

## 第 17 章 一元二次方程 单元测试卷

### 一、选择题(每题 3 分,共 30 分)

1. 下列方程:

①  $2x^2 - \frac{1}{x} = 1$ ; ②  $2x^2 - 5xy + y^2 = 0$ ; ③  $4x^2 - 1 = 0$ ; ④  $x^2 + 2x = x^2 -$

1; ⑤  $ax^2 + bx + c = 0$  中,属于一元二次方程的有( )

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 方程  $x^2 - 5x = 0$  的解为( )

A.  $x_1 = 1, x_2 = 5$  B.  $x_1 = 0, x_2 = 1$

C.  $x_1 = 0, x_2 = 5$  D.  $x_1 = \frac{1}{5}, x_2 = 5$

3. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + (m-2)x + m + 1 = 0$  有两个相等的实数根,则  $m$  的值是( )

A. 0 B. 8 C.  $4 \pm 2\sqrt{2}$  D. 0 或 8

4. 解方程  $3(x-2)^2 = 2x-4$  所用方法最简便的是( )

A. 配方法 B. 公式法 C. 因式分解法 D. 都一样

5. 若关于  $x$  的方程  $x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2} = 0$  的一个实数根的倒数恰是它本身,则  $m$  的值是( )

A.  $-\frac{5}{2}$  B.  $\frac{1}{2}$  C.  $-\frac{5}{2}$  或  $\frac{1}{2}$  D. 1

6. 张君同学在验算某数的平方时,将这个数的平方误写成了它的 2 倍,使答案少了 35,则这个数是( )

A.-7 B.-5或7 C.5或7 D.7

7.某省2013年的快递业务量为1.4亿件,受益于电子商务发展和法治环境改善等多重因素,快递业务迅猛发展,2014年增速位居全国第一.若2015年的快递业务量达到4.5亿件,设2014年与2013年这两年的平均增长率为 $x$ ,则下列方程正确的是( )

A.  $1.4(1+x)=4.5$       B.  $1.4(1+2x)=4.5$

C.  $1.4(1+x)^2=4.5$       D.  $1.4(1+x)+1.4(1+x)^2=4.5$

8.若  $3^{a^{m^2-4m+6}}$  与  $-2a^m$  是同类项,则  $m$  的值为( )

A.2 B.3 C.2或3 D.-2或-3

9.已知  $M=a^{\frac{2}{9}}-1$ ,  $N=a^{\frac{7}{9}}-a$  ( $a$  为任意实数),则  $M, N$  的大小关系为( )

A.  $M < N$       B.  $M = N$       C.  $M > N$       D. 不能确定

10.给出一运算:对于函数  $y=x^n$ ,规定  $y'=nx^{n-1}$ .例如:若函数  $y=x^4$ ,则有  $y'=4x^3$ .已知函数  $y=x^3$ ,则方程  $y'=12$  的解是( )

A.  $x_1=4, x_2=-4$       B.  $x_1=2, x_2=-2$

C.  $x_1=x_2=0$       D.  $x_1=2^{\sqrt{3}}, x_2=-2^{\sqrt{3}}$

## 二、填空题(每题4分,共16分)

11.若  $2x+1$  与  $2x-1$  互为倒数,则实数  $x=$ \_\_\_\_\_.

12.已知关于  $x$  的方程  $x^2-2^{\sqrt{3}}x-k=0$  有两个相等的实数根,则  $k$  的值

为\_\_\_\_\_.

13.若一个一元二次方程的两个根分别是  $Rt\triangle ABC$  的两条直角边长,且  $S_{\triangle ABC}=3$ ,请写出一个符合题意的一元二次方程:\_\_\_\_\_.

14.方程  $x^2+2kx+k^2-2k+1=0$  的两个实数根  $x_1, x_2$  满足  $x_1^2 + x_2^2 = 4$ , 则  $k$  的值为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题(15~22 题每题 8 分,23 题 10 分,共 74 分)

15.解下列方程:

(1)  $8x^2-6=2x^2-5x$ ;

(2)  $(2x+1)(2x+3)=15$ .

