第 18 章 勾股定理 单元测试卷

一、选择题(每题 3 分,共 30 分)

1.以下列各组数据为边长的三角形中,是直角三角形的是(　　)

A.$\sqrt{2}$,$\sqrt{3}$,$\sqrt{7}$　B.5,4,8　C.$\sqrt{5}$,2,1 D.$\sqrt{2}$,3,$\sqrt{5}$

2.直角三角形的一条直角边长是另一条直角边长的$\frac{1}{3}$,斜边长为 10,则它的面积为(　　)

A.10　B.15　C.20　D.30

3.在 Rt△ABC 中,∠A,∠B,∠C 的对边分别为 a,b,c,若∠B=90°,则(　　)

A.$b^2=a^2+c^2$　B.$c^2+b^2=a^2$

C.$a^2+b^2=c^2$　D.a+b=c

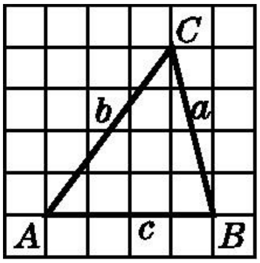
4.如果将长为 6 cm,宽为 5 cm 的长方形纸片折叠一次,那么这条折痕的长不可能是(　　)

A.8 cm　B.5$\sqrt{2}$ cm　C.5.5 cm　D.1 cm

5.在 Rt△ABC 中,∠C=90°,AC=9,BC=12,则点 C 到 AB 的距离是(　　)

A.$\frac{36}{5}$　B.$\frac{12}{25}$　C.$\frac{9}{4}$　D.$\frac{3\sqrt{3}}{4}$

6.如图,每个小正方形的边长都为 1,则△ABC 的三边 a,b,c 的大小关系是(　　)



A.a<c<b B.a<b<c C.c<a<b D.c<b<a

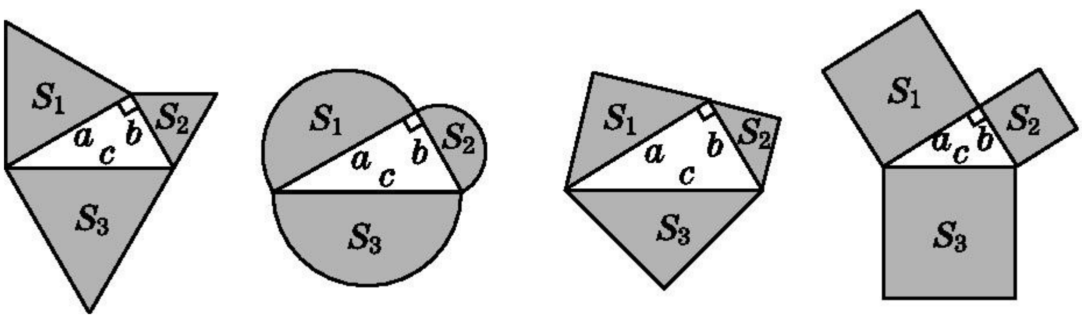
7.有一个三角形的两边长分别是 4 和 5,若这个三角形是直角三角形,则第三边长为(　　)

A.3 B.$\sqrt{41}$ C.3 或$\sqrt{41}$ D.无法确定

8.三角形三边长分别是 6,8,10,则它的最短边上的高为(　　)

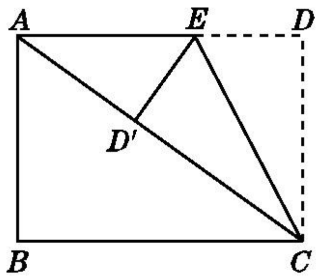
A.6 B.$14\frac{1}{2}$ C.$2\frac{2}{5}$ D.8

9.如图,以直角三角形的三边 a,b,c 为边或直径,分别向外作等边三角形、半圆、等腰直角三角形和正方形,上述四种情况的面积关系满足$S_1+S_2=S_3$的图形个数是(　　)



