第一章三角形的证明检测题

（本试卷满分：100分，时间：90分钟）

一、选择题（每小题3分，共30分）

1.下列命题：

①等腰三角形的角平分线、中线和高重合；

②等腰三角形两腰上的高相等；

③等腰三角形的最短边是底边；

④等边三角形的高、中线、角平分线都相等；

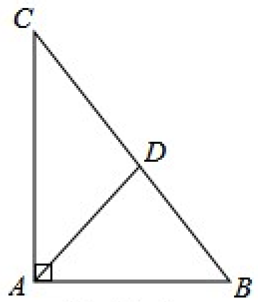
⑤等腰三角形都是锐角三角形.

其中正确的有（　）

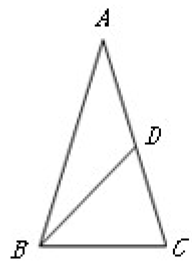
A.1个　　B.2个　　C.3个　　D.4个

2.如图，在△ABC中，∠BAC=90°，AB=3，AC=4．AD平分∠BAC交BC于点D，则BD的长为（　）

A. $\frac{15}{7}$　　B. $\frac{12}{5}$　　C. $\frac{20}{7}$　　D. $\frac{21}{5}$



第2题图



第3题图

3. 如图，在△ABC中，$AB=AC$，点D在AC边上，且$BD=BC=AD$，则∠A的度数为（　）

A. 30°　　B. 36°　　C. 45°　　D. 70°

4.（2015•湖北荆门中考）已知一个等腰三角形的两边长分别是2和4，则该等腰三角形的周长为（　）

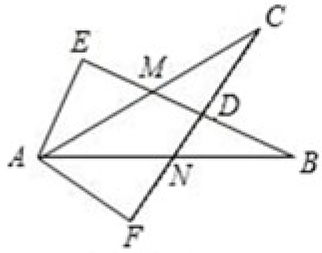
A.8或10　　B.8　　C.10　　D.6或12

5.如图，已知$\angle E=\angle F$，$\angle B=\angle C$，$AE=AF$，下列结论：

①$EM=FN$；

②$CD=DN$；

③$\angle FAN=\angle EAM$；



第5题图

④△ACN≌△ABM .

其中正确的有（　　）

A.1 个　　　　B.2 个

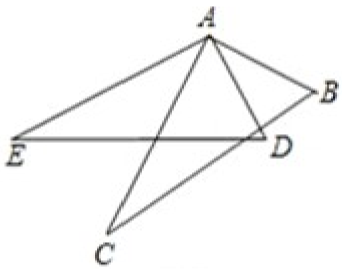
C.3 个　　　　D.4 个

6. 在△ABC中，∠A∶∠B∶∠C=1∶2∶3，最短边$BC=4$ cm，则最长边AB的长是（　）

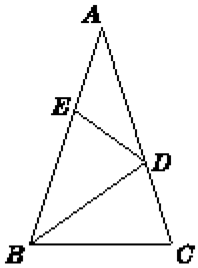
A.5 cm　　　B.6 cm　　　C. $\sqrt{5}$ cm　　　D.8 cm

7.如图，已知$\angle BAC=\angle DAE=90°$，$AB=AD$，下列条件能使△$ABC$≌△$ADE$的是（　　）

A.$\angle E=\angle C$　B.$AE=AC$　C.$BC=DE$　D.ABC三个答案都是



第7题图



第8题图

8.（2015·陕西中考）如图，在△ABC中，∠A=36°，$AB=AC$，BD是△ABC的角平分线，若在边AB上截取$BE=BC$，连接DE，则图中等腰三角形共有（　　）

