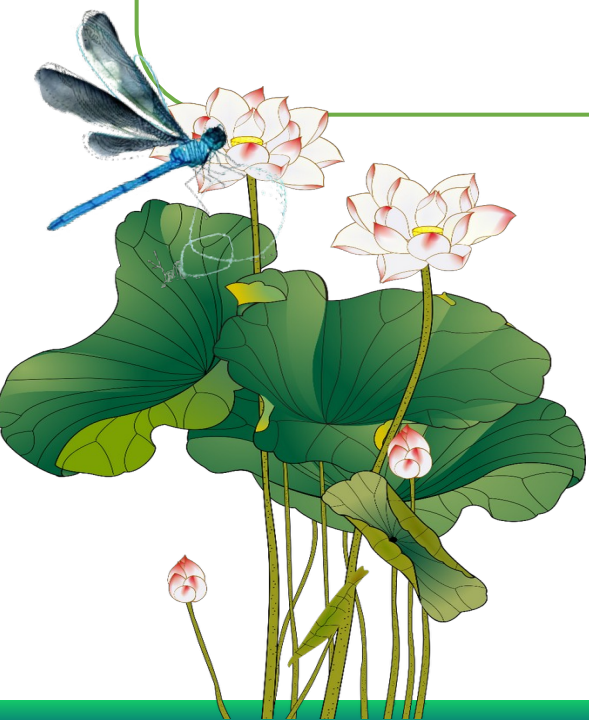




# 第8单元 《数学广角——数与形》



数

与

运用数学结合发现规律

极限思想

# 复习目标

- 1、让学生经历观察、操作、归纳等活动，帮助学生借助“形”来直观感受与“数”之间的关系，体会有时“形”与“数”能互相解释，并能借助“形”解决一些与“数”有关的问题。
- 2、培养学生通过数与形结合来分析思考问题，从而感悟数形结合的思想，提高解决问题的能力。
- 3、体会数形结合，培养学生热爱科学勇于探索的精神。

## 数学广角——数与形

数与形是数学研究的两个方面：一方面，借助于图形的特点可以将许多抽象的数学概念和数量关系形象化、简单化；另一方面，将图形问题转化为代数问题，以获得精确的结论。数形结合在数学解题中有重要的指导意义，这种“数”与“形”的信息转换，相互渗透，即数量问题和图形问题是可以相互转化的。

•例：先找出下面图形与算式的关系，再填空。

•	•• ••	••• ••• •••	•••• •••• •••• ••••	.....
1	$1+3=4=2^2$	$1+3+5=9=3^2$	$1+3+5+7=16=4^2$	

•(1) 推算： $1+3+5+\dots+19=10^2$

•(2) 概括： $n$  个  $=n^2$

•(3) 拓展应用：

•  $1+3+5+7+9+11+13+15+13+11+9+7+5+3+1=$

## 数与形

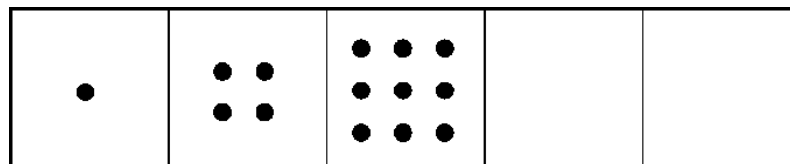
从 1 开始的连续奇数的和正好是这串数个数的平方。

有些计算问题或较为复杂的题目可以通过画图，把数字、算式转化成图形，使复杂的问题简单化、抽象的问题直观化，解决起来会直观、更简单。

画一画，填一填。

1 (1) 按照规律画一画，如果这样画下去，第 10 个图形中有

( 10 ) 个点。



(2) 先观察下列图形的规律，再填空。



1      1+3      1+3      1+3+(5)+(7)

第 6 个图形一共由 ( 36 ) 个小三角形组成，第 n 个图形一共由

(  $n^2$  ) 个小三角形组成。

## 导入

你能发现什么规律？

$$1+3= ( 4 )$$

$$1+3+5= ( 9 )$$

$$1+3+5+7= ( 16 )$$

.....

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19= ( 100 )$$

你发现了什么？



## 导入

你能发现什么规律？

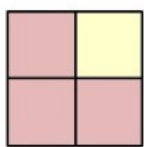
观察一下，上面的图和下面的算式有什么关系？把算式补充完整。

我发现，算式左边的加数是大正方形右上角的小正方形和其他“L”形图形所包含的小正方形各数之和，正好是每行或每列小正方形个数的平方。

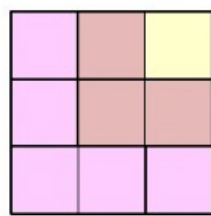
我发现，从 1 开始的连续奇数的和正好是这串数个数的平方。



$$1 = (1)^2$$



$$1 + 3 = (2)^2$$



$$1 + 3 + 5 = (3)^2$$

## 导入

你能发现什么规律？

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \dots$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{7}{8} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

$$\frac{15}{16} + \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$$

...

