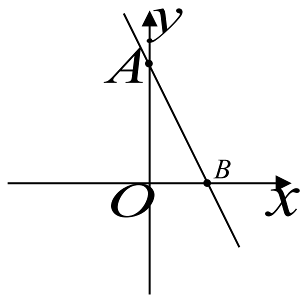
函数几何计算题

1、如图7，平面直角坐标系中，已知一个一次函数的图像经过点 A（0，4）、B（2，0）．

（1）求这个一次函数的解析式；

（2）把直线 AB 向左平移，若平移后的直线与 x 轴交于点 C，且 $AC=BC$．求点 C 的坐标和平移后所得直线的表达式．

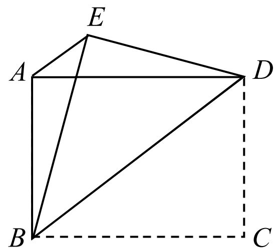


（图1）

2. 如图9，已知矩形 $ABCD$，把矩形 $ABCD$ 沿直线 BD 翻折，点 C 落在点 E 处，联结 AE．

（1）若 $AB=\sqrt{3}$，$BC=\sqrt{6}$，试求四边形 $ABDE$ 的面积；

（2）记 AD 与 BE 的交点为 P，若 $AB=a$，$BC=b$，试求 PD 的长（用 a、b 表示）．



（图2）

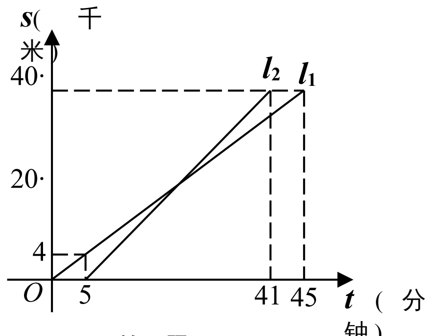
3．

上周六，小明一家共7人从南桥出发去参观世博会。小明提议：让爸爸载着爷爷、奶奶、外公、外婆去，自己和妈妈坐世博41路车去，最后在地铁8号线航天博物馆站附近汇合。图中 l_1，l_2 分别表示世博41路车与小轿车在行驶中的路程（千米）与时间（分钟）的关系，试观察图像并回答下列问题：

（1）世博41路车在途中行驶的平均速度为_______千米/分钟；此次行驶的路程是____-___千米．（2分）

（2）写出小轿车在行驶过程中 s 与 t 的函数关系式：________________，定义域为___________．（3分）

（3）小明和妈妈乘坐的世博41路车出发___分钟后被爸爸的小轿车追上了．（3分）

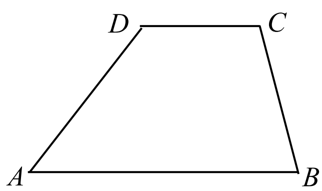


(第3题图)

4、（本题 7分）如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AB\parallel CD$.

（1）如果 $\angle A=50°$，$\angle B=80°$，求证：$BC+CD=AB$．

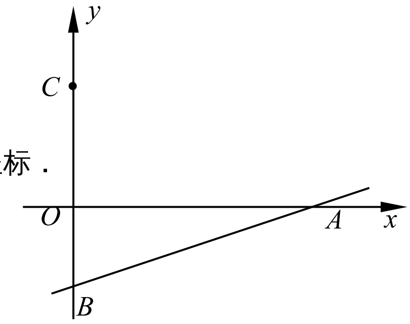
（2）如果 $BC+CD=AB$，设 $\angle A=x°$，$\angle B=y°$，那么 y 关于 x 的函数关系式是_______.



5．如图，一次函数 $y=\frac{1}{3}x+b$ 的图像与 x 轴相交于点 A（6，0)、与 y 轴相交于点 B，点 C 在 y 轴的正半轴上，$BC=5$．