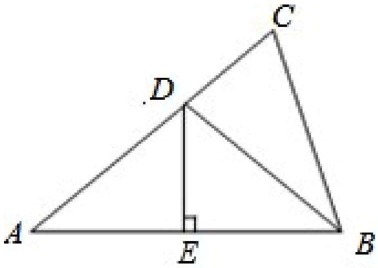
A.2 个　　　B.3 个　　　C.4 个　　　D.5 个

9.已知一个直角三角形的周长是$4+2\sqrt{6}$，斜边上的中线长为 2，则这个三角形的面积为（　）

A.5　　　B.2　　　C. $\frac{5}{4}$　　　D.1

10.如图，在△ABC中，AB的垂直平分线交AC于点D，交AB于点E，如果$AC=5$cm，$BC=4$ cm，那么△DBC的周长是（　）

A.6 cm　　　B.7 cm　　　C.8 cm　　　D.9 cm



第10题图

第

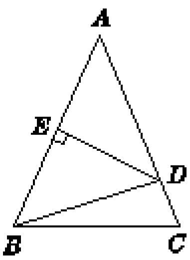
二、填空题（每小题3分，共24分）

11.如图所示，在等腰$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle BAC=50°$，$\angle BAC$的平分线与AB的垂直平分线交于点O，点C沿EF折叠后与点O重合，则$\angle OEC$的度数是____.

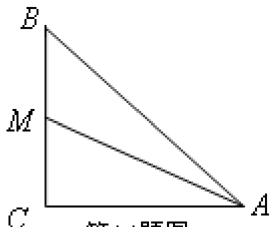
12.若一个三角形的三条高线交点恰好是此三角形的一个顶点，则此三角形是______三角形.

13.（2015•四川乐山中考）如图，在等腰三角形ABC中，$AB=AC$，DE垂直平分AB，已知$\angle ADE=40°$，则$\angle DBC=$________°.

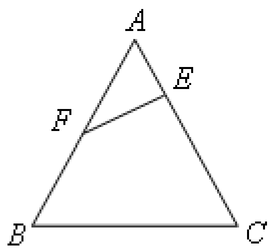
14.如图，在$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，AM平分$\angle CAB$，$CM=20$ cm，则点M到AB的距离是_______.



第13题图



第14题图

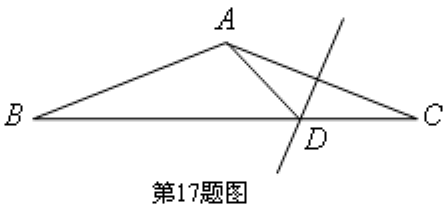


第15题图

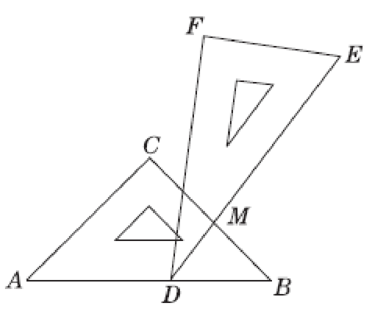
15.如图，在等边$\triangle ABC$中，F是AB的中点，$FE\perp AC$于E，若$\triangle ABC$的边长为10，则$AE=$_______，$AE:EC=$_______.

16.(2015•江苏连云港中考)在$\triangle ABC$中，$AB=4$,$AC=3$，AD是$\triangle ABC$的角平分线，则$\triangle ABD$与$\triangle ACD$的面积之比是____.

17.如图，已知$\angle BAC=120°$，$AB=AC$，AC的垂直平分线交BC于点D，则$\angle ADB=$__.



第17题图

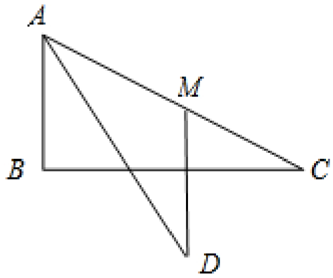


第18题图

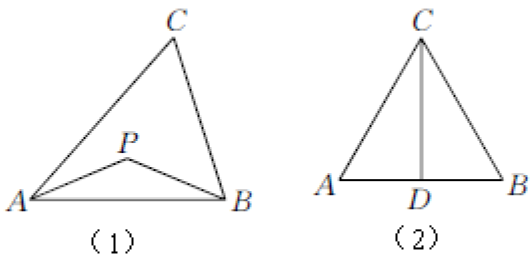
18.一副三角板叠在一起如图所示放置,最小锐角的顶点D恰好放在等腰直角三角板的斜边AB上,BC与DE交于点M,如果$\angle ADF=100°$,那么$\angle BMD$为_____度.

