

第十六章 二次根式检测题

(本检测题满分:100分,时间:90分钟)

一、选择题 (每小题3分,共36分)

1.下列二次根式中, x 的取值范围是 $x \geq 3$ 的是 ()

A. $\sqrt{3-x}$ B. $\sqrt{6+2x}$ C. $\sqrt{2x-6}$ D. $\sqrt{\frac{1}{x-3}}$

2. (2015·山东淄博中考) 已知 $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, $y = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$, 则 x^2+xy+y^2 的值为 ()

A. 2 B. 4 C. 5 D. 7

3.下列二次根式中,是最简二次根式的是 ()

A. $2\sqrt{xy}$ B. $\sqrt{\frac{ab}{2}}$ C. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ D. $\sqrt{x^4+x^2y^2}$

4.若 $\sqrt{(2a-1)^2} = 1-2a$, 则 ()

A. $a < \frac{1}{2}$ B. $a \leq \frac{1}{2}$ C. $a > \frac{1}{2}$ D. $a \geq \frac{1}{2}$

5.下列二次根式,不能与 $\sqrt{12}$ 合并的是 ()

A. $\sqrt{48}$ B. $\sqrt{18}$ C. $\sqrt{1\frac{1}{3}}$ D. $-\sqrt{75}$

6.已知 k, m, n 为三个整数,若 $\sqrt{135} = k\sqrt{15}$, $\sqrt{450} = 15\sqrt{m}$, $\sqrt{180} = 6\sqrt{n}$, 则 k, m, n 的大小关系是 ()

A. $k < m = n$ B. $m = n < k$ C. $m < n < k$ D. $m < k < n$

7.如果最简二次根式 $\sqrt{3a-8}$ 与 $\sqrt{17-2a}$ 能够合并,那么 a 的值为 ()

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

8.已知 $y = \sqrt{2x-5} + \sqrt{5-2x} - 3$, 则 $2xy$ 的值为 ()

A. -15 B. 15 C. $-\frac{15}{2}$ D. $\frac{15}{2}$

9.下列各式计算正确的是 ()

A. $8\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 6$ B. $5\sqrt{3} + 5\sqrt{2} = 10\sqrt{5}$
C. $4\sqrt{3} \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{6}$ D. $4\sqrt{2} \div 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

10.等式 $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+1} = \sqrt{x^2-1}$ 成立的条件是 ()

A. $x > 1$ B. $x < -1$ C. $x \geq 1$ D. $x \leq -1$

11.下列运算正确的是 ()

A. $\sqrt{5} - \sqrt{3} = \sqrt{2}$ B. $\sqrt{4\frac{1}{9}} = 2\frac{1}{3}$

C. $\sqrt{8} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$

D. $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = 2 - \sqrt{5}$

12. 已知 $\sqrt{24n}$ 是整数，则正整数 n 的最小值是 ()

- A.4 B.5 C.6 D.2

二、填空题 (每小题 3 分，共 30 分)

13. (2015·四川攀枝花中考) 若 $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{3-x} + 2$ ，则 $x^y =$ _____.

14. 计算： $\sqrt{3}(\sqrt{2} - \sqrt{3}) - \sqrt{24} - |\sqrt{6} - 3| =$ _____.

15. (2015·四川自贡中考) 若两个连续整数 x, y 满足 $x < \sqrt{5} + 1 < y$ ，则 $x + y$ 的值是 _____.

16. 已知一个正数的两个平方根分别是 $2a - 2$ 和 $a - 4$ ，则 a 的值是 _____.

17. 计算： $\sqrt{12} - \sqrt{3} =$ _____； $\sqrt{5^2 + 12^2} =$ _____.

18. 已知 a, b 为两个连续的整数，且 $a < \sqrt{28} < b$ ，则 $a + b =$ _____.

19. 若直角三角形的两条直角边长分别为 $\sqrt{2}$ cm， $\sqrt{10}$ cm，则这个直角三角形的斜边长为 _____ cm，面积为 _____ cm^2 .

20. 若实数 x, y 满足 $\sqrt{x-2} + (y - \sqrt{3})^2 = 0$ ，则 xy 的值为 _____.

21. 已知实数 x, y 满足 $|x-4| + \sqrt{y-8} = 0$ ，则以 x, y 的值为两边长的等腰三角形的周长是 _____.

22. 已知 a, b 为有理数， m, n 分别表示 $5 - \sqrt{7}$ 的整数部分和小数部分，且 $amn + bn^2 = 1$ ，则 $2a + b =$ _____.

三、解答题 (共 34 分)

23. (6分) (2015·山东临沂中考) 计算： $(\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1)(\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1)$.

