增加更多的路径数量，而且很容易遗漏一些路径。比如，要用遍历方式寻找 12 个地点的路径，就会比较浪费时间。因此，要用一个确保不会遗漏的算法，计算次数还要尽可能少。

【设计意图】培养学生自主探究的能力；体验、讨论枚举法的算法特征，引出动态规划算法。

三、利用动态规划算法解决问题

【教师活动 8】我们再来回顾一下这个问题，任务中一共有两类对象，一类是边、一类是点；求起点到终点的最短用时。在之前的学习中我们知道，规划法的重点是将大问题分解为小问题，用解决小问题的方法，逐步形成大问题的解决。那在这个问题中，我们应该研究边还是点呢？

【学生活动 8】边/点。

【教师活动 9】同学们有了不同的意见，请问一条边的用时固定吗？会不会变？

【学生活动 9】不会。

【教师活动 10】那到一个点的用时呢？

【学生活动 10】会。

【教师活动 11】也就是说，每一条边的路径用时是不变的，而每一个点的路径用时却有多种可能。所以要求得起点到终点的最短用时，我们的研究对象应该是点还是边？

【学生活动 11】点。

【教师活动 12】从小到大一个点一个点地逐渐获得最短距离。最终到终点的最短距离就是整体问题的解。请同学们以小组为单位，根据问题要求和任务提示，分析每个点的用时来源并进行规律总结；完成学习单中的任务二。

【学习任务二】请分析下面各个点的用时来源及个数，并尝试进行规律总结。

例：E点的用时来源_____；用时来源个数为：_____；

B点的用时来源_____；用时来源个数为：_____；

C点的用时来源_____；用时来源个数为：_____；

D点的用时来源_____；用时来源个数为：_____；

F点的用时来源_____；用时来源个数为：_____；

G点的用时来源_____；用时来源个数为：_____；

H点的用时来源_____；用时来源个数为：_____；

I点的用时来源_____；用时来源个数为：_____；

每个点的用时来源_____；来自_____。

【学生活动 12】以小组为单位对每个点的用时来源进行分析和总结；完成任务二。

【教师活动 13】哪位同学愿意和大家分享一下你们小组的研究结论。

【学生活动 13】每个点的用时来源最多只有两个，上方或者左方。

【教师活动 14】非常准确，根据只能从左往右走或者从上往下走的任务要求，对到达每一个点的用时来源进行分析，我们发现：到一个点的用时最多有两个，我们可以将其表示为：

一是，上方节点用时+上方路径用时。

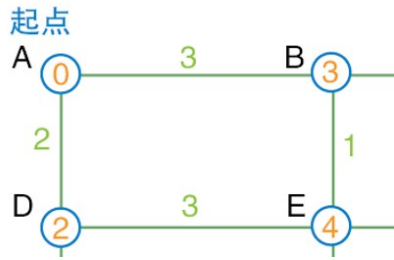
二是，左方节点用时+左方路径用时。

一个点如果有两个来源，就选择其中较小的那个，如果只有一个来源，那就不用这个数。

【学生活动 14】和老师一起分析、总结。

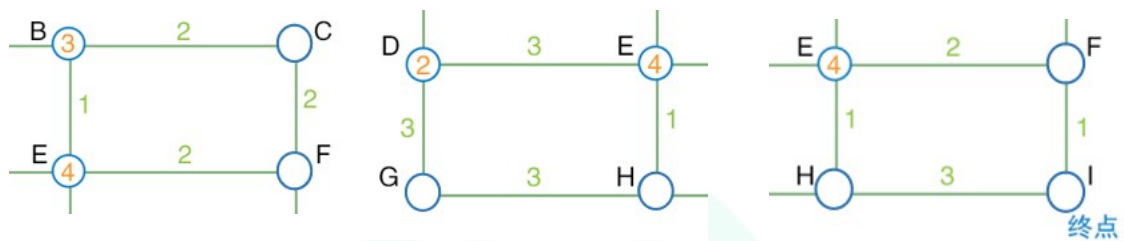
【教师活动 5】我们来看一下具体的解决方法：先看第一个局部，A点为起点，用时为0，B点只从A到B，那么B点的时间可以表示为 $A + A \rightarrow B = 0 + 3 = 3$ 。同样：D点只能由A到D，D点可以表示为 $A + A \rightarrow D = 0 + 2 = 2$ ；E点可以从B到E也可以从D到E，分别可以表示为 $B + B \rightarrow E = 3 + 1 = 4$ ； $D + D \rightarrow E = 2 + 3 = 5$ ；这时我们要选择较小的那个，所以E点最短路径用时为4；这样局部的四个点就得到了解决。