等号右边的分数越来越接近于 1

我们还可以用什么方法来解决这个问题？

画图，有些问题通过画图解决起来更直观。

## 导入

你能发现什么规律？

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \dots = 1$$

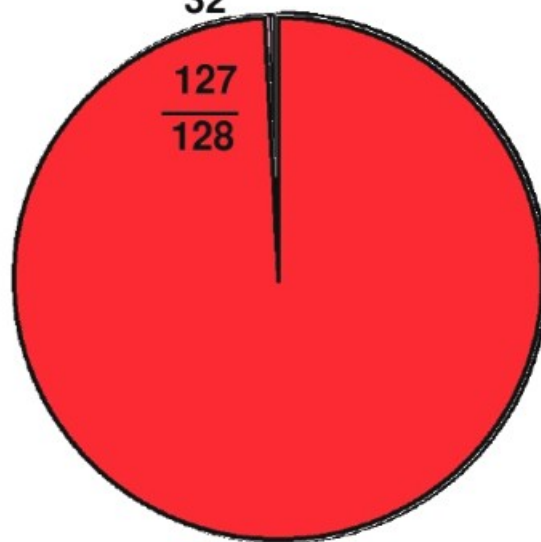
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{7}{8} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

$$\frac{15}{16} + \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$$

...

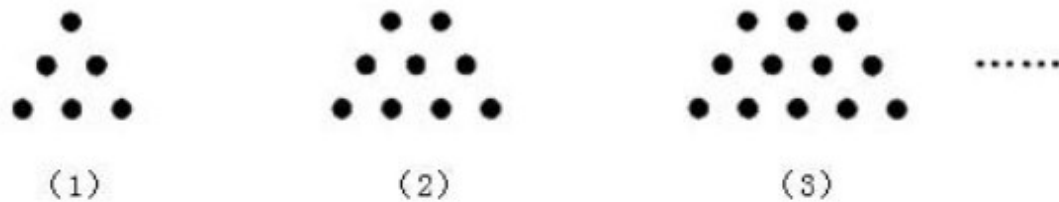


等号右边的分数越来越接近于 1。

像我们今天学习的数形结合的方法在解决数学问题时直观、易懂，今后我们遇到问题可以用数形结合的方法。

例 观察下面的点阵图规律；第（9）个点阵图中有（ ）个点。

答案：30。



解析：第（1）个图有 6 个点；

第（3）个图有  $3+4+5=12$  个点……第  $n$  个图就有  $n+ (n+1) + (n+2)$  个点。对于找规律的题目；首先应找出哪部分发生了变化；是按照什么规律变化的；通过分析找到各部分的变化规律后；再利用规律求解。

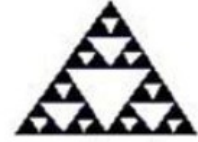
1. 观察下图中每一个大三角形中白色三角形的排列规律；则第 5 个大三角形中白色的三角形有 ( )。

A.82 个    B.154 个

C.83 个    D.121 个

答案：D

解析：分别数出第一个、第二个、第三个图中白  
此推算出第 5 个大三角形中白色三角形的个数为



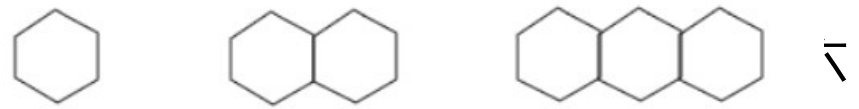
以

.....。

2. 按下面用小棒摆正六边形。摆 4 个正六边形需要 ( ) 根小棒；摆 10 个正六边形需要 ( ) 根小棒；摆 n 个正六边形需要 ( ) 根小棒。

答案：21；51； $5n+1$ 。

解析：摆 1 个六边形需要 6 根小棒；摆 2 个六边形需要 11 根小棒；可以写作  $5 \times 2 + 1$ ，摆 3 个六边形需要 16 根小棒；可以写作  $5 \times 3 + 1$ …… 由此可以推理得出一般规律；即摆 n 个六边形需要  $5n+1$  根小棒。



