

第十八章 平行四边形检测题

(本检测题满分：100分，时间：90分钟)

一、选择题 (每小题3分，共30分)

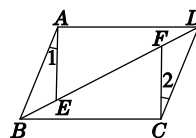
1. (2015·广州中考) 下列命题中，真命题的个数是()

- ① 对角线互相平分的四边形是平行四边形.
- ② 两组对角分别相等的四边形是平行四边形.
- ③ 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形.

A. 3个 B. 2个 C. 1个 D. 0个

2. (2015·浙江宁波中考) 如图，平行四边形 $ABCD$ 中， E, F 是对角线 BD 上的两点，如果添加一个条件，使 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ，则添加的条件不能为()

- A. $BE=DF$
- B. $BF=DE$
- C. $AE=CF$
- D. $\angle 1=\angle 2$



第2题图

3. 有下列四个命题，其中正确的个数为()

- ① 两条对角线互相平分的四边形是平行四边形；
- ② 两条对角线相等的四边形是菱形；
- ③ 两条对角线互相垂直的四边形是正方形；
- ④ 两条对角线相等且互相垂直的四边形是正方形.

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

4. (2015·湖北孝感中考) 下列命题：

- ① 平行四边形的对边相等；
- ② 对角线相等的四边形是矩形；
- ③ 正方形既是轴对称图形，又是中心对称图形；
- ④ 一条对角线平分一组对角的平行四边形是菱形.

其中真命题的个数是()

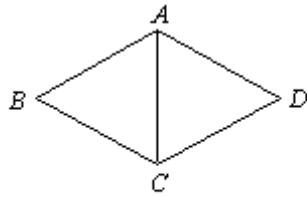
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5. 若四边形的两条对角线相等，则顺次连接该四边形各边中点所得的四边形是()

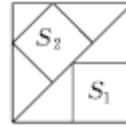
- A. 梯形
- B. 矩形
- C. 菱形
- D. 正方形

6. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AB = 5$ ， $\angle BCD = 120^\circ$ ，则对角线 AC 等于()

- A.20 B.15 C.10 D.5



第6题图



第7题图

7.如图 7 所示，边长为 6 的大正方形中有两个小正方形，若两个小正方形的面积分别为 S_1, S_2 ，则 $S_1 + S_2$ 的值为 ()

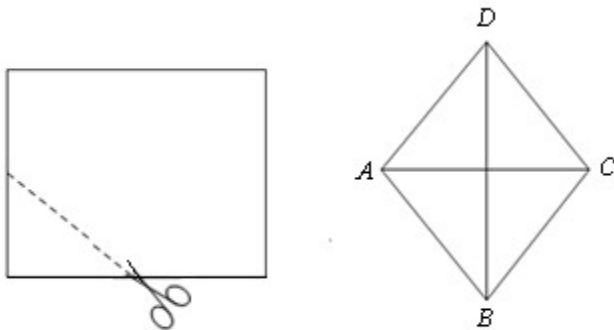
- A.16 B.17 C.18 D.19

8.矩形、菱形、正方形都具有的性质是 ()

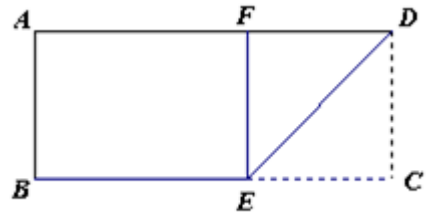
- A.每一条对角线平分一组对角 B.对角线相等
C.对角线互相平分 D.对角线互相垂直

9.如图，将一个长为 10 cm ，宽为 8 cm 的矩形纸片对折两次后，沿所得矩形两邻边中点的连线（虚线）剪下，再打开，得到的菱形的面积为 ()

- A. 10 cm^2 B. 20 cm^2
C. 40 cm^2 D. 80 cm^2



第9题图



第10题图

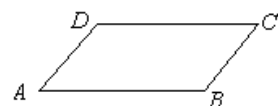
10.如图是一张矩形纸片 $ABCD$ ，

$AD = 10\text{ cm}$ ，若将纸片沿 DE 折叠，使 DC 落在 DA 上，点 C 的对应点为点 F ，若

$BE = 6\text{ cm}$ ，则 $CD =$ ()