三、解答题（共46分）

19.（6分）如图，在△ABC中，$\angle B=90°$，M是AC上任意一点（M与A不重合），$MD\perp BC$，且交$\angle BAC$的平分线于点D，求证：$MA=MD$.



第19题图



第20题图

20.（6分）联想三角形外心的概念，我们可引入如下概念.

定义：到三角形的两个顶点距离相等的点，叫做此三角形的准外心.

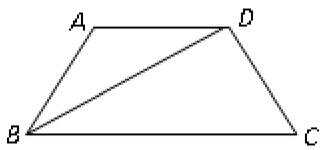
举例：如图（1），若$PA=PB$，则点P为△ABC的准外心.

应用：如图（2），CD为等边三角形ABC的高，准外心P在高CD上，且$PD=\frac{1}{2}AB$，求$\angle APB$的度数.

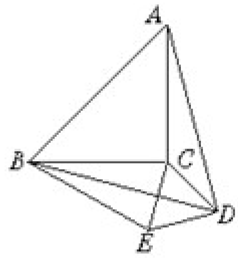
探究：已知△ABC为直角三角形，斜边$BC=5$，$AB=3$，准外心P在AC边上，试探PA的长.

21.（6分）如图所示，在四边形$ABCD$中，$BC>BA，AD=DC，BD$平分$\angle ABC$.

求证：$\angle BAD+\angle C=180°$.



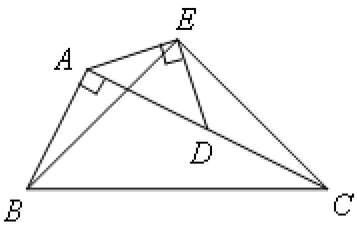
第21题图



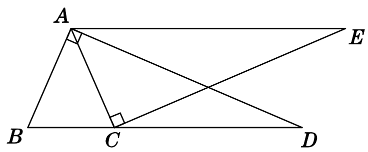
第22题图

22.（6分）如图所示，以等腰直角三角形ABC的斜边AB为边作等边△ABD，连接DC，以DC为边作等边△DCE，B，E在C，D的同侧，若$AB=\sqrt{2}$，求BE的长.

23.（6分）如图所示，在Rt△ABC中，$\angle BAC=90°，AC=2AB$，点D是AC的中点，将一块锐角为45°的直角三角板如图放置，使三角板斜边的两个端点分别与A，D重合，连接BE，EC．试猜想线段BE和EC的数量及位置关系，并证明你的猜想．



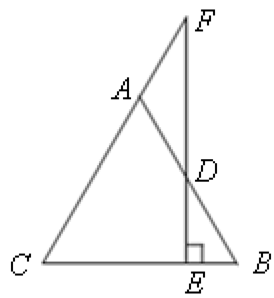
第23题图



第 24 题图

24.（8 分）（2015·陕西中考）如图，在△ABC 中，$AB=AC$，作 $AD\perp AB$ 交 BC 的延长线于点 D，作 $AE\parallel BD$，$CE\perp AC$，且 AE，CE 相交于点 E.求证：$AD=CE$.

25.（8 分）已知：如图，$AB=AC$，D是AB上一点，$DE\perp BC$于点E，ED的延长线交CA的延长线于点F.求证：△ADF是等腰三角形．



第25题图

第一章三角形的证明检测题参考答案

1.B 解析：只有②④正确.

2.A 解析：∵∠BAC=90°，AB=3，AC=4，

∴$BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

∴BC边上的高$=3\times4\div5=\dfrac{12}{5}$.

∵AD平分∠BAC，∴点 D 到 AB，AC 的距离相等，设为 h，

则$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\times3h+\dfrac{1}{2}\times4h=\dfrac{1}{2}\times5\times\dfrac{12}{5}$,解得 $h=\dfrac{12}{7}$，

$S_{\triangle ABD}=\dfrac{1}{2}\times3\times\dfrac{12}{7}=\dfrac{1}{2}BD\times\dfrac{12}{5}$,解得 $BD=\dfrac{15}{7}$ 故选 A．

3.B 解析：因为$AB=AC$，所以$\angle ABC=\angle C$.

因为$AD=BD=BC$，所以$\angle A=\angle ABD$，$\angle C=\angle BDC$.

