

第17章 一元二次方程检测题

(时间:90分钟,满分:100分)

一、选择题 (每小题3分,共30分)

1. (2015·重庆中考) 一元二次方程 $x^2-2x=0$ 的根是 ()

- A. $x_1=0, x_2=-2$ B. $x_1=1, x_2=2$
C. $x_1=1, x_2=-2$ D. $x_1=0, x_2=2$

2. 若 $(x+y)(1-x-y) + 6 = 0$, 则 $x+y$ 的值是 ()

- A. 2 B. 3 C. -2 或 3 D. 2 或 -3

3. 下面关于 x 的方程中: ① $ax^2 + bx + c = 0$; ② $3(x-9)^2 - (x+1)^2 = 1$; ③

$$x + 3 = \frac{1}{x};$$

④ $(a^2 + a + 1)x^2 - a = 0$; ⑤ $\sqrt{x+1} = x-1$. 一元二次方程的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. (2015·兰州中考) 股票每天的涨、跌幅均不能超过10%, 即当涨了原价的10%后, 便不能再涨, 叫做涨停; 当跌了原价的10%后, 便不能再跌, 叫做跌停. 已知一支股票某天跌停, 之后两天时间又涨回到原价, 若这两天此股票股价的平均增长率为 x , 则 x 满足的方程是 ()

- A. $(1+x)^2 = \frac{11}{10}$ B. $(1+x)^2 = \frac{10}{9}$ C. $1+2x = \frac{11}{10}$ D. $1+2x = \frac{10}{9}$

5. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - mx + (m-2) = 0$ 的根的情况是 ()

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 没有实数根 D. 无法确定

6. 已知 a 、 b 、 c 分别是三角形的三边长，则方程 $(a+b)x^2 + 2cx + (a+b) = 0$ 的根的情况是 ()

- A. 没有实数根 B. 有且只有一个实数根
C. 有两个相等的实数 D. 有两个不相等的实数根

7. 下列方程中，一定有实数解的是 ()

- A. $x^2 + 1 = 0$ B. $(2x+1)^2 = 0$ C. $(2x+1)^2 + 3 = 0$ D. $(\frac{1}{2}x - a)^2 = a$

8. (2015·河北中考) 若关于 x 的方程 $x^2 + 2x + a = 0$ 不存在实数根，则 a 的取值范围是 ()

- A. $a < 1$ B. $a > 1$ C. $a \leq 1$ D. $a \geq 1$

9. 一个两位数等于它的个位数的平方，且个位数字比十位数字大3，则这个两位数为 ()

- A. 25 B. 36 C. 25 或 36 D. -25 或 -36

10. (2015·兰州中考) 一元二次方程 $x^2 - 8x - 1 = 0$ 配方后可变形为 ()

- A. $(x+4)^2 = 17$ B. $(x+4)^2 = 15$
C. $(x-4)^2 = 17$ D. $(x-4)^2 = 15$

二、填空题 (每小题 3 分，共 24 分)

11. 若 $ax^2 + bx + c = 0$ 是关于 x 的一元二次方程，则不等式 $3a + 6 > 0$ 的解集是_____.

12. 已知关于 x 的方程 $x^2 + 3x + k^2 = 0$ 的一个根是 -1 ，则 $k =$ _____.

13. 关于 x 的一元二次方程 $(p-1)x^2 - x + p^2 - 1 = 0$ 的一个根为 0 ，则实数 p 的值是_____.

14. 若 $(m+1)x^{m(m+2)-1} + 2mx - 1 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程，则 m 的值是_____

— .

15. 若 $a+b+c=0$ 且 $a \neq 0$ ，则一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 必有一个定根，它是__

_____ .

16. 若矩形的长是 6 cm ，宽是 3 cm ，一个正方形的面积等于该矩形的面积，则正方形的边长是_____ .

17. 若两个连续偶数的积是 224，则这两个数的和是_____ .

18. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - mx + 2m = 0$ 的一个根为 1，则方程的另一个根为_____

.

三、解答题 (共 46 分)

19. (6 分) 已知关于 x 的方程 $(m^2 - 1)x^2 - (m + 1)x + m = 0$.

(1) m 为何值时，此方程是一元一次方程？

(2) m 为何值时，此方程是一元二次方程？并写出一元二次方程的二次项系数、一次项系数及常数项.

20. (6 分) 选择适当方法解下列方程：

(1) $x^2 - 5x + 1 = 0$ (用配方法)；

(2) $3(x - 2)^2 = x(x - 2)$ ；

(3) $2x^2 - 2\sqrt{2}x - 5 = 0$ ；

(4) $(y + 2)^2 = (3y - 1)^2$.

21. (6 分) 根据下列问题，列出关于 x 的方程，并将其化成一元二次方程的一般形式.

(1) 4 个完全相同的正方形的面积之和是 25，求正方形的边长 x .

(2) 一个矩形的长比宽多 2，面积是 100，求矩形的长 x .

22. (7分) 某商场礼品柜台春节期间购进大量贺年卡,一种贺年卡平均每天可售出 500 张,每张盈利 0.3 元.为了尽快减少库存,商场决定采取适当的降价措施,调查发现,如果这种贺年卡的售价每降低 0.1 元,那么商场平均每天可多售出 100 张,商场要想平均每天盈利 120 元,每张贺年卡应降价多少元?

23. (7分) (2015·四川南充) 已知关于 x 的一元二次方程 $(x-1)(x-4)=p^2$, p 为实数.

(1) 求证: 方程有两个不相等的实数根.

(2) p 为何值时, 方程有整数解. (直接写出三个, 不需说明理由)

24. (7分) 某市为争创全国文明卫生城, 2008 年市政府对市区绿化工程投入的资金是 2 000 万元, 2010 年投入的资金是 2 420 万元, 且从 2008 年到 2010 年, 两年间每年投入资金的年平均增长率相同.

(1) 求该市对市区绿化工程投入资金的年平均增长率;

(2) 若投入资金的年平均增长率不变, 那么该市在 2012 年需投入多少万元?

25. (7分) 已知下列 n (n 为正整数) 个关于 x 的一元二次方程:

$$x^2 - 1 = 0,$$

$$x^2 + x - 2 = 0,$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0,$$

.....

$$x^2 + (n-1)x - n = 0.$$

(1) 请解上述一元二次方程;

(2) 请你指出这 n 个方程的根具有什么共同特点, 写出一条即可.

第 17 章 一元二次方程检测题参考答案

1. D 解析: 由 $x^2 - 2x = 0$, 可知 $x(x-2) = 0$,

故 $x = 0$ 或 $x - 2 = 0$,

∴ 方程的根是 $x_1 = 0, x_2 = 2$.

2. C 解析：用换元法求值，可设 $x + y = a$ ，原式可化为 $a(1-a) + 6 = 0$ ，解得

$$a_1 = 3, a_2 = -2.$$

3. B 解析：方程①与 a 的取值有关；方程②经过整理后，二次项系数为 2，是一元二

次方程；方程③是分式方程；方程④的二次项系数经过配方后可化为 $\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ ，

不论 a 取何值，都不为 0，所以方程④是一元二次方程；方程⑤不是整式方程，也可排除。故一元二次方程仅有 2 个。

4. B 解析：设此股票原价为 a 元，跌停后的价格为 $0.9a$ 元。如果每天的平均增长率为 x ，经过两天涨价后的价格为 $0.9a(1+x)^2$ ，于是可得方程 $0.9a(1+x)^2 = a$ ，即 x 满足的方程

$$\text{是 } (1+x)^2 = \frac{10}{9}.$$

5. A 解析：因为

$$b^2 - 4ac = (-m)^2 - 4 \times 1 \times (m-2) = m^2 - 4m + 8 = (m-2)^2 + 4 > 0,$$