3. 有一个从袋子中摸球的游戏；小红根据游戏规则；做出了如下图所示的树形图；则此次摸球的游戏规则是（ ）。



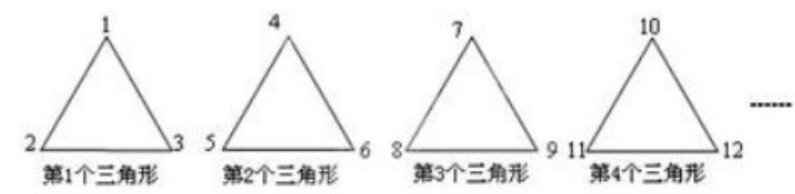
- A. 随机摸出一个球后
- B. 随机摸出一个球后不放回；再随机摸出一个球
- C. 随机摸出一个球后放回；再随机摸出三个球
- D. 随机摸出一个球后不放回；再随机摸出三个球

答案：A

解析：观察树形图可知；袋中共有红、黄、蓝三个小球；  
此次摸球的游戏规则为：第一次随机摸出一个球后放回；  
第二次再随机摸出一个球。

4. 如图；观察下列正三角形的三个顶点所标的数字规律；那么这个数在第 \_\_\_\_\_ 个三角形的 \_\_\_\_\_ 顶点处。

- A.669 ; 上      B.669 ; 左下
- C.670 ; 右下    D.670 ; 上



答案： D

解析：每个三角形有三个角；对应的三个数的顺序是上、左下、右下。  
根据  $\div 3 = 669 \dots 1$ ；所以这个数在第 670 个三角形的上顶点处。

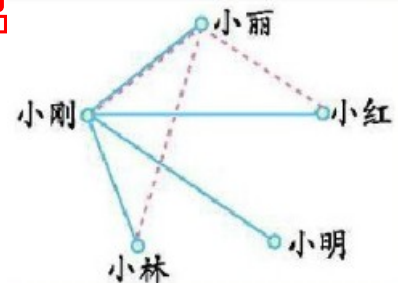
5. 小刚、小丽、小红、小明和小林五人进行跳棋比赛，每 2 人之间都要下 1 盘，小刚已经下了 4 盘，小丽下了 3 盘，小红下了 2 盘，小明下了 1 盘。请问小林一共下了几盘？

思考：我们应该怎样解决这个问题？

## 解题思路

五人进行跳棋比赛，每 2 人之间都要下一盘，用连线的方法分析：小刚已经下了四 4 盘，说明小刚跟另外的 4 人每人对着一盘，把小刚与另外 4 人连线（实线）：因为小明下了 1 盘，所以小明只和小刚下了 1 盘，小丽下了 3 盘中没有小明，把小丽下了 3 盘连线（虚线）。观察上图，小红分别与小丽和小刚对决一盘，恰好是小红下了 2 盘。再来看小林，已经下了 2 盘，分别和小刚、小丽对决。