又因为$\angle BDC=\angle A+\angle ABD$，

所以$\angle ABC=\angle C=\angle BDC=\angle A+\angle ABD=2\angle A$，

所以$\angle A+2\angle A+2\angle A=180°$，所以$\angle A=36°$.

4.C　解析：当等腰三角形的腰长是 2，底边长是 4 时，等腰三角形的三边长是 2，2，4，根据三角形的三边关系，不能构成三角形，所以不合题意，舍去；当等腰三角形的腰长是 4，底边长是 2 时，等腰三角形的三边长是 4，4，2，根据三角形的三边关系，能构成三角形，所以该三角形的周长为 4＋4＋2=10.

5.C　解析：因为$\angle E=\angle F$，$\angle B=\angle C$，$AE=AF$，

所以△AEB≌△AFC（AAS），

所以$\angle FAM=\angle EAN$，

所以 $\angle EAN-\angle MAN=\angle FAM-\angle MAN$，

即$\angle EAM=\angle FAN$，故③正确.

又因为 $\angle E=\angle F$，$AE=AF$，

所以△EAM≌△FAN（ASA），

所以 $EM=FN$，故①正确.

由△AEB≌△AFC，知$AC=AB$，

又因为$\angle CAN=\angle BAM$，$\angle B=\angle C$，

所以△ACN≌△ABM，故④正确.

由于条件不足，无法证得②$CD=DN$.

故正确的结论有：①③④.

6.D　解析：因为$\angle A$:$\angle B$:$\angle C$=1:2:3，

所以△ABC为直角三角形，且$\angle C$为直角.

又因为最短边$BC=4$ cm，则最长边$AB=2BC=8$ cm.

7.D　解析：添加 A 选项中条件可用“AAS”判定两个三角形全等；

添加 B 选项中条件可用“SAS”判定两个三角形全等；

添加 C 选项中条件可用“HL”判定两个三角形全等.故选 D．

8.D　解析：在△ABC中，∵ ∠A=36°，AB=AC，

∴△ABC是等腰三角形，∠ABC=∠C=72°.

∵ BD平分∠ABC，∴ ∠ABD=∠CBD=36°，

∴ ∠A=∠ABD，∠CDB=∠A+∠ABD = 36°+36°=72°，

∴ ∠C = ∠CDB，∴ △ABD，△CBD都是等腰三角形.

∴ BC=BD.∵ BE=BC，∴ BD=BE，

∴△EBD是等腰三角形，

∴ $\angle BED=\frac{180^\circ-\angle EBD}{2}=\frac{180^\circ-36^\circ}{2}=72^\circ$.

在△AED中，∵ ∠A=36°，∠BED = ∠A+∠ADE，∴ ∠ADE = ∠BED-∠A = 72°-36° = 36°，∴ ∠ADE=∠A =36°，∴ △AED是等腰三角形.

∴ 图中共有 5 个等腰三角形.

9.B　解析：设此直角三角形为△ABC，其中$\angle C=90^\circ$，$BC=a$，$AC=b$，

因为直角三角形斜边的长等于斜边上中线长的 2 倍，所以$AB=4$.

又因为直角三角形的周长是$4+2\sqrt{6}$，所以$a+b=2\sqrt{6}$.

两边平方，得$(a+b)^2=24$，即$a^2+b^2+2ab=24$.

由勾股定理知$a^2+b^2=c^2=16$，

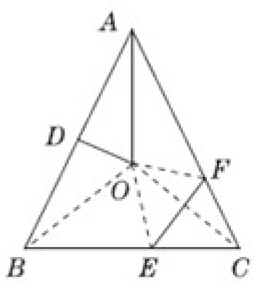
所以$ab=4$，所以$\frac{1}{2}ab=2$.

10.D　解析：因为DE垂直平分AB，所以$AD=BD$.

所以△DBC的周长$=BD+CD+BC=AD+CD+BC=AC+BC=5+4=9$（cm）.