16.关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+(2m+1)x+m^2-1=0$  有两个不相等的实数根.

(1)求  $m$  的取值范围;

(2)写出一个满足条件的  $m$  的值,并求此时方程的根.

17.已知:关于  $x$  的方程  $x^2-2mx=-m^2+2x$  的两个实数根  $x_1, x_2$  满足  $|x_1|=x_2$ ,求实数  $m$  的值.

18.近期猪肉价格不断走高,引起了民众与政府的高度关注.当市场猪

肉的平均价格达到一定的单价时,政府将投入储备猪肉以平抑猪肉价格.

(1)从今年年初至5月20日,猪肉价格不断走高,5月20日比年初价格上涨了60%,某市民在今年5月20日购买2.5千克猪肉至少要花100元钱,那么今年年初猪肉的最低价格为每千克多少元?

(2)5月20日猪肉价格为每千克40元.5月21日,某市决定投入储备猪肉并规定其销售价在5月20日每千克40元的基础上下调 $a\%$ 出售.某超市按规定价出售一批储备猪肉,该超市在非储备猪肉的价格仍为每千克40元的情况下,该天的两种猪肉总销量比5月20日增加了 $a\%$ ,且储备猪肉的销量占总销量的 $\frac{3}{4}$ ,两种猪肉销售的总金额比5月20日提高了 $\frac{1}{10}a\%$ ,求 $a$ 的值.

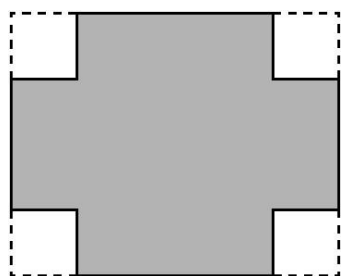
19.商场某种商品平均每天可销售30件,每件盈利50元.为了尽快减少库存,商场决定采取适当的降价措施.经调查发现,每件商品每降价1元,商场平均每天可多售出2件.设每件商品降价 $x$ 元.据此规律,请回答:

(1)商场日销售量增加\_\_\_\_\_件,每件商品盈利\_\_\_\_\_元(用含 $x$ 的代数式表示);

(2)在上述条件不变、销售正常情况下,每件商品降价多少元时,商场日

盈利可达到 2 100 元?

20.如图,在长为 10 cm,宽为 8 cm 的长方形的四个角上截去四个全等的小正方形,使得留下的图形(图中阴影部分)面积是原长方形面积的 80%,求截去的小正方形的边长.



21.2013 年,东营市某楼盘以每平方米 6 500 元的均价对外销售.因为楼盘滞销,房地产开发商为了加快资金周转,决定进行降价促销,经过连续两年下调后,2015 年的均价为每平方米 5 265 元.

(1)求平均每年下调的百分率;

(2)假设 2016 年的均价仍然下调相同的百分率,张强准备购买一套 100 平方米的住房,他持有现金 20 万元,可以在银行贷款 30 万元,张强的愿望能否实现?(房价每平方米按照均价计算)

22.已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (2k+1)x + k^2 + 2k = 0$  有两个实数根  $x_1, x_2$ .

(1)求实数  $k$  的取值范围.

(2)是否存在实数  $k$  使得  $x_1 \cdot x_2 - \frac{x_1^2}{k} - \frac{x_2^2}{k} \geq 0$  成立?若存在,请求出  $k$  的值;  
若不存在,请说明理由.

23.请阅读下列材料:

问题:已知方程  $x^2+x-1=0$ ,求一个一元二次方程,使它的根分别是已知方程根的 2 倍.

解:设所求方程的根为  $y$ ,则  $y=2x$ ,所以  $x=\frac{y}{2}$ .

把  $x=\frac{y}{2}$  代入已知方程,得  $\left(\frac{y}{2}\right)^2 + \frac{y}{2} - 1 = 0$ .