【学生活动 15】和老师一起分析。



【教师活动 16】接下来请同学们以小组为单位，讨论分析剩下的三个局部，求得到达终点的最短用时，完成学习单的任务三。（巡视指导）

【学习任务三】请分析下面三个局部中各点的最短用时，填写在○处。



【学生活动 16】根据规律，小组合作完成学习单。

【教师活动 17】接下来请同学们汇报一下你们的探究结果，哪个小组愿意先来分享一下，其他同学对照学习单。

【学生活动 17】分享学习单。

【设计意图】通过把全局大问题分解成局部小问题，在逐步解决小问题的过程中解决大问题；感受动态规划算法解决问题的过程及特征。

四、介绍动态规划算法的概念和特点

【教师活动 18】在刚才的过程中，我们通过把起点到终点最短路径的大问题，转化为到每一个点最短路径的局部小问题，在逐步解决小问题的过程中，最终解决了大问题。我们把这种解决问题的方法称为“动态规划”。动态规划在演变的过程中，可能会出现多个选择，需要进行局部的最优选择。

【学生活动 18】听讲。

【教师小结】本课，我们通过枚举和动态规划两种方法，解决了寻找最短路径的问题。通过描线的方式我们可以直观地看到，动态规划法每一条边只走了一次，而枚举法有的边走了很多次，显然动态规划法的效率更高；其原因在于，动态规划在求解过程中对局部小问题的答案进行了最优选择，并保存了小问题的解，避免了重复计算。

【教师活动 19】路径规划算法在现实生活中有广泛的应用，如：导航系统：电子地图

可以看作是多个地点的位置结构。最短路径算法可以帮助导航系统找到两个地点之间的最短路径，并标注相应的路线，从而提供导航服务。物流配送：在物流配送过程中，最短路径算法可以帮助物流人员确定最优的配送路线，从而节约时间和成本；此外，还可以帮助物流企业规划仓库的位置，让仓库与客户的距离更近，提高配送效率。电力网络：电力网络中的电线杆和变电站可以看作是节点，它们之间的电线可以看作是边，最短路径算法可以帮助电力公司确定电线的布局，让电线的长度更短，从而降低电力损耗和成本。课后，同学们可以利用网络了解一下路径规划在生活中的广泛应用。

【学生活动 19】听讲并思考。

【设计意图】直观形象的呈现两种算法在解决问题的效率，体现动态规划算法效率高的特点，解释动态规划算法效率更高的原因，加深学生对动态规划算法特点和概念的理解感受不同算法在解决同一问题时的效率差别。

应用提升

动态规划算法的应用。

【教师活动 20】动态规划的思想能不能帮我们解决下面的问题呢？我们一起来看看一个球队三人组传球的问题。（读题）我们一起来分析一下他们之间的传球过程：初始状态：A 拿球。第一轮传球，A 只能传球给 B 和 C，第二轮：B 可以传球给 A 或 C；C 可以传球给 A 或 B，接着他们会继续传球……A 可以从谁的手中获得球呢？

【学生活动 20】B 和 C。

【教师活动 21】从图示中，我们能够看出，A 只是从 B 和 C 手中获得球，那同学们请思考一下：A 获得球的方案数等于什么呢？

【学生活动 21】等于 B 上一轮获得球的方案数加上 C 上一轮获得球的方案数。

【教师活动 22】这样我们就把第十次传球到 A 手中可能性有多少种的大问题转化为了上一轮 B 和 C 获得球的方案数，B 和 C 同理。分析到这里，你能算出第十轮 A 获得球的方案数吗？

【学生活动 22】不能。

【教师活动 23】没错，思路我们明白了，但用我们学过的数学知识仍然无法快速求出第十轮 A 获得球的方案数。我们可以用循环结构算法，编写程序来解决这个问题。老师为大家准备了一段程序。首先我们来验证一下程序是否正确。我们分别输入 1、2、3，看看获得球的可能性种类数和图示中是否一致？

【学生活动 23】一致。

【教师活动 24】这说明我们的程序是正确的。老师把这个程序分发给同学们的桌面上，大家可以自己运行程序，计算出第十轮传球到 A 手中的可能性。

【学生活动 24】体验程序，求出答案。

【教师活动 25】经过刚才的体验，你们有什么感受？

【学生活动 26】程序的运算速度十分迅速，能够快速求出答案……

【教师小结】在求解问题时，如果自己用数学方法很难解决，可以尝试让计算机来帮忙，利用算法解决复杂的问题，编写程序，让计算机执行就可以了。希望同学们在以后的生活和学习中遇到复杂的问题时，能够用算法的思维方式来解决，并用程序加以验证，求得结果。

【设计意图】感受计算机利用算法解决问题的效率，体验程序，验证算法。

课堂小结

教师引导学生总结知识、分享收获。



教学反思