A.1 B.2 C.3 D.4

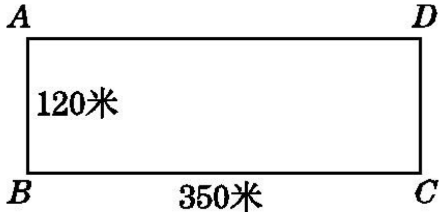
10.如图,将长方形纸片 ABCD 折叠,使边 DC 落在对角线 AC 上,折痕为 CE,且 D 点落在对角线上 D'处.若 AB=3,AD=4,则 ED 的长为(　　)



A.$\frac{3}{2}$　B.3　C.1　D.$\frac{4}{3}$

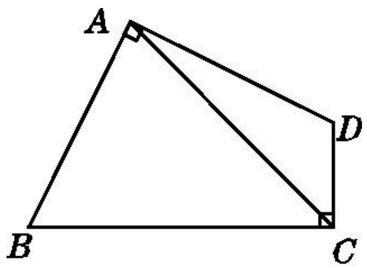
二、填空题(每题 4 分,共 16 分)

11.如图是八里河公园水上风情园一角的示意图,A,B,C,D 为四个养有珍稀动物的小岛,连线代表连接各个小岛的晃桥(各岛之间也可以通过乘船到达),如果黄芳同学想从 A 岛到 C 岛,则至少要经过________米.



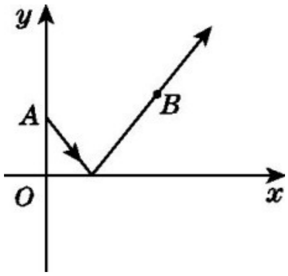
12.三角形一边长为 10,另两边长是方程 $x^2-14x+48=0$ 的两实根,则这是一个________三角形,面积为________.

13.如图,四边形 ABCD 中,∠BAD=∠BCD=90°,AB=AD,若四边形 ABCD 的面积是 24 cm^2,则 AC 的长是________.(有一组邻边相等的长方形是正方形)



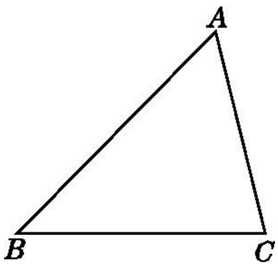
14.如图,从点 A(0,2)发出的一束光,经 x 轴反射,过点 B(4,3),则这束光从

点 A 到点 B 所经过路径的长为__________.

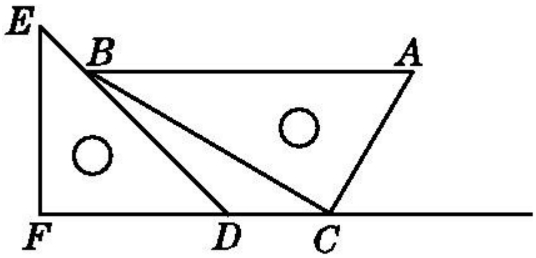


三、解答题(15~22 题每题 8 分,23 题 10 分,共 74 分)

15.如图,在△ABC 中,AC=6,AB=8,BC=7,求△ABC 的面积.(结果保留整数)



16.一副直角三角板如图放置,点 C 在 FD 的延长线上,AB∥CF,∠F=∠ACB=90°,∠E=45°,∠A=60°,AC=10,试求 CD 的长.



17.如图,小丽想知道自家门前小河的宽度,于是她按以下办法测出了如下数据:小丽在河岸边选取点 A,在点 A 的对岸选取一个参照点 C,测得∠CAD=30°;小丽沿河岸向前走 30 m 选取点 B,并测得∠CBD=60°.请根

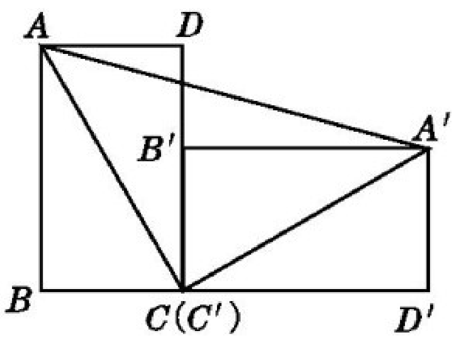
据以上数据,用你所学的数学知识,帮小丽计算小河的宽度.