化简,得  $y^2+2y-4=0$ .故所求方程为  $y^2+2y-4=0$ .

这种利用方程根的代换求新方程的方法,我们称为“换根法”.

请用阅读材料提供的“换根法”求新方程(要求:将所求方程化为一般形式).

(1)已知方程  $x^2+x-2=0$ ,求一个一元二次方程,使它的根分别是已知方程根的相反数,则所求方程为:\_\_\_\_\_;

(2)已知关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$  有两个不等于零的实数根,求一个一元二次方程,使它的根分别是已知方程根的倒数.

## 参考答案

一、 1. 【答案】 A 2. 【答案】 C

3. 【答案】 D

解：根据题意得， $(m-2)^2-4(m+1)=0$ ，解得  $m_1=0, m_2=8$ ，故选 D.

4. 【答案】 C 5. 【答案】 C

6. 【答案】 B

解：设这个数为  $x$ ，根据题意得  $x^2=2x+35$ ，解得  $x=-5$  或  $x=7$ .

7. 【答案】 C

8. 【答案】 C

解：由题意可得  $m^2-4m+6=m$ ，解得  $m_1=2, m_2=3$ .

9. 【答案】 A 10. 【答案】 B

二、 11. 【答案】  $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

12. 【答案】 -3 13. 【答案】 (答案不唯一) $x^2-5x+6=0$

14. 【答案】 1

三、 15. 解：(1) $8x^2-6=2x^2-5x$ ，整理为  $6x^2+5x-6=0$ ， $\therefore (3x-2)$

$(2x+3)=0$ ，即  $3x-2=0$  或  $2x+3=0$ ， $\therefore$ 原方程的解为  $x_1=\frac{2}{3}, x_2=-\frac{3}{2}$ 。(2)

$(2x+1)(2x+3)=15$ ，整理得  $4x^2+6x+2x+3=15$ ，即  $4x^2+8x-12=0$ ，即

$x^2+2x-3=0$ ， $\therefore (x+3)(x-1)=0$ ， $\therefore x+3=0$  或  $x-1=0$ ， $\therefore$ 原方程的解为  $x_1=-3, x_2=1$ .

16.解:(1) $\because$ 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+(2m+1)x+m^2-1=0$  有两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta=(2m+1)^2-4 \times 1 \times (m^2-1)=4m+5>0,$$

解得  $m > -\frac{5}{4}$ .

(2)(答案不唯一) $m=1$ ,此时原方程为  $x^2+3x=0$ ,

即  $x(x+3)=0$ ,解得  $x_1=0, x_2=-3$ .

17.解:原方程可变形为  $x^2-2(m+1)x+m^2=0$ . $\because x_1, x_2$  是方程的两个根,

$\therefore \Delta \geq 0$ ,即  $4(m+1)^2-4m^2 \geq 0, \therefore 8m+4 \geq 0, \therefore m \geq -\frac{1}{2}$ .又  $x_1, x_2$  满足  $|x_1|$

$=x_2, \therefore x_1=x_2$  或  $x_1=-x_2$ ,即  $\Delta=0$  或  $x_1+x_2=0$ ,由  $\Delta=0$ ,即  $8m+4=0$ ,

得  $m=-\frac{1}{2}$ .由  $x_1+x_2=0$ ,即  $2(m+1)=0$ ,得  $m=-1$ (不合题意,舍去). $\therefore$ 当

$|x_1|=x_2$  时, $m$  的值为  $-\frac{1}{2}$ .

18.解:(1)设今年年初猪肉的价格为每千克  $x$  元.根据题意,得  $2.5 \times (1+60\%)x \geq 100$ .解得  $x \geq 25$ .

答:今年年初猪肉的最低价格为每千克 25 元.

(2)设 5 月 20 日该超市猪肉的销售量为 1,根据题意,得

$$40 \times \frac{1}{4} (1+a\%) + 40(1-a\%) \times \frac{3}{4} (1+a\%) = 40(1+\frac{1}{10}a\%). \text{令 } a\% = y,$$

$$\text{原方程可化为 } 40 \times \frac{1}{4} (1+y) + 40(1-y) \times \frac{3}{4} (1+y) = 40(1+\frac{1}{10}y).$$

整理这个方程,得  $5y^2 - y = 0$ .