所以方程有两个不相等的实数根。

6. A 解析：因为 $\Delta = (2c)^2 - 4(a+b)(a+b) = 4(c+a+b)(c-a-b)$ ，又因为

a, b, c 分别是三角形的三边长，所以 $c+a+b > 0, c-a-b < 0$ ，所以 $\Delta < 0$ ，

所以方程没有实数根。

7. B 解析：D 选项中当 $a < 0$ 时方程无实数根，只有 B 正确。

8. B 解析：由题意，得 $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times a < 0$ ，解得 $a > 1$ 。

9. C 解析：设这个两位数的十位数字为 x ，则个位数字为 $x+3$ 。依题意，得 $10x+x+3=(x+3)^2$ ，解得 $x_1=2, x_2=3$ 。∴ 这个两位数为 25 或 36。故选 C。

10. C 解析：移项，得 $x^2-8x=1$ 。配方，得 $x^2-8x+(-4)^2=1+(-4)^2$ ，即

$$(x-4)^2=17$$

11. $a > -2$ 且 $a \neq 0$ 解析：不可忘记 $a \neq 0$ 。

12. $\pm\sqrt{2}$ 解析：把 $x=-1$ 代入方程，得 $(-1)^2+3 \times (-1)+k^2=0$ ，则 $k^2=2$ ，所以

$$k = \pm\sqrt{2}$$

13. -1 解析：∵ 关于 x 的一元二次方程 $(p-1)x^2-x+p^2-1=0$ 的一个根为 0，

∴ $x=0$ 满足方程 $(p-1)x^2-x+p^2-1=0$ ，∴ $p^2-1=0$ ，解得 $p=1$ 或 $p=-1$ 。

又∵ $p-1 \neq 0$ ，即 $p \neq 1$ ，∴ 实数 p 的值是 -1 。

14. -3 或 1 解析：由
$$\begin{cases} m(m+2)-1=2, \\ m+1 \neq 0, \end{cases}$$
 得 $m=-3$ 或 $m=1$ 。

15. 1 解析：由 $a+b+c=0$ ，得 $b=-(a+c)$ ，原方程可化为

$$ax^2-(a+c)x+c=0, \text{ 解得 } x_1=1, x_2=\frac{c}{a}$$

16. $3\sqrt{2}$ cm 解析：设正方形的边长为 x cm，则 $x^2 = 6 \times 3$ ，解得 $x = \pm 3\sqrt{2}$ ，由于

边长不能为负，故 $x = -3\sqrt{2}$ 舍去，故正方形的边长为 $3\sqrt{2}$ cm.

17. 30 或 -30 解析：设其中的一个偶数为 x ，则 $x(x+2) = 224$. 解得

$x_1 = 14$, $x_2 = -16$ ，则另一个偶数为 16, -14. 这两数的和是 30 或 -30.

18. -2 解析：把 $x = 1$ 代入 $x^2 - mx + 2m = 0$ ，得 $m = -1$ ，所以方程 $x^2 - mx + 2m = 0$

化为 $x^2 + x - 2 = 0$ ，解这个方程得 $x_1 = 1$, $x_2 = -2$. 所以此方程的另一根为 -2.

19. 分析：本题是含有字母系数的方程问题. 根据一元一次方程和一元二次方程的定义，分别进行讨论求解.

解：(1) 由题意得 $\begin{cases} m^2 - 1 = 0, \\ m + 1 \neq 0, \end{cases}$ 即 $m = 1$ 时，

方程 $(m^2 - 1)x^2 - (m + 1)x + m = 0$ 是一元一次方程.

(2) 由题意得 $(m^2 - 1) \neq 0$ ，即 $m \neq \pm 1$ 时，方程 $(m^2 - 1)x^2 - (m + 1)x + m = 0$ 是一元二次方程. 此方程的二次项系数是 $m^2 - 1$ 、一次项系数是 $-(m + 1)$ 、常数项是 m .