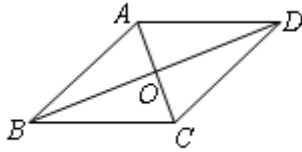
- A. 4 cm B. 6 cm
C. 8 cm D. 10 cm

二、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

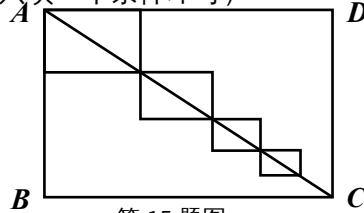


第11题图

- 11.如图,在四边形 $ABCD$ 中,已知 $AB = CD$,再添加一个条件_____ (写出一个即可),则四边形 $ABCD$ 是平行四边形.(图形中不再添加辅助线)
- 12.在四边形 $ABCD$ 中,已知 $\angle A = \angle B = \angle C = 90^\circ$,若添加一个条件即可判定该四边形是正方形,那么这个条件可以是_____.
- 13.如图,在菱形 $ABCD$ 中,对角线 AC, BD 相交于点 O ,若再补充一个条件能使菱形 $ABCD$ 成为正方形,则这个条件是_____.(只填一个条件即可)

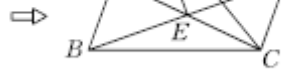
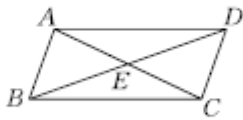


第13题图

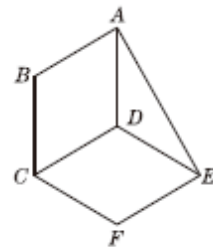


第15题图

- 14.在_____ 四边形 $ABCD$ 中, $AB=DC, AD=BC$.请再添加一个条件,使四边形 $ABCD$ 是矩形.你添加的条件是_____.(写出一种即可)
- 15.如图,矩形 $ABCD$ 的对角线 $AC = 10, BC = 8$,则图中五个小矩形的周长之和为_____.
- 16.如图所示,在 $\square ABCD$ 中,对角线 AC 与 BD 相交于点 $E, \angle AEB=45^\circ, BD=2$,将 $\triangle ABC$ 沿 AC 所在直线翻折 180° 到其原来所在的同一平面内,若点 B 的落点记为 B' ,则 DB' 的长为_____.



第16题图



第18题图

- 17.若 $\square ABCD$ 的周长是 30, AC, BD 相交于点 $O, \triangle OAB$ 的周长比 $\triangle OBC$ 的周长大 3, 则 $AB =$ _____.

- 18.如图所示, $\square ABCD$ 与 $\square DCFE$ 的周长相等,且 $\angle BAD=60^\circ, \angle F=110^\circ$,则 $\angle DAE$ 的度数为_____.

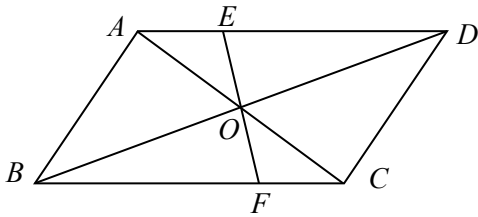
三、解答题 (共 46 分)



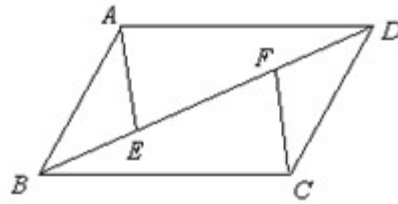
第19题图

19. (5分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle B = \angle D$, $AB = 3$, $BC = 6$, 求四边形 $ABCD$ 的周长.

20. (5分) 已知: 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O , EF 过点 O 分别交 AD, BC 于点 E, F . 求证: $OE = OF$.



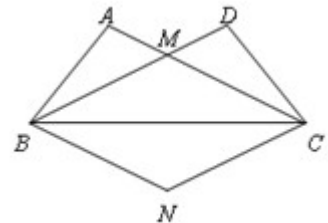
第20题图



第21题图

(5分) 已知: 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, E, F 是对角线 BD 上的两点, 且 $BF = DE$ 求证: $AE = CF$

22. (7分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中, $AB = DC$, $AC = DB$, AC 与 DB 交于点 M .



第22题图

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle DCB$;

(2) 过点 C 作 $CN \parallel BD$, 过点 B 作 $BN \parallel AC$, CN 与 BN 交于点 N , 试判断线段 BN 与 CN 的数量关系, 并证明你的结论.

