

第六章 平行四边形

【知识点精析】

一、平行四边形的定义及性质

知识点 1 平行四边形的概念

两组对边分别平行的四边形是平行四边形

知识点 2 平行四边形的性质 (边, 角, 对角线, 对称性)

(1) 边的性质: 平行四边形的对边相等

平行四边形的对边平行

(2) 角的性质: 平行四边形的对角相等

(3) 对角线的性质: 平行四边形的对角线互相平分

(4) 平行四边形是中心对称图形

二、平行四边形的判定:

知识点 1 平行四边形的判定

(1) 两组对边分别平行的四边形是平行四边形 (定义)

(2) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形

(3) 对角线互相平分的四边形是平行四边形

(4) 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形

(注意: ①必须是同一组对边平行且相等, 也就是一组对边平行, 另一组对边相等时, 不一定是平行四边形。②有两条边相等, 并且另外两条边相等的四边形不一定是平行四边形)

知识点 2 两条平行线间的距离的定义

若两条直线互相平行, 则其中一条直线上任意两点到另一条直线的距离相等, 这个距离称为平行线之间的距离, 实际上平行线间的距离处处相等

三、三角形的中位线

1、三角形中位线的定义: 连接三角形两边中点的线段叫做三角形的中位线

2、三角形中位线定理: 三角形的中位线平行于三角形的第三边, 且等于第三边的一半

(要区别三角形中位线和中线不要搞混淆了, 说的是中位线与第三边的位置关系, 中位线与第三边的数量关系)

四、多边形的内角与外角和

知识点一、多边形及正多边形

1、多边形：在平面内，由若干条不在同一条直线上的线段首尾顺次相连组成的封闭图形叫做多边形

2、多边形的分类：多边形按组成它的线段的条数分为三角形（三角形）、四边形、五边形……由 n 条线段组成的多边形叫做 n 边形

3、多边形的对角线：连接多边形不相邻的两个顶点的线段叫做多边形的对角线

4、正多边形：在平面内，内角都相等、边也都相等的多边形叫做正多边形

知识点二、多边形的内角和与外角和

1、多边形的内角和： n 变形的内角和等于 $(n-2) * 180^\circ$ ($n \geq 3$)

2、多边形的外角和：多边形的外角和等于 360°

3. 多边形的对角线有： $\frac{n(n-3)}{2}$

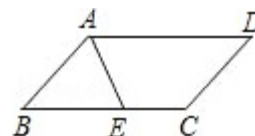
【巩固训练】

一、平行四边形的概念及性质

1. (2012 浙江杭州 3 分) 已知平行四边形 ABCD 中， $\angle B = 4\angle A$ ，则 $\angle C = [\quad]$

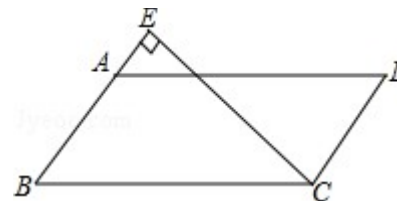
- A . 18° B . 36° C . 72° D . 144°

2. (2012 四川自贡 3 分) 如图，在平行四边形 ABCD 中， $AD = 5$ ， $AB = 3$ ，AE 平分 $\angle BAD$ 交 BC 边于点 E，则线段 BE，EC 的长度分别为 [\quad]



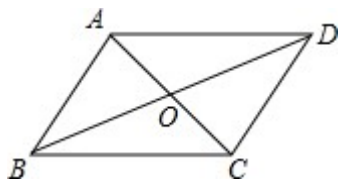
- A . 2 和 3 B . 3 和 2 C . 4 和 1 D . 1 和 4

3. (2012 山东泰安 3 分) 如图，在平行四边形 ABCD 中，过点 C 的直线 $CE \perp AB$ ，垂足为 E，若 $\angle EAD = 53^\circ$ ，则 $\angle BCE$ 的度数为 [\quad]



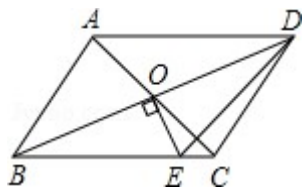
A. 53° B. 37° C. 47° D. 123°

4. (2012 广西南宁 3 分) 如图, 在平行四边形 ABCD 中, AB=3cm, BC=5cm, 对角线 AC, BD 相交于点 O, 则 OA 的取值范围是【 】