20. 解：(1) $x^2 - 5x + \frac{25}{4} = \frac{21}{4}$ ，

配方得 $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{21}{4}$ 解得 $x_1 = \frac{5 + \sqrt{21}}{2}$, $x_2 = \frac{5 - \sqrt{21}}{2}$.

(2) $3(x - 2)^2 - x(x - 2) = 0$ ，

分解因式得 $(x - 2)(3x - 6 - x) = 0$ 解得 $x_1 = 2$, $x_2 = 3$.

(3) 因为 $\Delta = 8 - 4 \times 2 \times (-5) = 48$ ，

$$\text{所以 } x_1 = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{48}}{2 \times 2}, x_2 = \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{48}}{2 \times 2},$$

$$\text{即 } x = \frac{\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2} \text{ 或 } x = \frac{\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{2}.$$

(4)移项得 $(y+2)^2 - (3y-1)^2 = 0$,

分解因式得 $(4y+1)(3-2y) = 0$, 解得 $y_1 = -\frac{1}{4}, y_2 = \frac{3}{2}$.

21. 解: (1) 依题意得 $4x^2 = 25$,

化为一元二次方程的一般形式得 $4x^2 - 25 = 0$.

(2) 依题意得 $x(x-2) = 100$,

化为一元二次方程的一般形式得 $x^2 - 2x - 100 = 0$.

22. 分析: 总利润=每件平均利润×总件数. 设每张贺年卡应降价 x 元, 则每件平均利润应是 $(0.3-x)$ 元, 总件数应是 $(500 + \frac{x}{0.1} \times 100)$.

解: 设每张贺年卡应降价 x 元.

则依题意得 $(0.3-x) (500 + \frac{100x}{0.1}) = 120$,

整理, 得 $100x^2 + 20x - 3 = 0$,

解得 $x_1 = 0.1, x_2 = -0.3$ (不合题意, 舍去).

$\therefore x = 0.1$.

答: 每张贺年卡应降价 0.1 元.

23. 解: (1) 化简方程, 得 $x^2 - 5x + 4 - p^2 = 0$.

$$\Delta = (-5)^2 - 4(4 - p^2) = 9 + 4p^2.$$

p 为实数, $p^2 \geq 0, \therefore 9 + 4p^2 > 0$.

即 $\Delta > 0, \therefore$ 方程有两个不相等的实数根.

(2) 当 p 为 0, 2, -2 时, 方程有整数解. (答案不唯一)

24. 分析: (1) 因为年平均增长率相同, 所以可设年平均增长率为 x , 则

$$2000(1+x)^2 = 2420; (2) \text{需投入 } 2420(1+x)^2 \text{ 万元.}$$

解：(1) 设该市对市区绿化工程投入资金的年平均增长率为 x ，

根据题意得 $2\,000(1+x)^2 = 2\,420$ ，

解得 $x_1 = 10\%$ ， $x_2 = -2.1$ (舍去)。

答：该市对市区绿化工程投入资金的年平均增长率为 10% 。

(2) 2012 年需投入资金： $2\,420 \times (1+x)^2 = 2\,420 \times (1+10\%)^2 = 2\,928.2$ (万元)。

答：2012 年需投入资金 $2\,928.2$ 万元。

25. 解：(1) $x^2 - 1 = (x+1)(x-1) = 0$ ，所以 $x_1 = -1$ ， $x_2 = 1$ 。

$x^2 + x - 2 = (x+2)(x-1) = 0$ ，所以 $x_1 = -2$ ， $x_2 = 1$ 。

$x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1) = 0$ ，所以 $x_1 = -3$ ， $x_2 = 1$ 。

.....

$x^2 + (n-1)x - n = (x+n)(x-1) = 0$ ，所以 $x_1 = -n$ ， $x_2 = 1$ 。

(2) 答案不唯一，比如：共同特点是：都有一个根为 1 ；都有一个根为负整数；两个根都是整数根等。