18.龙梅和玉荣是好朋友,可是有一次经过一场争吵之后,两人不欢而散.龙梅的速度是 0.5 米/秒,4 分钟后她停了下来,觉得有点后悔了,玉荣走的方向好像是和龙梅成直角,她的速度是$\frac{2}{3}$米/秒,如果她和龙梅同时停下来,而这时候她俩正好相距 200 米,那么她们行走的方向是否成直角?如果她们现在想讲和,那么以原来的速度相向而行,多长时间后能相遇?

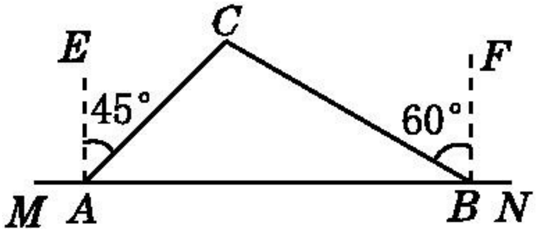
19.如图,将竖直放置的长方形砖块 ABCD 推倒至长方形 A'B'C'D'的位置,长方形 ABCD 的长和宽分别为 a,b,AC 的长为 c.

(1)你能用只含 a,b 的代数式表示 $S_{\triangle ABC}$,$S_{\triangle C'A'D'}$和 $S_{直角梯形A'D'BA}$吗?能用只含 c 的代数式表示 $S_{\triangle ACA'}$吗?

(2)利用(1)的结论,你能验证勾股定理吗?



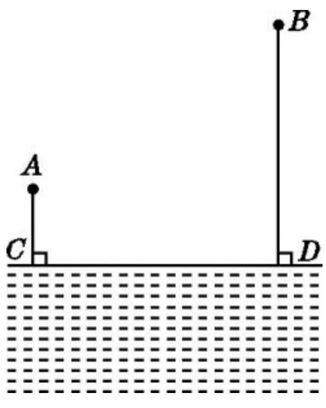
20.如图,要在木里县某林场东西方向的两地之间修一条公路 MN,已知点 C 周围 200 m 范围内为原始森林保护区,在 MN 上的点 A 处测得 C 在 A 的北偏东 45°方向上,从 A 向东走 600 m 到达 B 处,测得 C 在点 B 的北偏西 60°方向上.



(1)MN 是否穿过原始森林保护区?为什么?(参考数据:$\sqrt{3}$≈1.732)

(2)若修路工程顺利进行,要使修路工程比原计划提前 5 天完成,需将原定的工作效率提高 25%,则原计划完成这项工程需要多少天?

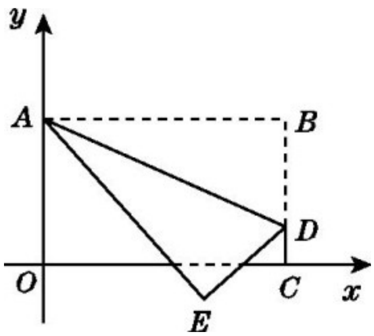
21.如图,两个村子 A,B 在河的同侧,A,B 两村到河边的距离分别为 AC=1 km,BD=3 km,CD=3 km.现需在河边 CD 上建造一水厂向 A,B 两村送水,铺设水管的工程费用约为每千米 20 000 元,请在河边 CD 上选择水厂的位置 O,使铺设水管的费用最少,并求铺设水管的费用.



22.如图,将长方形 OABC 置于平面直角坐标系中,点 A 的坐标为(0,4),点 C 的坐标为(m,0)(m>0),点 D(m,1)在 BC 上,将长方形 OABC 沿 AD 折叠压平,使点 B 落在坐标平面内,设点 B 的对应点为点 E.

(1)当 m=3 时,点 B 的坐标为_________,点 E 的坐标为_________;

(2)随着 m 的变化,试探索:点 E 能否恰好落在 x 轴上?若能,请求出 m 的值;若不能,请说明理由.