23. (8分) (2015·河北中考) 嘉淇同学要证明命题“两组对边分别相等的四边形是平行四边形”是正确的, 她先用尺规作出了如图的四边形 $ABCD$, 并写出了如下不完整的已知和求证.

我的想法是：利用三角形全等，依据“两组对边分别平行的四边形是平行四边形”来证明。



嘉淇

已知：如图，在四边形 $ABCD$ 中， $BC = AD$ ，

$AB =$ _____。

求证：四边形 $ABCD$ 是 _____ 四边形。

求证：四边形 $ABCD$ 是 _____ 四边形。

(1) 在方框中填空，以补全已知和求证；

第 23 题图

(2) 按嘉淇的想法写出证明；

证明：

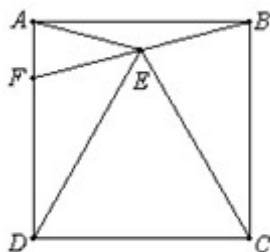
(3) 用文字叙述所证命题的逆命题为 _____。

24. (8分) 如图，点 E 是正方形 $ABCD$ 内一点， $\triangle CDE$ 是等边三角形，连接 EB, EA ，

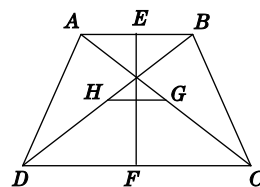
延长 BE 交边 AD 于点 F 。

(1) 求证： $\triangle ADE \cong \triangle BCE$ ；

(2) 求 $\angle AFB$ 的度数。



第24题图



25. (8分) (2015·兰州中考) 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB \neq CD$, $BD = AC$.

(1) 求证: $AD = BC$;

(2) 若 E, F, G, H 分别是 AB, CD, AC, BD 的中点, 求证: 线段 EF 与线段 GH 互相垂直平分.

第十八章 平行四边形检测题参考答案

1.B 解析: 因为对角线互相平分的四边形是平行四边形, 所以①正确; 因为两组对角分别相等的四边形是平行四边形, 所以②正确; 因为一组对边平行且相等的四边形是平行四边形, 所以③错误. 故正确的是①②.

2.C 解析: 选项 A, 当 $BE = DF$ 时, \therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB = CD, \angle ABE = \angle CDF$.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中,
$$\begin{cases} AB = CD, \\ \angle ABE = \angle CDF, \\ BE = DF, \end{cases} \therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF \text{ (SAS)}.$$

选项 B, 当 $BF = DE$ 时, $BF - EF = DE - EF$, 即 $BE = DF$.

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB = CD, \angle ABE = \angle CDF$.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中,
$$\begin{cases} AB = CD, \\ \angle ABE = \angle CDF, \\ BE = DF, \end{cases} \therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF \text{ (SAS)}.$$

选项 C, 当 $AE = CF$ 时, \therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB = CD, \angle ABE = \angle CDF$.

添加条件 $AE = CF$ 后, 不能判定 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ 全等.

选项 D, 当 $\angle 1 = \angle 2$ 时, \therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB = CD, \angle ABE = \angle CDF$.

$$\text{在}\triangle ABE\text{和}\triangle CDF\text{中,}\begin{cases} \overset{\cdot}{D}1 = \overset{\cdot}{D}2, \\ AB = CD, \\ \overset{\cdot}{D}ABE = \overset{\cdot}{D}CDF, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$ (ASA) .

综上所述, 添加选项 A, B, D 均能使 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$, 添加选项 C 不能使 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$.

3.D 解析: 只有①正确, ②③④错误.

4.C 解析: 平行四边形的对边相等, 所以①正确;

对角线相等的平行四边形是矩形, 所以②错误;

正方形既是轴对称图形, 又是中心对称图形, 所以③正确;

一条对角线平分一组对角的平行四边形是菱形, 所以④正确.

故选 C .

5.C 解析: 由四边形的两条对角线相等知, 顺次连接该四边形各边中点所得的四边形的四条边相等, 即所得四边形是菱形.

6.D 解析: 在菱形 $ABCD$ 中, 由 $\angle BCD = 120^\circ$, 得 $\angle B = 60^\circ$. 又 $\because BA = BC$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形, $\therefore AC = AB = 5$.

7. B 解析: 本题考查了正方形的性质、等腰直角三角形的判定与性质.

如图所示, $\because AC$ 是正方形 $ABCD$ 的一条对角线,

$\therefore \angle ACB = \angle ACD = 45^\circ$, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形,

$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 6\sqrt{2}$.