小林一共下了 2 盘，分别和小刚、小丽下了 1 盘



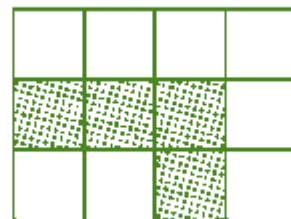
看图找规律，再填空。



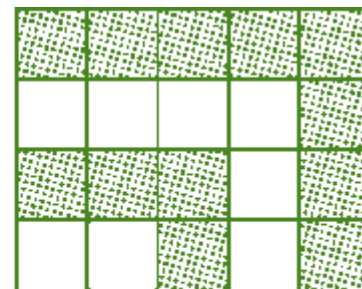
①



②



③



④

①  $2 = 1 \times 2$

②  $2 + 4 = 2 \times 3$

③  $2 + 4 + 6 = 3 \times 4$

④  $2 + 4 + 6 + 8 = 4 \times 5$

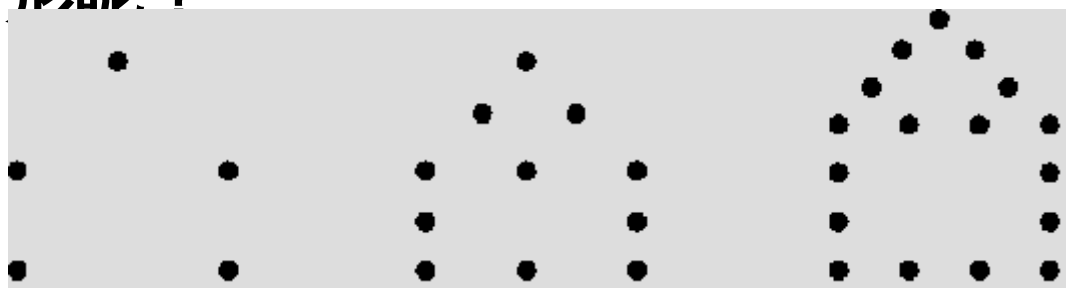
根据上面的规律写一写。

$2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 5 \times 6 = 30$

$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 = 9 \times 8 = 72$

用围棋子按下面的规律摆图形，第 5 个图形需要多少枚棋子？

第 10 个图形呢？



$$5 + (5 - 1) \times 6 = 29 \text{ (枚)}$$

$$5 + (10 - 1) \times 6 = 59 \text{ (枚)}$$

小提示

在  
形

## 2、数与形

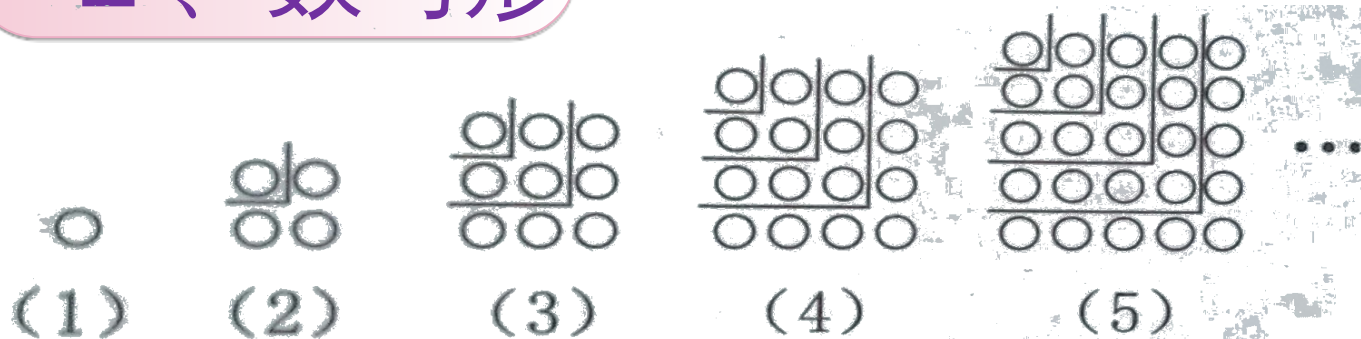


图 ( 1 ) :  $1=1^2$

图 ( 2 ) :  $1+3=4=2^2$

图 ( 3 ) :  $1+3+5=9=3^2$

图 ( 4 ) :  $1+3+5+7=16$  ( )  $=4$  ( )  $2$

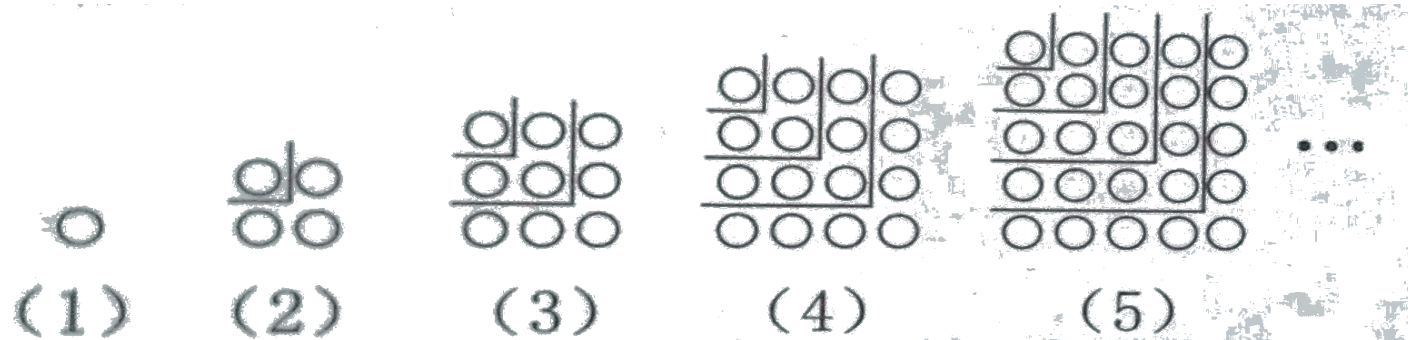


图 (5) :  $(1) + (3) + (5) + (7) + (9) + (11) + (13) + (15) + (17) = (9) = (3) \times 2$

