

第1章 二次根式检测题

(时间:90分钟,满分:100分)

一、选择题 (每小题2分,共24分)

1.(2015·广州中考)下列计算正确的是()

A. $ab \cdot ab = 2ab$

B. $(2a)^3 = 2a^3$

C. $3\sqrt{a} - \sqrt{a} = 3(a \geq 0)$

D. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} (a \geq 0, b \geq 0)$

2.式子 $\sqrt{-2x^2+x-5}$ 、 $\sqrt{-1-x^2}$ 、 $\sqrt{18}$ 、 $\sqrt{x^2+2x+2}$ 中,有意义的式子个数为()

- A.1 B.2 C.3 D.4

3.如果 $\sqrt{(2a-1)^2} = 1-2a$,那么()

- A. $a < \frac{1}{2}$ B. $a \leq \frac{1}{2}$ C. $a > \frac{1}{2}$ D. $a \geq \frac{1}{2}$

4.下列二次根式,不能与 $\sqrt{12}$ 合并的是()

- A. $\sqrt{48}$ B. $\sqrt{18}$ C. $\sqrt{1\frac{1}{3}}$ D. $-\sqrt{75}$

5.如果两个最简二次根式 $\sqrt{3a-8}$ 与 $\sqrt{17-2a}$ 能够合并,那么 a 的值为()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

6.已知 $y = \sqrt{2x-5} + \sqrt{5-2x} - 3$,则 $2xy$ 的值为()

- A. -15 B. 15 C. $-\frac{15}{2}$ D. $\frac{15}{2}$

7.下列各式计算正确的是()

A. $8\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 6$ B. $5\sqrt{3} + 5\sqrt{2} = 10\sqrt{5}$

C. $4\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{6}$ D. $4\sqrt{2} \div 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

8.等式 $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+1} = \sqrt{x^2-1}$ 成立的条件是()

- A. $x > 1$ B. $x < -1$ C. $x \geq 1$ D. $x \leq -1$

9. (2015·江苏苏州中考) 若 $m = \frac{\sqrt{2}}{2} \times (-2)$,则有()

- A. $0 < m < 1$ B. $-1 < m < 0$ C. $-2 < m < -1$ D. $-3 < m < -2$

10.已知 $\sqrt{24n}$ 是整数,则正整数 n 的最小值是()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 2

11. 已知 $a = \sqrt{2} + \sqrt{3}, b = \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$, 则 a 与 b 的关系为 ()

- A. $a = b$ B. $ab = 1$ C. $ab = -1$ D. $a = -b$

12. 若 $\sqrt{x+2} + (y-3)^2 = 0$, 则 x^y 的值为 ()

- A. -8 B. 8 C. 9 D. -9

二、填空题 (每小题 2 分, 共 16 分)

13. 化简: $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} =$ _____; $\sqrt{18x^2y^3} (x > 0, y > 0) =$ _____.

14. (2015·南京中考) 计算 $\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ 的结果是 _____.

15. (2015·山东聊城中考) 计算: $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - \sqrt{24} =$ _____.

16. 计算: $\sqrt{12} - \sqrt{3} =$ _____; $\sqrt{5^2 + 12^2} =$ _____.

17. 已知 a, b 为两个连续的整数, 且 $a < \sqrt{28} < b$, 则 $a + b =$ _____.

18. 当 $m =$ _____ 时, 两个最简二次根式 $\frac{1}{2}\sqrt{2m+1}$ 和 $4\sqrt{2+m}$ 可以合并.

19. 若实数 x, y 满足 $\sqrt{x-2} + (y-\sqrt{3})^2 = 0$, 则 xy 的值为 _____.

20. 已知 a, b 为有理数, m, n 分别表示 $5 - \sqrt{7}$ 的整数部分和小数部分, 且 $amn + bn^2 = 1$, 则 $2a + b =$ _____.

