

## 四边形知识要点以及典型例题

### 1. 平行四边形的性质以及判定

性质：1) 平行四边形两组对边分别平行且相等.

- 2) 平行四边形对角相等, 邻角互补.
- 3) 平行四边形对角线互相平分.
- 4) 平行四边形是中心对称图形.

判定方法：1) 定义：两组对边分别平行的四边形是平行四边形.

- 2) 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.
- 3) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形.
- 4) 对角线互相平分的四边形是平行四边形.

注意：其他还有一些判定平行四边形的方法，但都不能作为定理使用。如：“两组对角分别相等的四边形是平行四边形”，它显然是一个真命题，但不能作为定理使用。

### 2. N 边形以及四边形

性质：1) N 边形的内角和为\_\_\_\_，外角和为\_\_\_\_，对角线条数为\_\_\_\_.

- 2) 四边形的内角和为\_\_\_\_，外角和为\_\_\_\_，对角线条数为\_\_\_\_.

正多边形的定义：各条边都相等且各内角都相等的多边形叫正多边形.

正多边形能镶嵌平面的条件：1) 单一正多边形

- 2) 多种正多边形

### 3. 中心对称图形

1) 中心对称图形的定义以及常见的中心对称图形

2) 经过对称中心的直线一定把中心对称图形的面积二等分，对称点的连线段一定经过对称中心且被对称中心平分.

### 4. 三角形的中位线以及中位线定理

关注：三角形中位线定理的证明方法以及中位线定理的应用，这是重点.

### 5. 矩形的性质以及判定

性质：1) 矩形具有平行四边形所具有的一切性质.

- 2) 矩形的四个角都是直角.
- 3) 矩形的对角线相等.

判定方法：1) 定义：有一个角是直角的平行四边形是矩形.

- 2) 有三个角是直角的四边形是矩形.
- 3) 对角线相等的平行四边形是矩形.

注意：其他还有一些判定矩形的方法，但都不能作为定理使用.

定理：直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

### 6. 菱形的性质以及判定

性质：1) 菱形具有平行四边形所具有的一切性质.

- 2) 菱形的四条边都相等.
- 3) 菱形的对角线互相垂直并且每条对角线平分一组对角.

4) 菱形的面积等于对角线乘积的一半。(如果一个四边形的对角线互相垂直，那么这个四边形的面积等于对角线乘积的一半)

判定方法：1) 定义：有一组邻边相等的平行四边形是菱形

- 2) 四条边都相等的四边形是菱形.

注意：其他还有一些判定菱形的方法，但都不能作为定理使用.

### 7. 正方形的性质以及判定

性质：1) 正方形具有平行四边形、矩形、菱形所具有的一切性质.

判定方法：1) 定义：有一个角是直角且有一组邻边相等的平行四边形是正方形.

- 2) 矩形+有一组邻边相等

3) 菱形+有一个角是直角

注意：其他还有一些判定正方形的方法，但都不能作为定理使用.

### 8. 梯形

等腰梯形的性质：等腰梯形同一底边上的两个底角相等；等腰梯形的对角线相等.

等腰梯形的判定：1) 定义

2) 同一底边上两个底角相等的梯形是等腰梯形.

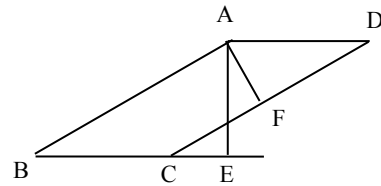
3) 对角线相等的梯形是等腰梯形. (其证明的方法务必掌握)

关注：梯形中常见的几种辅助线的画法.

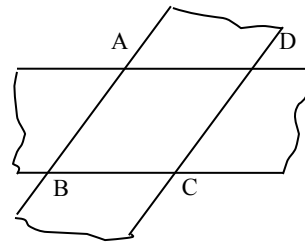
补充：梯形的中位线定理，尤其关注其证明方法.

#### 典型例题：

1、如图，在平行四边形 ABCD 中， $AE \perp BC$ ， $AF \perp CD$  点 E、F 为垂足， $\angle EAF = 30^\circ$ ， $AE = 3\text{cm}$ ， $AF = 2\text{cm}$ ，求平行四边形 ABCD 的周长.

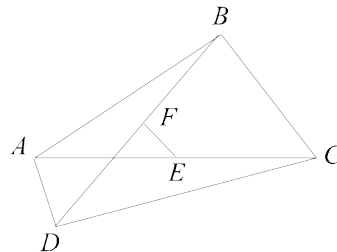


2、如图，已知：两条等宽的长纸条倾斜地重叠着，求证重叠部分为菱形.