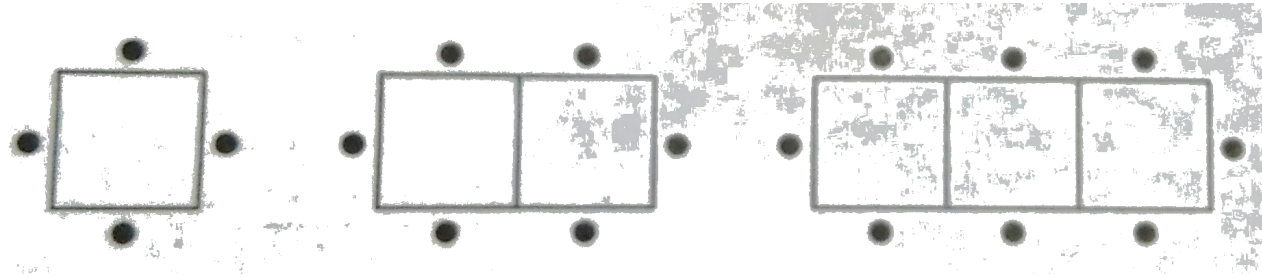
... ..

我会用 :  $1+3+5+7+9+11+13 = (7) \times 2$

$92 = 1+3+5+7+9+11+13+15+17$

## 对应训练 2

如图，一张方桌每边坐一人，2张拼起来可坐6人，3张、4张、5张拼起来，各可坐多少人？



			10	38		99		



点拨：方桌数  $n$  与可坐人数  
之间的关系为  $2n+2$ .

4 . 小林、小强、小芳、小兵和小刚 5 人进行象棋比赛，每 2 人之间都要下一盘。小林已经下了 4 盘，小强下了 3 盘，小芳下了 2 盘，小兵下了 1 盘。

请问：小剛一共下了几盘？



小剛



小林



小强



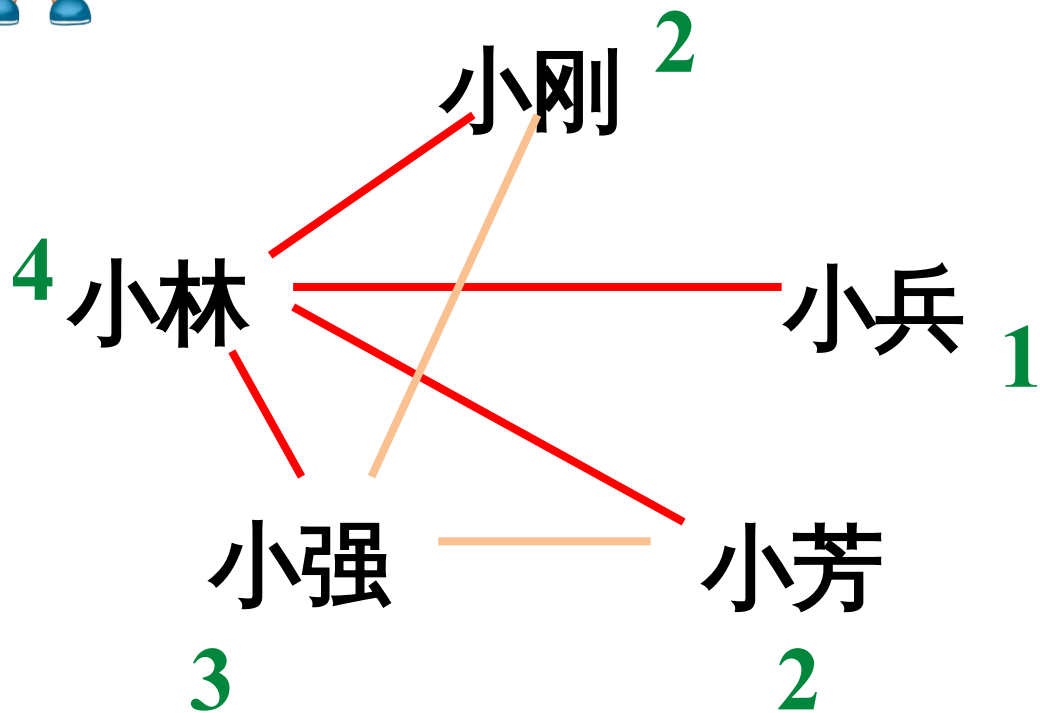
小芳



小兵



用连线的方法试试。



答：小刚一共下了 2 盘，  
分别和小林、小强下的。

你能用所学知识解决下列问题吗？

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27} + \frac{2}{81} + \dots = 1$$

我是这样想的：

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{9} = \frac{8}{9} \quad \frac{8}{9} + \frac{2}{27} = \frac{26}{27}$$

$$\frac{26}{27} + \frac{2}{81} = \frac{80}{81} \dots \text{所以原式的结果是 } 1。$$





谢谢观看 ~