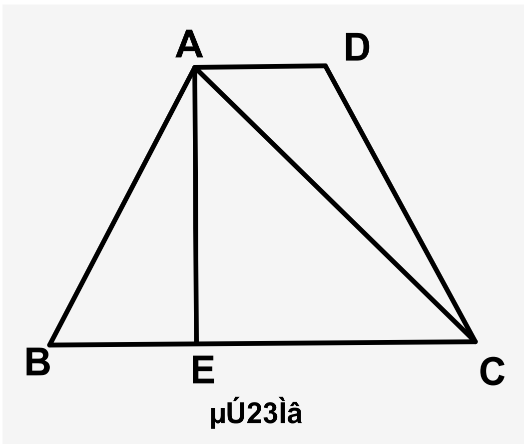
（1）求一次函数的解析式和点 B、C 的坐标；

（2）如果四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，求点 D 的坐标．



（第 5 题）

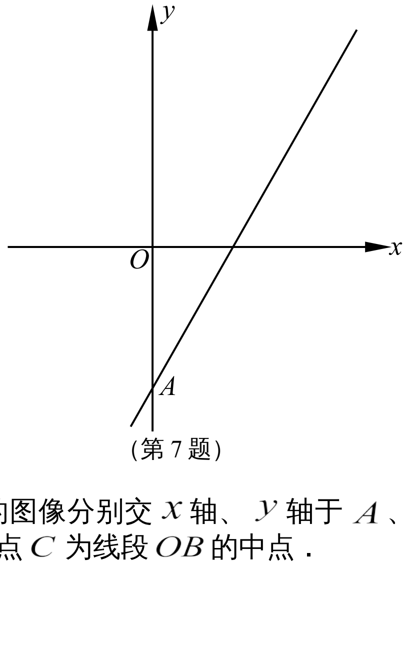
6．如图，在等腰梯形 $ABCD$ 中，已知 $AD // BC$，$AB=CD$，$AE\perp BC$ 于 E，$\angle B=60^\circ$，$\angle DAC=45^\circ$，$AC=\sqrt{6}$，求梯形 $ABCD$ 的周长。.



7．如图，直线 $y=2x-7$ 与 y 轴相交于点 A，点 B 的坐标为（−4，0），如果点 C 在 y 轴上，点 D 在直线 $y=2x-7$ 上，$BC//AD$，$CD=AB$．

（1）求直线 BC 的表达式；

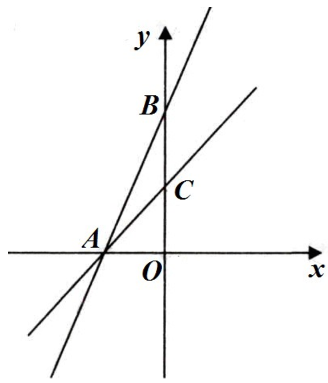
（2）点 D 的坐标．



（第 7 题）

8．如图，在平面直角坐标系中，函数 $y=2x+12$ 的图像分别交 x 轴、y 轴于 A、B 两点．过点 A 的直线交 y 轴正半轴于点 C，且点 C 为线段 OB 的中点．

（1）求直线 AC 的表达式；
（2）如果四边形 $ACPB$ 是平行四边形，求点 P 的坐标．

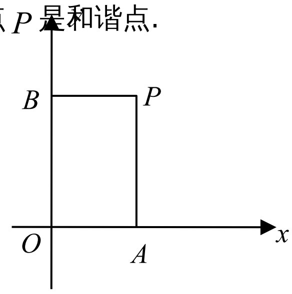


(第 8 题图)

9．在平面直角坐标系中，过一点分别作坐标轴的垂线，若与坐标轴围成矩形的周长与面积相等，则这个点叫做和谐点.例如，图中过点 P 分别作 x 轴，y 轴的垂线，与坐标轴围成矩形 $OAPB$ 的周长与面积相等，则点 P 是和谐点.

（1）判断点 $M(1,2), N(4,4)$ 是否为和谐点，并说明理由；

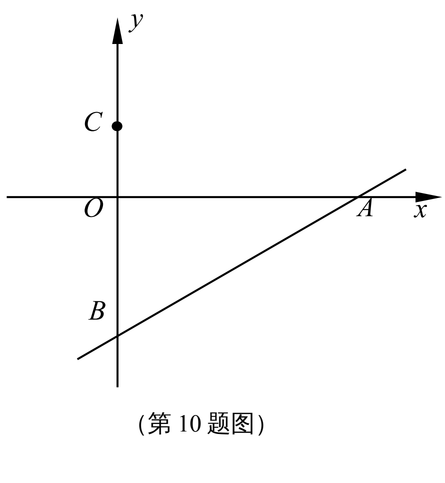
（2）若和谐点 $P(a,3)$ 在直线 $y=-x+b(b为常数)$ 上，求点 a,b 的值.