三、解答题 (共 60 分)

21. (6 分) 先化简, 再求值: $(a + \sqrt{3})(a - \sqrt{3}) - a(a - 6)$, 其中 $a = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2}}$.

22. (12 分) 计算:

(1) $\sqrt{1.44} - \sqrt{1.21}$; (2) $\sqrt{8} + \sqrt{32} - \sqrt{2}$;

(3) $\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{27} \times \sqrt{9}$; (4) $\frac{2\sqrt{12} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} + (1 - \sqrt{3})^0$;

(5) $(\sqrt{5} - \sqrt{7})(\sqrt{5} + \sqrt{7}) + 2$; (6) $\sqrt{145^2 - 24^2}$.

23. (10 分) 已知 $x = 2 - \sqrt{3}, y = 2 + \sqrt{3}$, 求下列代数式的值:

(1) $x^2 + 2xy + y^2$;

(2) $x^2 - y^2$.

24. (8分) 已知 $|2004 - a| + \sqrt{a - 2005} = a$, 求 $a - 2004^2$ 的值.

25. (8分) 已知 $\sqrt{a-1} + (ab-2)^2 = 0$, 求

$$\frac{1}{ab} + \frac{1}{(a+1)(b+1)} + \frac{1}{(a+2)(b+2)} + \cdots + \frac{1}{(a+2004)(b+2004)}$$
 的值.

26. (8分) 小东在学习了 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 后, 认为 $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 也成立, 因此他认为一个化简过

程: $\sqrt{\frac{-20}{-5}} = \frac{\sqrt{-20}}{\sqrt{-5}} = \frac{\sqrt{-5 \times 4}}{\sqrt{-5}} = \frac{\sqrt{-5} \cdot \sqrt{4}}{\sqrt{-5}} = \sqrt{4} = 2$ 是正确的. 你认为他的化简对

吗? 如果不对请说明理由并改正.

27. (8分) (2015·山西中考) 阅读与计算:

请阅读以下材料, 并完成相应的任务.

斐波那契(约 1170—1250)是意大利数学家, 他研究了一列数, 这列数非常奇妙, 被称为斐波那契数列(按照一定顺序排列着的一列数称为数列). 后来人们在研究它的过程中, 发现了许多意想不到的结果. 在实际生活中, 很多花朵(如梅花、飞燕草、万寿菊等)的瓣数恰是斐波那契数列中的数. 斐波那契数列还有很多有趣的性质, 在实际生活中也有广泛的应用.

斐波那契数列中的第 n 个数可以用 $\frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n$ 表示(其中, $n \geq 1$). 这是用无理

数表示有理数的一个范例.



任务: 请根据以上材料, 通过计算求出斐波那契数列中的第 1 个数和第 2 个数.

第1章 二次根式检测题参考答案

1.D 解析：因为 $ab \cdot ab = a^2b^2$ ，所以 A 错误；因为 $(2a)^3 = 8a^3$ ，所以 B 错误；因为 $3\sqrt{a} - \sqrt{a} = 2\sqrt{a} (a \geq 0)$ ，所以 C 错误；因为 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} (a \geq 0, b \geq 0)$ ，所以 D 正确。

2.B 解析： $\sqrt{-2x^2 + x - 5} = \sqrt{-2(x - \frac{1}{4})^2 - \frac{39}{8}}$ 与 $\sqrt{-1 - x^2}$ 的被开方数都小于 0，没有意义； $\sqrt{x^2 + 2x + 2} = \sqrt{(x+1)^2 + 1}$ 与 $\sqrt{18}$ 的被开方数都大于 0，有意义。故有意义的式子有 2 个。故选 B。

3.B 解析：由 $\sqrt{(2a-1)^2} = 1 - 2a$ ，知 $1 - 2a \geq 0$ ，所以 $a \leq \frac{1}{2}$ 。