又四边形 $EBFG$ 和四边形 $PHQM$ 均为正方形,

可得 $\triangle CFG$ 和 $\triangle CPM$ 均为等腰直角三角形,

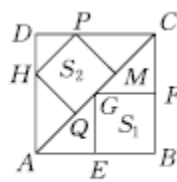
则 $BF = FG = CF = \frac{1}{2}BC = 3$, $CM = PM = QM = HQ = AQ = \frac{1}{3}AC = 2\sqrt{2}$

,

\therefore 正方形 $EBFG$ 的面积为 9, 正方形 $PHQM$ 的面积为 8, $\therefore S_1 + S_2 = 17$.

8.C

9.A 解析: 由题意知 $AC = 4 \text{ cm}$, $BD = 5 \text{ cm}$, $S_{\text{菱形}} = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10 (\text{cm}^2)$.



第7题答图

10.A 解析：由折叠知 $DC = DF$ ，四边形 $CDFE$ 为正方形， \therefore

$$CD = CE = BC - BE = 10 - 6 = 4(\text{cm})$$

11. $AB \parallel CD$ 或 $AD = BC$ 或 $\angle A + \angle D = 180^\circ$ 或 $\angle B + \angle C = 180^\circ$ (答案不唯一)

12. $AB = BC$ 或 $BC = CD$ 或 $CD = DA$ 或 $DA = AB$ (答案不唯一)

13. $\angle BAD = 90^\circ$ (或 $AD \perp AB$ 或 $AC = BD$ 等)

14. $\angle A = 90^\circ$ 或 $\angle B = 90^\circ$ 或 $\angle C = 90^\circ$ 或 $\angle D = 90^\circ$ 或 $AC = BD$ (答案不唯一，写出一种即可)

15.28 解析：由勾股定理得 $AB^2 + BC^2 = AC^2$ ，又 $AC = 10$ ， $BC = 8$ ，所以 $AB = 6$ 。

将五个小矩形的上、下边分别平移到矩形 $ABCD$ 的上、下边上，左、右边分别平移到矩形 $ABCD$ 的左、右边上，则五个小矩形的周长之和等于矩形 $ABCD$ 的周长，即五个小矩形的周长之和为 $2 \times (8 + 6) = 28$ 。

16. $\sqrt{2}$ 解析： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $\therefore BE = DE = \frac{1}{2}BD = 1$ 。

由折叠知 $B'E = BE = 1$ ， $\angle B'EB = 90^\circ$ 。

在 $\text{Rt}\triangle B'ED$ 中， $DB' = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ 。

点拨：平行四边形的两条对角线互相平分。

17.9 解析： $\triangle OAB$ 和 $\triangle OBC$ 有两边是相等的，又 $\triangle OAB$ 的周长比 $\triangle OBC$ 的周长大 3，

其实就是 AB 比 BC 大 3，又知 $AB + BC = 15$ ，可求得 $AB = 9$ ， $BC = 6$ 。

18.25° 解析：因为 $\square ABCD$ 与 $\square DCFE$ 的周长相等，且 DC 为公共边，所以 $AD = DE$ ，所以 $\angle DAE = \angle DEA$ 。

因为 $AB \parallel DC$ ， $DC \parallel EF$ ，所以 $AB \parallel EF$ ，所以 $\angle BAE + \angle FEA = 180^\circ$ ，

即 $\angle BAD + \angle DAE + \angle FED + \angle DEA = 180^\circ$ 。

因为 $DE \parallel CF$ ， $\angle F = 110^\circ$ ，

所以 $\angle FED + \angle F = 180^\circ$ ，则 $\angle FED = 70^\circ$ 。

因为 $\angle BAD = 60^\circ$ ，所以 $60^\circ + 70^\circ + 2\angle DAE = 180^\circ$ ，所以 $\angle DAE = 25^\circ$ 。

19.解： $\because AB \parallel CD$ ， $\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ$ 。

又 $\because \angle B = \angle D$, $\therefore \angle C + \angle D = 180^\circ$, $\therefore AD \parallel BC$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形 , $\therefore CD = AB = 3$, $AD = BC = 6$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 的周长 $= 2 \times 6 + 2 \times 3 = 18$.