24. (6分) 先化简，再求值： $\left(a - 1 + \frac{2}{a+1}\right) \div (a^2 + 1)$ ，其中 $a = \sqrt{2} - 1$.

25. (8分) 已知 $x = 2 - \sqrt{3}, y = 2 + \sqrt{3}$ ，求下列代数式的值：

(1) $x^2 + 2xy + y^2$; (2) $x^2 - y^2$.

26. (6分) 已知 a, b 为等腰三角形的两条边长，且 a, b 满足 $b = \sqrt{3-a} + \sqrt{2a-6} + 4$ ，求此三角形的周长.

27. (8分) 一个三角形的三边长分别为 $5\sqrt{\frac{x}{5}}, \frac{1}{2}\sqrt{20x}, \frac{5}{4}x\sqrt{\frac{4}{5x}}$.

(1) 求它的周长 (要求结果化简) ;

(2) 请你给出一个适当的 x 的值, 使它的周长为整数, 并求出此时三角形的周长.

第十六章 二次根式检测题参考答案

1.C 解析: \because 二次根式的被开方数为非负数, \therefore 选项 A 中 x 的取值范围满足 $3-x \geq 0$, 即 $x \leq 3$, 选项 B 中 x 的取值范围满足 $6+2x \geq 0$, 即 $x \geq -3$, 选项 C 中 x 的取值范围满足 $2x-6 \geq 0$, 即 $x \geq 3$, 选项 D 中 x 的取值范围满足 $x-3 > 0$, 即 $x > 3$.

2.B 解析: 原式 $= (x+y)^2 - xy = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} + \frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2 - \frac{\sqrt{5}-1}{2} \times \frac{\sqrt{5}+1}{2} = (\sqrt{5})^2 - \frac{5-1}{4} = 5-1=4$.

3.A 解析: 最简二次根式的被开方数不含分母且不含开得尽方的因数. 选项 B, C 的被开方数中都含分母, 选项 D 的被开方数 $x^4 + x^2y^2 = x^2(x^2+y^2)$, 含有能开方的因数 x^2 , 故选项 B, C, D 都不是最简二次根式.

4.B 解析: 由 $\sqrt{(2a-1)^2} = 1-2a$, 知 $1-2a \geq 0$, 所以 $a \leq \frac{1}{2}$.

5.B 解析: 因为 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$, $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$, $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$, $\sqrt{1\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $-\sqrt{75} = -5\sqrt{3}$, 所以只有 $\sqrt{18}$ 不能与 $\sqrt{12}$ 合并.

6.D 解析: $\because \sqrt{135} = 3\sqrt{15}$, $\sqrt{450} = 15\sqrt{2}$, $\sqrt{180} = 6\sqrt{5}$, 又 k, m, n 为三个整数, 且 $\sqrt{135} = k\sqrt{15}$, $\sqrt{450} = 15\sqrt{m}$, $\sqrt{180} = 6\sqrt{n}$, 则 $k=3$, $m=2$, $n=5$, $\therefore m < k < n$.

7.D 解析: 由最简二次根式 $\sqrt{3a-8}$ 与 $\sqrt{17-2a}$ 能够合并, 知 $3a-8 = 17-2a$, 所以 $a = 5$.

8.A 解析: 由题意知 $2x-5 \geq 0$, $5-2x \geq 0$, 所以 $x = \frac{5}{2}$, $y = -3$, 所以 $2xy = -15$.

9.C 解析: $8\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$, 选项 A 不正确; 被开方数不相同, 不能合并, 选项 B 不正确; 选项 C 正确; $4\sqrt{2} \div 2\sqrt{2} = 2$, 选项 D 不正确.

10.C 解析: 由题意知 $x-1 \geq 0$, $x+1 \geq 0$, 所以 $x \geq 1$.

11.C 解析: 选项 A 中 $\sqrt{5}$ 与 $\sqrt{3}$ 不能合并, 选项 B 中 $\sqrt{4\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{37}{9}} = \frac{\sqrt{37}}{3} \neq 2\frac{1}{3}$, 选项 C 中

$\sqrt{8} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$, 选项 D 中 $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = \sqrt{5} - 2$. 故选 C.

12.C 解析： $\because \sqrt{24n} = 2\sqrt{6n}$ ，且 $\sqrt{24n}$ 是整数， \therefore 正整数 n 的最小值是6.

13.9 解析： $\because y = \sqrt{x-3} + \sqrt{3-x} + 2$ 有意义， $\therefore x-3 \geq 0, 3-x \geq 0, \therefore x \geq 3, x \leq 3, \therefore x=3$.

当 $x=3$ 时， $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{3-x} + 2 = 2, \therefore xy = 3^2 = 9$.