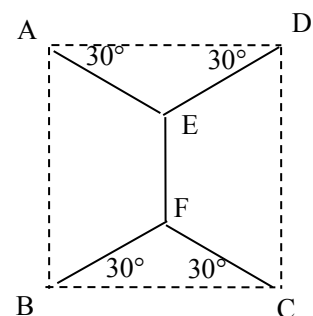


3、已知：如图，四边形 ABCD 中， $\angle ABC$  和  $\angle ADC = 90^\circ$ ，E、F 分别是对角线 AC、BD 的中点。求证：

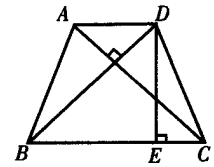
$EF \perp BD$



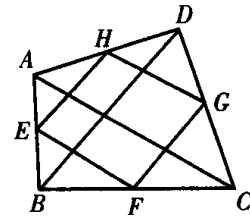
4、某地有四个村庄 A、B、C、D，它们正好位于一个正方形的四个顶点，正方形边长为 a 米。计划在四个村庄联合架设一条电话线路，按照如下方案设计，如图中实线部分，求出所需电线长？



5、如图，已知等腰梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ，对角线  $AC \perp BD$ ， $AD=3\text{cm}$ ， $BC=7\text{cm}$ ， $DE \perp BC$  于 E，试求 DE 的长。



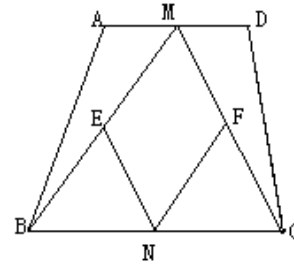
6、如图，已知四边形 ACBD 中， $AC \perp BD$ ，E、F、G、H 分别是 AB、BC、CD、DA 边上的中点，求证：四边形 EFGH 是矩形。



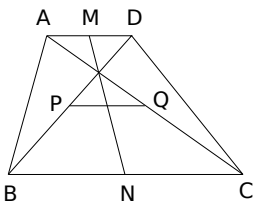
7、如图，在等腰梯形 ABCD 中，M、N 分别为 AD、BC 的中点，E、F 分别为 BM、CM 的中点。

(1) 求证：四边形 MENF 是菱形；

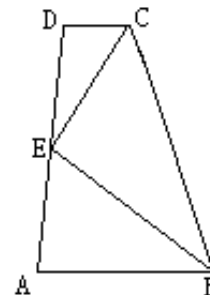
(2) 若四边形 MENF 是正方形，梯形 ABCD 的高与底边 BC 有何关系？



8、如图，梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ，M、N、P、Q 分别为 AD、BC、BD、AC 的中点。求证：MN 和 PQ 互相平分。



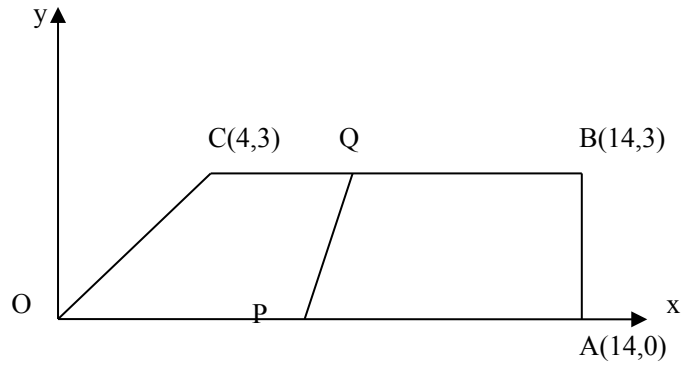
9、已知：梯形 ABCD 中， $AB \parallel CD$ ，E 为 DA 的中点，且  $BC = DC + AB$ ，求证： $BE \perp EC$ 。



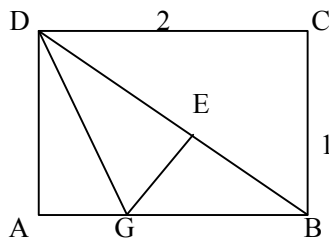
10、如图，梯形 OABC 中，O 为直角坐标系的原点，A、B、C 的坐标分别为  $(14, 0)$ 、 $(14, 3)$ 、

(4, 3)。点 P、Q 同时从原点出发，分别作匀速运动，点 P 沿 OA 以每秒 1 个单位向终点 A 运动，点 Q 沿 OC、CB 以每秒 2 个单位向终点 B 运动。当这两点中有一点到达自己的终点时，另一点也停止运动。

- (1) 设从出发起运动了  $x$  秒，且  $x > 2.5$  时，Q 点的坐标；
- (2) 当  $x$  等于多少时，四边形 OPQC 为平行四边形？
- (3) 四边形 OPQC 能否成为等腰梯形？说明理由。
- (4) 设四边形 OPQC 的面积为  $y$ ，求出当  $x > 2.5$  时  $y$  与  $x$  的函数关系式；并求出  $y$  的最大值；



11、如图，折叠矩形纸片 ABCD，先折出折痕 BD（对角线），再折叠使 AD 边落在对角线 BD 上，得折痕 DG。若  $DC = 2$ ， $BC = 1$ ，求 AG 的长。



12、如图，在矩形纸片 ABCD 中， $AB = 6$ ， $AD = 8$ ，将矩形纸片如图折叠，使点 B 与点 D 重合，折痕为 GH，求 GH 的长。