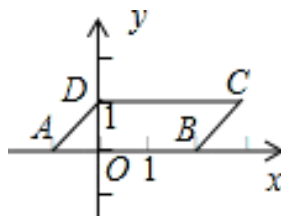


A. $2\text{cm} < \text{OA} < 5\text{cm}$ B. $2\text{cm} < \text{OA} < 8\text{cm}$ C. $1\text{cm} < \text{OA} < 4\text{cm}$ D. $3\text{cm} < \text{OA} < 8\text{cm}$

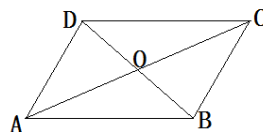
5. (2012 湖南永州 3 分) 如图, 平行四边形 ABCD 的对角线相交于点 O, 且 $AB \neq AD$, 过 O 作 $OE \perp BD$ 交 BC 于点 E. 若 $\triangle CDE$ 的周长为 10, 则平行四边形 ABCD 的周长为_____.



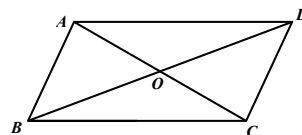
6. (2012 山东烟台 3 分) $\square ABCD$ 中, 已知点 A (-1, 0), B (2, 0), D (0, 1). 则点 C 的坐标为_____.



7. (2010 青海西宁) 在 $\square ABCD$ 中, 对角线 AC、BD 相交于点 O, 如果 $AC=14$, $BD=8$, $AB=x$, 那么 x 的取值范围是_____.



8. (2010 辽宁铁岭) 如图所示, 平行四边形 ABCD 的周长是 18 cm, 对角线 AC、BD 相交于点 O, 若 $\triangle AOD$ 与 $\triangle AOB$ 的周长差是 5 cm, 则边 AB 的长是_____ cm.



9. (2013 湖南益阳, 6, 4 分) 如图 2, 在平行四边形 ABCD 中, 下列

...
o() _ - _

结论中错误的是 ()

- A. $\angle 1 = \angle 2$ B. $\angle BAD = \angle BCD$ C. $AB = CD$ D. $AC \perp BD$

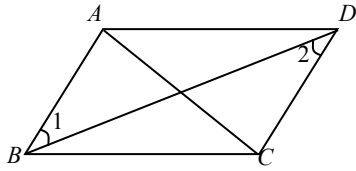
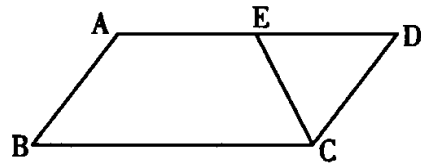


图 2

10. (2013 黑龙江省哈尔滨市, 7) 如图, 在 Error: Reference source not found ABCD 中, $AD = 2AB$, CE 平分 $\angle BCD$ 交 AD 边于点 E, 且 $AE = 3$, 则 AB 的长为 ().



(第 7 题图)

- (A) 4 (B) 3 (C) $\frac{5}{2}$ (D) 2

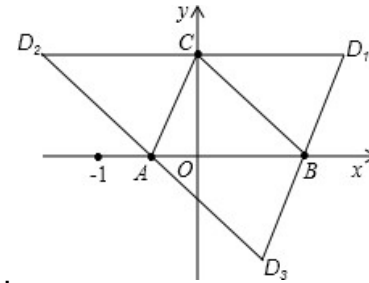
11. (2012 四川巴中 3 分) 不能判定一个四边形是平行四边形的条件是 []

- A. 两组对边分别平行 B. 一组对边平行, 另一组对边相等

- C. 一组对边平行且相等 D. 两组对边分别相等

12. (2012 四川广元 3 分) 若以 A (-0.5, 0), B (2, 0), C (0, 1) 三点为顶点要画平行四边形, 则第四个顶点不可能在 []

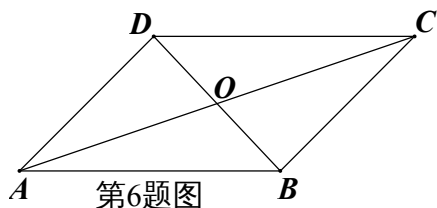
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限



13. (2013 湖北荆门, 7, 3 分) 四边形 ABCD 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O, 给出下列四个条件: ① $AD \parallel BC$ ② $AD = BC$ ③ $OA = OC$ ④ $OB = OD$