解这个方程,得  $y_1=0, y_2=0.2$ .

$\therefore a_1=0$ (不合题意,舍去),  $a_2=20$ .

答: $a$  的值为 20.

19.解:(1) $2x;(50-x)$

(2)由题意得  $(50-x)(30+2x)=2\ 100$ ,化简得  $x^2-35x+300=0$ ,解得  $x_1=15, x_2=20$ . $\therefore$ 该商场为了尽快减少库存, $\therefore x=15$  不合题意,舍去, $\therefore x=20$ .

答:每件商品降价 20 元时,商场日盈利可达 2 100 元.

20.解:设截去的小正方形的边长为  $x$  cm,由题意得  $10\times 8-4x^2=80\%\times 10\times 8$ ,

解得  $x_1=2, x_2=-2$ (不合题意,舍去).

所以  $x=2$ .

答:截去的小正方形的边长为 2 cm.

21.解:(1)设平均每年下调的百分率为  $x$ ,根据题意,得

$$6\ 500(1-x)^2=5\ 265.$$

解得  $x_1=0.1=10\%, x_2=1.9$ (不合题意,舍去).

答:平均每年下调的百分率为 10%.

(2)如果下调的百分率相同,2016 年的房价为

$$5\ 265\times(1-10\%)=4\ 738.5(\text{元/平方米}).$$

则 100 平方米的住房的总房款为

$$100\times 4\ 738.5=473\ 850(\text{元})=47.385(\text{万元}).$$

$\because 20+30 > 47.385, \therefore$ 张强的愿望能实现.

22. 解 : (1)  $\because$  原方程有两个实数根,  $\therefore [-(2k+1)]^2 - 4(k^2+2k) \geq 0, \therefore 4k^2+4k+1-4k^2-8k \geq 0, \therefore 1-4k \geq 0, \therefore k \leq \frac{1}{4}$ .  $\therefore$  当  $k \leq \frac{1}{4}$  时, 原方程有两个实数根.

(2) 假设存在实数  $k$  使得  $x_1 \cdot x_2 - \frac{x_1^2 - x_2^2}{2} \geq 0$  成立.

$\because x_1, x_2$  是原方程的两个实数根,  $\therefore x_1 + x_2 = 2k + 1, x_1 \cdot x_2 = k^2 + 2k$ . 由  $x_1 \cdot x_2 - \frac{x_1^2 - x_2^2}{2} \geq 0$ , 得  $3x_1 \cdot x_2 - (x_1 + x_2)^2 \geq 0. \therefore 3(k^2 + 2k) - (2k + 1)^2 \geq 0$ , 整理得  $-(k-1)^2 \geq 0, \therefore$  只有当  $k=1$  时, 上式才能成立. 又由(1)知  $k \leq \frac{1}{4}, \therefore$  不存在实数  $k$  使得  $x_1 \cdot x_2 - \frac{x_1^2 - x_2^2}{2} \geq 0$  成立.

23. 解: (1)  $y^2 - y - 2 = 0$  (2) 设所求方程的根为  $y$ , 则  $y = \frac{1}{x} (x \neq 0)$ , 于是  $x =$

$\frac{1}{y} (y \neq 0)$ , 把  $x = \frac{1}{y}$  代入方程  $ax^2 + bx + c = 0$ , 得  $a\left(\frac{1}{y}\right)^2 + b \cdot \frac{1}{y} + c = 0$ . 去分母,

得  $a + by + cy^2 = 0$ . 若  $c = 0$ , 则  $ax^2 + bx = 0$ , 于是方程  $ax^2 + bx + c = 0$  有一个根为 0, 不符合题意,  $\therefore c \neq 0$ , 故所求方程为  $cy^2 + by + a = 0 (c \neq 0)$ .