4.B 解析：因为 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ， $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ ， $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ， $\sqrt{1\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ， $-\sqrt{75} = -5\sqrt{3}$ ，所以只有 $\sqrt{18}$ 与 $\sqrt{12}$ 不是同类二次根式，所以 $\sqrt{18}$ 不能与 $\sqrt{12}$ 合并。

5.D 解析：由两个最简二次根式 $\sqrt{3a-8}$ 与 $\sqrt{17-2a}$ 能够合并，知 $\sqrt{3a-8}$ 与 $\sqrt{17-2a}$ 是同类二次根式，所以 $3a-8 = 17-2a$ ，所以 $a = 5$ 。

6.A 解析：由题意，知 $2x-5 \geq 0$ ， $5-2x \geq 0$ ，所以 $x = \frac{5}{2}$ ， $y = -3$ ，所以 $2xy = -15$ 。

7.C 解析： $8\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ ，所以选项 A 不正确； $5\sqrt{3}$ 与 $5\sqrt{2}$ 不是同类二次根式，不能合并，所以选项 B 不正确；C 选项正确； $4\sqrt{2} \div 2\sqrt{2} = 2$ ，所以选项 D 不正确。

8.C 解析：由题意知， $x-1 \geq 0$ ， $x+1 \geq 0$ ， $x^2-1 \geq 0$ ，所以 $x \geq 1$ 。

9.C 解析： $m = \frac{\sqrt{2}}{2} \times (-2) = -\sqrt{2}$ ， $\because 1 < 2 < 4$ ， $\therefore 1 < \sqrt{2} < 2$ ， $\therefore -2 < -\sqrt{2} < -1$ 。

10.C 解析： $\sqrt{24n} = 2\sqrt{6n}$ ，因为 $\sqrt{24n}$ 是整数，所以正整数 n 的最小值为 6。

11.D 解析： $\therefore b = \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})} = -\sqrt{2}-\sqrt{3}$ ， $\therefore a = -b$ 。故选 D。

12.A 解析：因为 $\sqrt{x+2} \geq 0$ ， $(y-3)^2 \geq 0$ ，且 $\sqrt{x+2} + (y-3)^2 = 0$ ，

所以 $\sqrt{x+2} = 0$ ， $(y-3)^2 = 0$ ，所以 $x = -2$ ， $y = 3$ ，所以 $x^y = (-2)^3 = -8$ 。故选 A。

$$13. \frac{\sqrt{6}}{3} 3xy\sqrt{2y}$$

$$14.5 \text{ 解析: } \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{5 \times 15}{3}} = \sqrt{25} = 5.$$

$$15.5 \text{ 解析: } (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - \sqrt{24} = 2 + 2\sqrt{6} + 3 - 2\sqrt{6} = 5.$$

$$16. \sqrt{3} \quad 13 \text{ 解析: } \sqrt{12} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}, \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13.$$

$$17.11 \text{ 解析: 由 } \sqrt{25} < \sqrt{28} < \sqrt{36}, \text{ 知 } a = 5, b = 6, \text{ 所以 } a + b = 11.$$

18.1 解析: 由题意知: $2^m + 1 = 2 + 2^m$, 解得 $m = 1$. 因此当 $m = 1$ 时两最简二次根式可以合并.

$$19. 2\sqrt{3} \text{ 解析: 由题意知 } x - 2 = 0, y - \sqrt{3} = 0, \text{ 所以 } x = 2, y = \sqrt{3}, \text{ 所以 } xy = 2\sqrt{3}.$$