14.-6 解析： $\sqrt{3}(\sqrt{2}-\sqrt{3}) - \sqrt{24} - |\sqrt{6}-3| = \sqrt{6}-3 - 2\sqrt{6} + \sqrt{6}-3 = -6$.

15.7 解析：本题关键是判断出 $\sqrt{5}+1$ 的值是在哪两个连续整数之间.

$\because 2 < \sqrt{5} < 3, \therefore 3 < \sqrt{5}+1 < 4, \therefore x=3, y=4, \therefore x+y=3+4=7$.

16.2 解析：由一个正数的两个平方根互为相反数，知 $(2a-2) + (a-4) = 0$ ，所以
 $a = 2$.

17. $\sqrt{3}, 13$ 解析： $\sqrt{12} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}, \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{13^2} = 13$.

18.11 解析： $\because 25 < 28 < 36, \therefore \sqrt{25} < \sqrt{28} < \sqrt{36}$ ，即 $5 < \sqrt{28} < 6$.

又： $a < \sqrt{28} < b, \therefore a=5, b=6, \therefore a+b=11$.

19. $2\sqrt{3}, \sqrt{5}$ 解析：在直角三角形中，两直角边长的平方和等于斜边长的平方；直角三角形的面积等于两直角边长乘积的一半.

20. $2\sqrt{3}$ 解析： \because 若两个非负数之和为0，则每一个非负数为0， $\therefore \sqrt{x-2} = 0, (y-\sqrt{3})^2 = 0, \therefore x=2, y=\sqrt{3}, \therefore xy = 2\sqrt{3}$.

21.20 解析：由二次根式的非负性知 $\sqrt{y-8} \geq 0$ ，又 $|x-4| \geq 0, |x-4| + \sqrt{y-8} = 0, \therefore |x-4|=0, \sqrt{y-8} = 0$ ，解得 $x=4, y=8$. $\because x, y$ 的值为等腰三角形的两边长，根据三角形的三边关系定理知： $4 <$ 等腰三角形的第三边长 $< 12, \therefore$ 等腰三角形的第三边长为8. \therefore 等腰三角形的周长为 $4+8+8=20$.

22.2.5 解析：因为 $2 < \sqrt{7} < 3$ ，所以
 $5 - \sqrt{7}$ 的整数部分是2，小数部分是 $3 - \sqrt{7}$ ，所以 $m = 2, n = 3 - \sqrt{7}$ ，
所以 $(6 - 2\sqrt{7})a + (3 - \sqrt{7})^2 b = 1$ ，即 $(6 - 2\sqrt{7})a + (16 - 6\sqrt{7})b = 1$.又 a, b 为有理数，所以 $6a + 16b = 1, 2\sqrt{7}a + 6\sqrt{7}b = 0$ ，所以 $a = 1.5, b = -0.5$ ，所以 $2a + b = 2.5$.

23.解： $(\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1)(\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1)$
 $= [\sqrt{3} + (\sqrt{2} - 1)][\sqrt{3} - (\sqrt{2} - 1)]$
 $= (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2} - 1)^2$

$$=3 - (2 - 2\sqrt{2} + 1)$$

$$=3 - 2 + 2\sqrt{2} - 1$$

$$=2\sqrt{2}.$$

24.解：原式 = $\frac{a^2 - 1 + 2}{a + 1} \cdot \frac{1}{a^2 + 1} = \frac{a^2 + 1}{a + 1} \cdot \frac{1}{a^2 + 1} = \frac{1}{a + 1}.$

当 $a = \sqrt{2} - 1$ 时，原式 = $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

25.解：(1) $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2 = [(2 - \sqrt{3}) + (2 + \sqrt{3})]^2 = 4^2 = 16.$

(2) $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = (2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3} - 2 - \sqrt{3}) = 4 \times (-2\sqrt{3}) = -8\sqrt{3}$

26.解：由题意可得 $\begin{cases} 3 - a \geq 0, \\ 2a - 6 \geq 0, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} a \leq 3, \\ a \geq 3, \end{cases}$

所以 $a = 3$, $b = \sqrt{3 - 3} + \sqrt{2 \times 3 - 6} + 4 = 4.$

当腰长为 3 时，三角形的三边长为 3, 3, 4，周长为 10；

当腰长为 4 时，三角形的三边长为 4, 4, 3，周长为 11.

27.解：(1) 周长 = $5\sqrt{\frac{x}{5}} + \frac{1}{2}\sqrt{20x} + \frac{5}{4}x\sqrt{\frac{4}{5x}} = \sqrt{5x} + \sqrt{5x} + \frac{\sqrt{5x}}{2} = \frac{5}{2}\sqrt{5x}.$

(2) 当 $x = 20$ 时，周长 = $\frac{5}{2}\sqrt{5 \times 20} = 25.$ (答案不唯一，符合题意即可)