从中任选两个条件, 能使四边形 ABCD 为平行四边形的选法有 ()
A. 3 种 B. 4 种 C. 5 种 D. 6 种

14. (2013 四川泸州, 6, 2 分) 四边形 ABCD 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O, 下列条件不能判定这个四边形是平行四边形的是 ()



第6题图

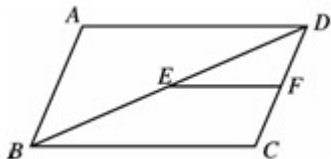
- A. $AB \parallel DC, AD \parallel BC$ B. $AB = DC, AD = BC$
 C. $AO = CO, BO = DO$ D. $AB \parallel DC, AD = BC$

15. (2012 广东佛山 3分) 依次连接任意四边形各边的中点, 得到一个特殊图形 (可认为是一般四边形的性质), 则这个图形一定是【 】

- A. 平行四边形 B. 矩形 C. 菱形 D. 梯形

16 (2012 湖南怀化 3分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AD=8$, 点 E、F 分别是 BD、CD 的中点, 则 $EF=$

_____.



17. (2013 江苏扬州, 6, 3分) 一个多边形的每个内角均为 108° , 则这个多边形是 () .

- A. 七边形 B. 六边形 C. 五边形 D. 四边形

18 (2013 广东湛江, 5, 4分) 已知一个多边形的内角和是 540° , 则这个多边形是 ()

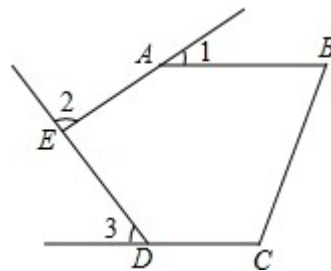
- A. 四边形 B. 五边形 C. 六边形 D. 七边形

19、(2013 四川雅安, 2, 3分) 五边形的内角和为 ()

- A. 720° B. 540° C. 360° D. 180°

20. (2013·泰安, 8, 3分) 如图, 五边形 $ABCDE$ 中,

$AB \parallel CD$, $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 分别是 $\angle BAE$ 、 $\angle AED$ 、 $\angle EDC$ 的外角, 则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ 等于 ()



- A. 90° B. 180° C. 210° D. 270°

20 (2013·宁波 3分) 一个多边形的每个外角都等于 72° , 则这个多边形的边数为 ()

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

21 (2013 湖南郴州, 11, 3分) 已知一个多边形的内角和是 1080° , 这个多边形的边数是_____.

22. (2013 湖南娄底, 16, 4 分) 一个多边形的内角和是外角和的 2 倍, 则这个多边形的边数为_____.

23 (2013 湖南长沙, 8, 3 分) 下列多边形中, 内角和与外角和相等的是

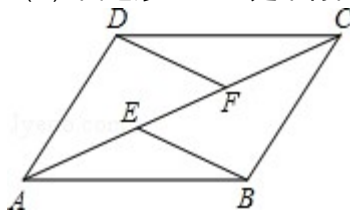
()

- A. 四边形 B. 五边形 C. 六边形 D. 八边形

24. (2013 鞍山, 22, 6 分) 如图, E, F 是四边形 ABCD 的对角线 AC 上两点, $AF = CE$, $DF = BE$, $DF \parallel BE$.

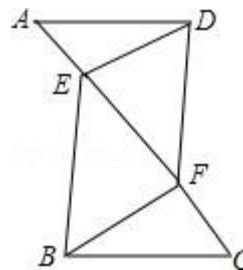
求证: (1) $\triangle AFD \cong \triangle CEB$;

(2) 四边形 ABCD 是平行四边形.



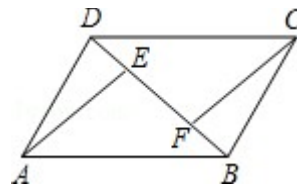
25. (2013 湖南郴州, 23, 8 分) 如图, 已知

$BE \parallel DF$, $\angle ADF = \angle CBE$, $AF = CE$, 求证: 四边形 DEBF 是平行四边形.



26. (6 分) (2013 攀枝花) 如图所示, 已知在平行四边形 ABCD 中, $BE = DF$

求证: $AE = CF$.

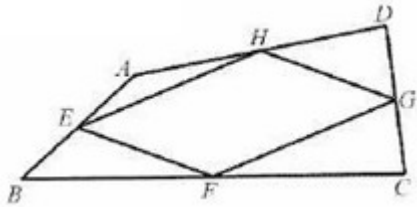


27. (2012 湖北孝感 8 分) 我们把依次连接任意四边形各边中点得到的四边形叫做中点四边形.