11.100°　解析:如图所示，由AB=AC，AO平分∠BAC，得AO所在直线是线段BC的垂直平分线，连接OB，则OB=OA=OC，

所以∠OAB=∠OBA=$\frac{1}{2}$×50°=25°，



第11题答图

得$\angle BOA=\angle COA=180^{\circ}-25^{\circ}-25^{\circ}=130^{\circ}$,

$\angle BOC=360°-\angle BOA-\angle COA=100°$.

所以$\angle OBC=\angle OCB=\dfrac{180^{\circ}-100^{\circ}}{2}=40°$.

由于$EO=EC$，故$\angle OEC=180°-2\times40°=100°$.

12.直角　解析:直角三角形的三条高线交点恰好是此三

角形的一个顶点；锐角三角形的三条高线交点在此三角形的内部；钝角三角形的三条高线交点在三角形的外部.

13.15　解析：在Rt△AED中，$\angle ADE=40°$，所以$\angle A=50°$.

因为$AB=AC$，所以$\angle ABC=(180°-50°)\div2=65°$.

因为DE垂直平分AB，所以$DA=DB$，

所以$\angle DBE=\angle A=50°$.

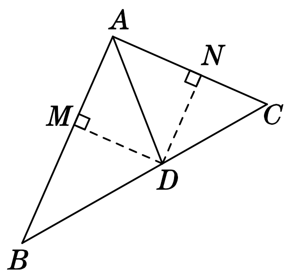
所以$\angle DBC=65°-50°=15°$.

14.20 cm　解析:根据角平分线的性质：角平分线上的点到角两边的距离相等可得答案.

15.$\frac{5}{2}$　1∶3　解析：因为$AB=10$，F是AB的中点，所以$AF=5$.

在Rt△AEF中，因为$\angle A=60°$，所以$AE=\frac{1}{2}AF=\frac{5}{2}$.

又$EC=AC-AE=10-\frac{5}{2}=\frac{15}{2}$，所$AE:EC=1:3$.



16.4∶3　解析：如图所示，过点D作$DM\perp AB$，$DN\perp AC$，垂足分别为点M和点N.

∵AD平分$\angle BAC$，∴$DM=DN$.

∵$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}AB\times DM$，

$S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AC\times DN$，

∴ $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{\frac{1}{2}AB \times DM}{\frac{1}{2}AC \times DN} = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{3}$.

第 16 题答图

17. 60° 解析:∵ $\angle BAC=120^\circ$，$AB=AC$，

∴ $\angle B=\angle C=\frac{180^\circ - \angle BAC}{2}=\frac{180^\circ - 120^\circ}{2}=30^\circ$.

∵ AC 的垂直平分线交 BC 于点 D，∴ $AD=CD$.

∴ $\angle C=\angle DAC=30^\circ$,

∴ $\angle ADB=\angle C+\angle DAC=30^\circ+30^\circ=60^\circ$.

18. 85 解析:∵ $\angle BDM=180^\circ-\angle ADF-\angle FDE=180^\circ-100^\circ-30^\circ=50^\circ$，

∴ $\angle BMD=180^\circ-\angle BDM-\angle B=180^\circ-50^\circ-45^\circ=85^\circ$.

19.证明：∵ $MD \perp BC$，$\angle B = 90^\circ$，

∴ $AB \parallel MD$，∴ $\angle BAD = \angle D$.

又∵ AD 为 $\angle BAC$ 的平分线，

∴ $\angle BAD = \angle MAD$，∴ $\angle D = \angle MAD$，

∴ $MA = MD$.

20. 解：应用：若 $PB=PC$，连接 PB，则$\angle PCB=\angle PBC$.

$\because$ CD 为等边三角形的高，$\therefore$ $AD=BD$，$\angle PCB=30°$，

$\therefore$ $\angle PBD=\angle PBC=30°$，$\therefore$ $PB=2PD$，

$\therefore$ $BD=\sqrt{PB^2-PD^2}=\sqrt{3}PD$，

$\therefore$ $PD=\frac{\sqrt{3}}{3}DB=\frac{\sqrt{3}}{6}AB$，

与已知 $PD=\frac{1}{2}AB$ 矛盾，$\therefore$ $PB\neq PC$.