20.2.5 解析: 因为 $2 < \sqrt{7} < 3$, 所以 $5 - \sqrt{7}$ 的整数部分是 2, 小数部分是 $3 - \sqrt{7}$,

$$\text{所以 } m = 2, n = 3 - \sqrt{7}, \text{ 所以 } (6 - 2\sqrt{7})a + (3 - \sqrt{7})^2 b = 1,$$

$$\text{即 } (6 - 2\sqrt{7})a + (16 - 6\sqrt{7})b = 1, \text{ 整理, 得 } 6a + 16b - 2\sqrt{7}(a + 3b) = 1.$$

$$\text{因为 } a, b \text{ 为有理数, 所以 } 6a + 16b = 1, a + 3b = 0,$$

$$\text{所以 } a = 1.5, b = -0.5, \text{ 所以 } 2a + b = 2.5.$$

$$21. \text{解: } (a + \sqrt{3})(a - \sqrt{3}) - a(a - 6) = a^2 - 3 - a^2 + 6a = 6a - 3.$$

$$\text{当 } a = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 时,}$$

$$\text{原式} = 6 \times \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) - 3 = 3 + 3\sqrt{2} - 3 = 3\sqrt{2}.$$

$$22. \text{解: (1) } \sqrt{1.44} - \sqrt{1.21} = 1.2 - 1.1 = 0.1.$$

$$(2) \sqrt{8} + \sqrt{32} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 5\sqrt{2}.$$

$$(3) \sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{27} \times \sqrt{9} = \frac{\sqrt{3}}{3} + 3\sqrt{3} \times 3 = \frac{\sqrt{3}}{3} + 9\sqrt{3} = \frac{28}{3}\sqrt{3}.$$

$$(4) \frac{2\sqrt{12} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} + (1 - \sqrt{3})^0 = \frac{4\sqrt{3} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} + 1 = 5 + 1 = 6.$$

$$(5) (\sqrt{5} - \sqrt{7})(\sqrt{5} + \sqrt{7}) + 2 = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{7})^2 + 2 = 5 - 7 + 2 = 0.$$

$$(6) \sqrt{145^2 - 24^2} = \sqrt{169 \times 121} = 13 \times 11 = 143.$$

23.解：(1) $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2 = [(2 - \sqrt{3}) + (2 + \sqrt{3})]^2 = 4^2 = 16.$

(2) $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = (2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3} - 2 - \sqrt{3}) = 4 \times (-2\sqrt{3}) = -8\sqrt{3}$

24.解：因为 $|2\,004 - a| + \sqrt{a - 2\,005} = a,$

所以 $a - 2\,005 \geq 0,$ 即 $a \geq 2\,005,$

所以 $|2\,004 - a| = a - 2\,004.$

故 $|2\,004 - a| + \sqrt{a - 2\,005} = a - 2\,004 + \sqrt{a - 2\,005} = a,$

从而 $\sqrt{a - 2\,005} = 2\,004,$

所以 $a = 2\,004^2 + 2\,005,$

所以 $a - 2\,004^2 = 2\,005.$

25.解：因为 $\sqrt{a - 1} + (ab - 2)^2 = 0,$

所以 $a = 1, ab = 2,$ 从而 $b = 2.$

所以 $\frac{1}{ab} + \frac{1}{(a+1)(b+1)} + \frac{1}{(a+2)(b+2)} + \cdots + \frac{1}{(a+2\,004)(b+2\,004)}$

$$= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{2\,005 \times 2\,006}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2\,005} - \frac{1}{2\,006}$$

$$= 1 - \frac{1}{2\,006} = \frac{2\,005}{2\,006}.$$

26.解：不对.

理由：因为只有正数有平方根，负数是没有平方根的，

所以 $\sqrt{\frac{-20}{-5}} = \frac{\sqrt{-20}}{\sqrt{-5}}$ 这一步是错误的.

注意 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 的前提条件是 $(a \geq 0, b > 0).$

正确的化简过程是：

$$\sqrt{\frac{-20}{-5}} = \sqrt{\frac{20}{5}} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5 \times 4}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{4}}{\sqrt{5}} = \sqrt{4} = 2.$$

27.解：第1个数：当 $n=1$ 时，

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} - \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right) = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} - \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right) = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{5} = 1.$$

第2个数：当 $n=2$ 时，

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} - \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right) = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} - \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right) \\ & = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} + \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right) = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot 1 = \frac{1}{\sqrt{5}}. \end{aligned}$$