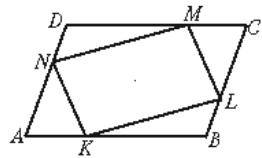
如图, 在四边形 ABCD 中, E、F、G、H 分别是 AB、BC、CD、DA 的中点, 依次连接各边中点得到中点四边形 EFGH.

(1) 这个中点四边形 EFGH 的形状是 _____ ;

(2)证明你的结论 .



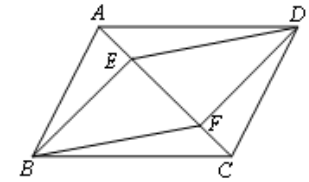
28、(08 湖北恩施)如图，在平行四边形 ABCD 中， $\angle ABC$ 的平分线交 CD 于点 E， $\angle ADC$ 的平分线交 AB 于点 F。试证明四边形 DFBE 为平行四边形。



29、(2010 江苏宿迁) 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E、F 是对角线 AC 上两点，且 $AE=CF$ 。

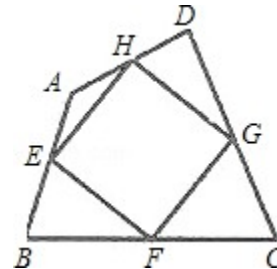
求证： $\angle EBF = \angle FDE$

(对角线互相平分的四边形为平行四边形)

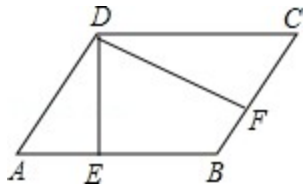


30 (2010• 滨州) 如图，四边形 ABCD，E、F、G、H 分别是 AB、BC、CD、DA 的中点。

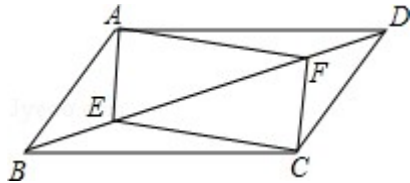
请判断四边形 EFGH 的形状？并说明为什么；



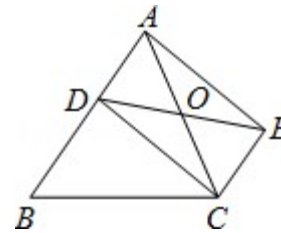
31、已知平行四边形 ABCD 的周长为 36cm，过 D 作 AB，BC 边上的高 DE、DF，且 $DE=4\sqrt{3}\text{cm}$ ， $DF=5\sqrt{3}\text{cm}$ ，求平行四边形 ABCD 的面积。



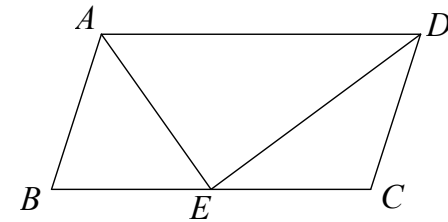
32、（2009•永州）如图，平行四边形 ABCD，E、F 两点在对角线 BD 上，且 $BE=DF$ ，连接 AE，EC，CF，FA。求证：四边形 AECF 是平行四边形。



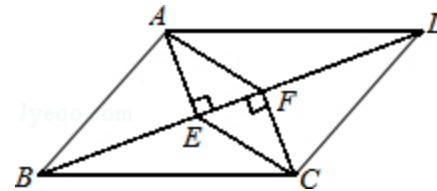
33、（2011•泸州）如图，已知 D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点， $CE \parallel AB$ ，DE 交 AC 于点 O，且 $OA=OC$ ，猜想线段 CD 与线段 AE 的大小关系和位置关系，并加以证明。



34、（2011•徐州）如图，在四边形 ABCD 中， $AB=CD$ ， $BF=DE$ ， $AE \perp BD$ ， $CF \perp BD$ ，垂足分别为 E，F。



- (1) 求证： $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ；
- (2) 若 AC 与 BD 交于点 O，求证： $AO=CO$ 。



35、(2010 湖南株洲) . (本题满分 6 分) 如图, 已知平行四边形 $ABCD$,

DE 是 $\angle ADC$ 的角平分线, 交 BC 于点 E .

(1) 求证: $CD = CE$;

(2) 若 $BE = CE$, $\angle B = 80^\circ$, 求 $\angle DAE$ 的度数 .