20. 证明 \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形 , $\therefore AD \parallel BC$, $OA = OC$,

$\therefore \angle EAO = \angle FCO$, $\angle AEO = \angle CFO$,
 \therefore

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF$, 故 $OE = OF$.

21. 证明 \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形 , $\therefore AD = BC$, $AD \parallel BC$.

$\therefore \angle ADE = \angle FBC$.

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CBF$ 中 , $AD = BC$, $\angle ADE = \angle FBC$, $DE = BF$,

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF$, $\therefore AE = CF$.

22. (1) 证明 : 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中 , $AB = DC$, $AC = DB$, $BC = CB$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB$.

(2) 解 : $BN = CN$. 证明如下 :

$\because CN \parallel BD$, $BN \parallel AC$, \therefore 四边形 $BMCN$ 是平行四边形 .

由(1)知 , $\angle MBC = \angle MCB$, $\therefore BM = CM$,

\therefore 四边形 $BMCN$ 是菱形 $\therefore BN = CN$.

23. 分析: (1) 根据命题“两组对边分别相等的四边形是平行四边形”可知 $AB = CD$, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

(2) 连接 BD , 根据已知条件 , 利用SSS判定 $\triangle ABD \cong \triangle CDB$, 可得

$\angle DBA = \angle BDC$, 所以 $AB \parallel CD$. 同理 , 由 $\angle ADB = \angle CBD$, 得 $AD \parallel CB$, 从而问题得证.

(3) 命题的条件是两组对边分别相等的四边形 , 结论是平行四边形 , 故其逆命题是把原命题的结论作为条件 , 原命题的条件作为结论.

解 : (1) CD 平行

(2) 证明：连接 BD .

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CDB$ 中，

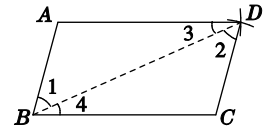
$$\because AB=CD, AD=CB, BD=DB,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDB. \therefore \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4.$$

$$\therefore AB \parallel CD, AD \parallel CB.$$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

(3) 平行四边形的对边相等.



第 23 题答图

24. (1) 证明： \because 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore \angle ADC = \angle BCD = 90^\circ, AD = BC.$$

$$\because \triangle CDE \text{ 是等边三角形}, \therefore \angle CDE = \angle DCE = 60^\circ, DE = CE.$$

$$\therefore \angle ADC = \angle BCD = 90^\circ, \angle CDE = \angle DCE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle BCE = 30^\circ.$$

$$\therefore AD = BC, \angle ADE = \angle BCE, DE = CE,$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BCE.$$

(2) 解： $\because \triangle ADE \cong \triangle BCE, \therefore AE = BE, \therefore \angle BAE = \angle ABE.$

$$\therefore \angle BAE + \angle DAE = 90^\circ, \angle ABE + \angle AFB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle AFB.$$

$$\therefore AD = CD = DE, \therefore \angle DAE = \angle DEA.$$

$$\therefore \angle ADE = 30^\circ, \therefore \angle DAE = 75^\circ,$$

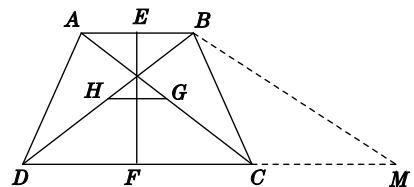
$$\therefore \angle AFB = 75^\circ.$$

25. 解：(1) 如图，过点 B 作 $BM \parallel AC$ 交 DC 的延长线于点 M .

$$\because AB \parallel CD,$$

\therefore 四边形 $ABMC$ 为平行四边形，

$$\therefore AC = BM = BD, \angle BDC = \angle M = \angle ACD.$$



在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BDC$ 中，
$$\begin{cases} AC=BD, \\ \angle ACD=\angle BDC, \\ CD=DC, \end{cases}$$

第 25 题答图

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BDC$,

$\therefore AD=BC$.

(2) 连接 EH , HF , FG , GE .

$\because E, F, G, H$ 分别是 AB, CD, AC, BD 的中点,

$\therefore HE \parallel AD$, 且 $HE = \frac{1}{2}AD$, $FG \parallel AD$, 且 $FG = \frac{1}{2}AD$,

\therefore 四边形 $HFGE$ 为平行四边形.

由 (1) 知, $AD=BC$, $\therefore HE=EG$,

\therefore 四边形 $HFGE$ 为菱形, $\therefore EF$ 与 GH 互相垂直平分.