10．如图，一次函数 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+b$ 的图像与 x 轴相交于点 A（$5\sqrt{3}$，0）、与 y 轴相交于点 B．

（1）求点 B 的坐标及 $\angle ABO$ 的度数；

（2）如果点 C 的坐标为（0，3），四边形 $ABCD$ 是直角梯形，求点 D 的坐标．



(第 10 题图)

函数几何计算题答案

1．解：（1）设一次函数的解析式为 $y=kx+b$ ．…………………（1分）

由已知，$\begin{cases}2k+b=0\\b=4\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=-2,\\b=4.\end{cases}$ …………………（2分）

∴一次函数的解析式为 $y=-2x+4$ ．……（1分）

（2）设点 C（x，0）…………………………（1分）

由 $AC=BC$ 得，$\sqrt{x^2+16}=2-x.$ …………………………（1分）

解得 $x=-3$（经检验是方程的根）

∴点 C（–3，0）．……………………………………………（1分）

设平移后的直线为 $y=-2x+m$ …………………………（1分）

则 $0=-2\times(-3)+m$，即 $m=-6.$

∴平移后的直线为 $y=-2x-6$ ．…………………………（1分）

2．解：(1）过 E 作 $EF\perp BD$，过 A 作 $AG\perp BD$

由翻折知，$\triangle BED\cong\triangle BCD$ ……………（1分）

∵矩形 ABCD，且 $AB=\sqrt{3}$，$BC=\sqrt{6}$，∴ $BD=3$

$AG=EF=\dfrac{BE\times EC}{BD}=\sqrt{2}$．……………（1分）

从而，$BG=DF=1$，$AE=FG=1$．……………（1分）

∴ $AE//BD$，∴ 四边形 $ABCE$ 是梯形．……………（1分）

∴ $S_{四边形ABDE}=\dfrac{1}{2}(AE+BD)\times AG=2\sqrt{2}$．………………………………（1分）

（2）由翻折知，$\angle EBD=\angle CBD$

∵ $AD\parallel BC$，∴$\angle ADB=\angle CBD$

∴ $\angle ADB=\angle EBD$，∴ $PB=PD$. ……………（1分）

∵ 矩形 $ABCD$，∴$\angle ADB=90°$，∴ $AB^2+AP^2=BP^2$

设 $PD=x$，则 $a^2+(b-x)^2=x^2$．……………（2分）

解得 $x=\dfrac{a^2+b^2}{2b}$，即 $PD=\dfrac{a^2+b^2}{2b}$．……………………（1分）

3．（1）0.8；36；…（2分）；（2）$s=t-5$；$5\le t\le 41$`…（3分）（3）25…（3分）

4、证：（1）延长 AD 与 BC 相交于点 P，---------------------------------------（1分）

∵$AB\parallel CD$，又$\angle A=50°$，$\angle B=80°$，

∴$\angle PDC=50°$，$\angle PCD=80°$，

又∵$\angle P=180°-\angle A-\angle B=50°$，------------------------------（1分）

∴$\angle P=\angle A$，

∴$AB=BP$.同理 $DC=CP$. ---（2分）

∴$AB=BP=BC+CP=BC+CD$.即证.--------------------------------（1分）

（2）$y=180-2x$.---（2分）

5．（1）解：∵一次函数 $y=\frac{1}{3}x+b$ 的图像与 x 轴相交于点 A（6，0），

$\therefore \frac{1}{3}\times 6+b=0, b=-2.$ ……………………………………………（1分）

∴一次函数解析式为 $y=\frac{1}{3}x-2$，点 B（0，–2）．…………………（1分）

∵BC=5，OB=2，∴OC=3，∴点 C 为（0，3）．………………………（1分）

（2）解：当 $AD//BC$ 时，CD=AB，过点 D 作 $DE\perp y$ 轴，垂足为 E，

∵DE=AO=6，∴Rt△DCE≌Rt△ABO, ………………………………………（1分）

∴CE=OB=2,∴OE=1 ∴点 D（6，1）．……………………………………（1分）

当 $CD//AB$ 时，直线 CD 的表达式为 $y=\frac{1}{3}x+3$，设点 D（$3a$，$a+3$）．…（1分）

∵AD=BC=5，∴ $AD^2=25$，∴ $(3a-6)^2+(a+3)^2=25$．…………………（1分）

解得 $a_1=1,\ a_2=2$（不符合题意），∴点 D 的坐标为（3，4）……………（1分）

6. .解：∵ $AD//BC$，$\angle DAC=45^\circ$，∴$\angle ACB=45^\circ$

∵ $AE\perp BC, AC=\sqrt{6}$ ∴ $AE=EC=\sqrt{3}$ …………1′

∵ $\angle B=60^\circ$ ∴ $BE=1, AB=2$ …………2′

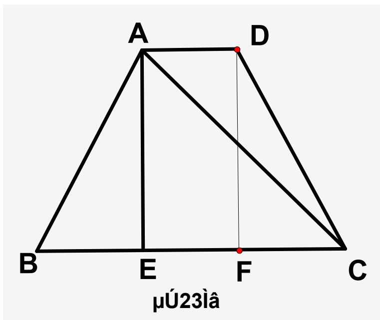