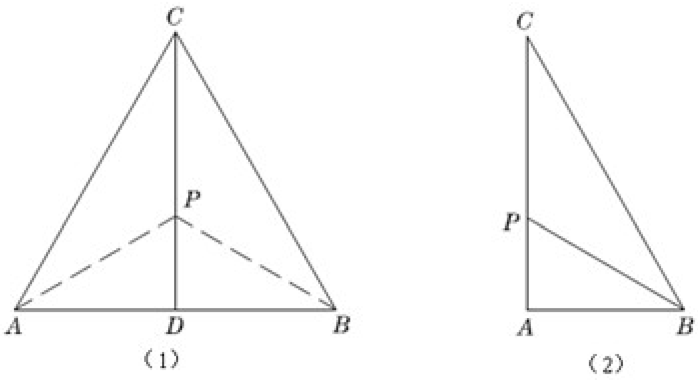
若 $PA=PC$，连接 PA，同理，可得 $PA\neq PC$.

若 $PA=PB$，由 $PD=\frac{1}{2}AB$，得 $PD=BD$，$\therefore$ $\angle BPD=45°$，$\therefore\angle APB=90°$.

探究：若 $PB=PC$，设 $PA=x$，则 $x^2+3^2=(4-x)^2$，$\therefore$ $x=\frac{7}{8}$，即 $PA=\frac{7}{8}$.

若 $PA=PC$，则 $PA=2$.

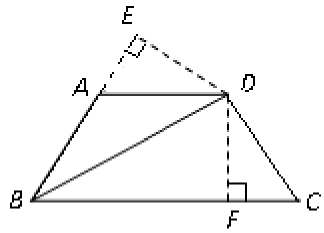
若 $PA=PB$，由图（2）知，在 Rt$\triangle PAB$ 中，这种情况不可能.故 $PA=2$ 或 $\frac{7}{8}$.



第20题答图

21.证明：如图，过点 D 作 $DE\perp AB$ 交 BA 的延长线于点 E，

过点*D*作 $DF \perp BC$ 于点*F*.



第21题答图

因为*BD*平分∠*ABC*，所以 $DE = DF$.

在Rt△*EAD*和Rt△*FCD*中，$AD = CD$，$DE = DF$，

所以Rt△*EAD*≌Rt△*FCD*（HL）.

所以$\angle C=\angle EAD$.

因为$\angle EAD+\angle BAD=180°$，

所以$\angle BAD+\angle C=180°$.

22.解：因为△*ABD*和△*CDE*都是等边三角形，

所以$AD=BD$，$CD=DE$，$\angle ADB=\angle CDE=60°$.

所以$\angle ADB-\angle CDB=\angle CDE-\angle CDB$，

即$\angle ADC=\angle BDE$.

在△ADC和△BDE中，因为$AD=BD$，$CD=DE$，$\angle ADC=\angle BDE$，

所以△ADC≌△BDE，所以$AC=BE$.

又$AC=BC$，所以$BE=BC$.

在等腰直角△ABC中，$AB=\sqrt{2}$，所以$AC=BC=1$，故$BE=1$.

23.解：$BE=EC$，$BE\perp EC$.

证明：∵$AC=2AB$，点D是AC的中点，∴$AB=AD=CD$.

∵$\angle EAD=\angle EDA=45°$，∴$\angle EAB=\angle EDC=135°$.

∵$EA=ED$，∴△EAB≌△EDC.

∴$\angle AEB=\angle DEC$，$BE=EC$.

∴$\angle BEC=\angle AED=90°$.∴$BE\perp EC$.

24.证明：∵$AE\parallel BD$，∴$\angle EAC=\angle ACB$.

∵$AB=AC$，∴$\angle B=\angle ACB$.∴$\angle EAC=\angle B$.

又∵$\angle BAD=\angle ACE=90°$，

∴△ABD≌△CAE（ASA）.∴$AD=CE$.

25.证明：∵$AB=AC$，∴$\angle B=\angle C$.

∵$DE\perp BC$于点E，∴$\angle FEB=\angle FEC=90°$.

∴$\angle B+\angle EDB=\angle C+\angle EFC=90°$.∴$\angle EFC=\angle EDB$.

∵$\angle EDB=\angle ADF$，∴$\angle EFC=\angle ADF$.∴△ADF是等腰三角形.