∴ $DC=2$ …………1′

作 $DF\perp BC$ 于点 F

∵ $BE=FC=1$ …………1′

∴ $EF=\sqrt{3}-1$

∴ $AD=EF=\sqrt{3}-1$ …………1′



∴梯形 $ABCD$ 的周长为 $(4+2\sqrt{3})$ …………1′

7．解：（1）设直线 BC 的表达式为 $y=2x+b$，……………………………………（1分）

∵点 B（–4，0），$\therefore 2\times(-6)+b=0, b=8.$ ………………………（1 分）

∴一次函数解析式为 $y=2x+8$．………………………………………（1 分）

（2）∵点 D 在直线 $y=2x-7$ 上，∴设点 D（a，$2a-7$）．…………………（1 分）

∵点 A（0，–7），B（–4，0），C（0，8），$CD=AB$，……………………（1 分）

∴ $a^2+(2a-15)^2=4^2+7^2$．…………………………………………………（1 分）

∴ $a^2-12a+32=0$，解得 $a_1=4, a_2=8$，……………………………………（1 分）

∴点 D 的坐标为（4，1）或（8，9）．……………………………………（1 分）

8．（1）∵函数 $y=2x+12$ 的图像分别交 x 轴、y 轴于 A、B 两点．

∴ $A(-6,0)$，$B(0,12)$……………………………………………………………2 分

∵点 C 为线段 OB 的中点．∴ $C(0,6)$…………………………………………1 分

设直线 AC 的表达式为 $y=kx+b$．

∴ $\begin{cases}-6k+b=0,\\ b=6.\end{cases}$ 解得：$\begin{cases}k=1,\\ b=6.\end{cases}$ ………………………………………………2 分

∴直线 AC 的表达式为 $y=x+6$．

（2）**解法一：**

∵四边形 $ACPB$ 是平行四边形.

∴ $PC=AB$ 且 $PC\parallel AB$，$PB=AC$ 且 $PB\parallel AC$．

过点 P 作 y 轴的垂线，垂足为 Q．

可证得△ PQB ≌△ AOC．

∴ $PQ=AO=6$，$BQ=CO=6$ ……………………………………………1 分

∴ $QO=18$ ………………………………………………………………………1 分

∴ $P(6,18)$. …………………………………………………………………2 分

解法二：

∵四边形 $ACPB$ 是平行四边形.

∴ $PC\parallel AB$．

∵ $C(0,6)$.

∴直线 CP 的解析式为 $y=2x+6$ ……………………………………………1 分

设点 $P(x,2x+6)$.

由 $PC=AB=6\sqrt{5}$，可得 $x=\pm 6$（负值舍去）. …………………………1 分

∴ $P(6,18)$. ………………………………………… ……………………2 分

9、解：（1）$\because 1\times 2\neq 2\times(1+2), 4\times 4=2\times(4+4),$

∴点 M 不是和谐点，点 N 是和谐点. ---2 分

（2）由题意得，

当 $a>0$ 时，$(a+3)\times 2=3a,\therefore a=6$，---2 分

∵点 $P(a,3)$ 在直线 $y=-x+b$ 上，代入得 $b=9$；------------------------------1 分

当 $a<0$ 时，$(-a+3)\times 2=-3a$，$\therefore a=-6$，------------------------------------2 分

∵点 $P(a,3)$ 在直线 $y=-x+b$ 上，代入得 $b=-3$.-------------------------------1 分

$\therefore a=6,b=9$ 或 $a=-6,b=-3.$

10．解：（1）∵点 A（$5\sqrt{3}$，0）在一次函数 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+b$ 的图像上，

$\therefore 0=\frac{\sqrt{3}}{3}\times 5\sqrt{3}+b, b=-5.$ …………………………………………………（1分）

∴点 B 的坐标为 $(0,-5)$．……………………………………………………（1分）

∵∠AOB=90º，OB=5，OA=$5\sqrt{3}$，

∴AB=$\sqrt{AO^2+OB^2}=\sqrt{75+25}=10$，……………………………………（1分）

∴∠OAB=30º，∠ABO=60º．………………………………………………（1分）

（2）当 AD//BC 时，∠BCD=∠ADC=90º，点 D（$5\sqrt{3}$，3）．……………………（2分）

当 CD//AB 时，∠BAD=∠ADC=90º，

过点 D 作 DH⊥OA，DH 与 OA、AB 分别交于点 HE，∴DE//BC，∴DE=BC=8．

∴∠AED=∠ABC=60º，∠ADE=30º，∴AE=4，AD=$4\sqrt{3}$，………………（1分）

∴AH=$2\sqrt{3}$，OH=$3\sqrt{3}$，DH=6，∴点 D（$3\sqrt{3}$，6）．……………………（1分）

∴点 D 的坐标为（$5\sqrt{3}$，3）或（$3\sqrt{3}$，6）．