23.平面直角坐标系中,点 P(x,y)的横坐标 x 的绝对值表示为|x|,纵坐标 y 的绝对值表示为|y|,我们把点 P(x,y)的横坐标与纵坐标的绝对值之和叫做点 P(x,y)的勾股值,记为「P」,即「P」=|x|+|y|(其中“+”是四则运算中的加法).

(1)求点 A(-1,3),B($\sqrt{3}$+2,$\sqrt{3}$-2)的勾股值「A」,「B」;

(2)求满足条件「N」=3 的所有点 N 围成的图形的面积.

参考答案

一、1.【答案】C

2.【答案】B

解：设较短直角边长为 $x(x>0)$,则有 $x^2+(3x)^2=10^2$,解得 $x=\sqrt{10}$,∴直角三角形的面积 $S=\frac{1}{2}x\cdot 3x=15$.

3.【答案】A　4.【答案】A

5.【答案】A

解：在直角三角形 ABC 中,由 AC 及 BC 的长,利用勾股定理求出 AB 的长,然后过 C 作 CD⊥AB 于 D,直角三角形的面积可以由两直角边乘积的一半来求,也可以由斜边 AB 乘斜边上的高 CD 除以 2 来求,两者相等,将 AC,AB 及 BC 的长代入求出 CD 的长,即为 C 到 AB 的距离.

6.【答案】C

解：利用勾股定理可得 $a=\sqrt{17}$,b=5,而 c=4,所以 $c<a<b$.

7.【答案】C

解：此题要考虑两种情况:当两直角边长是 4 和 5 时,斜边长为 $\sqrt{41}$;当一直角边长是 4,斜边长是 5 时,另一直角边长是 3.故选 C.

8.【答案】D

解：因为 $6^2+8^2=10^2$,所以该三角形是直角三角形,所以最短边上的高为 8.

9.【答案】D

解：因为直角三角形的三边为 a,b,c,所以应用勾股定理可得 $a^2+b^2=c^2$.第一个图形中,首先根据等边三角形的面积的求法,表示出 3 个等边三角形的面积,然后根据 $a^2+b^2=c^2$,可得 $S_1+S_2=S_3$.第二个图形中,首先根据

半圆形的面积的求法,表示出 3 个半圆形的面积,然后根据 $a^2+b^2=c^2$,可得 $S_1+S_2=S_3$.第三个图形中,首先根据等腰直角三角形的面积的求法,表示出 3 个等腰直角三角形的面积,然后根据 $a^2+b^2=c^2$,可得 $S_1+S_2=S_3$.第四个图形中,首先根据正方形的面积的求法,表示出 3 个正方形的面积,然后根据 $a^2+b^2=c^2$,可得 $S_1+S_2=S_3$.

10.【答案】A

解:在 Rt△ABC 中,$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$. 设 ED=x, 则 D'E=x,AD'=AC-CD'=2,AE=4-x,根据勾股定理可得方程 $2^2+x^2=(4-x)^2$,再解方程即可.

二、11.【答案】370

12.【答案】直角;24

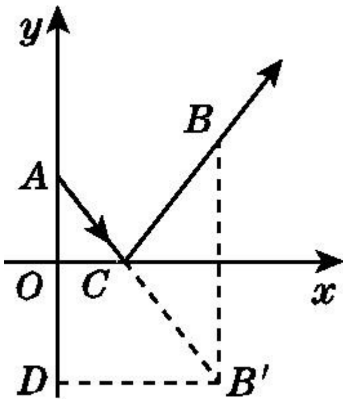
解:解方程得 $x_1=6,x_2=8$.∵$x_1^2+x_2^2=36+64=100=10^2$,∴这个三角形为直角三角形,从而求出面积.

13.【答案】$4\sqrt{3}$ cm

解:过点 A 作 AE⊥BC 于点 E,AF⊥CD 交 CD 的延长线于点 F.易得△ABE≌△ADF,所以 AE=AF,进一步证明四边形 AECF 是正方形,且正方形 AECF 与四边形 ABCD 的面积相等,则 $AE=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$(cm),所以 $AC=\sqrt{2}AE=\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=4\sqrt{3}$(cm).

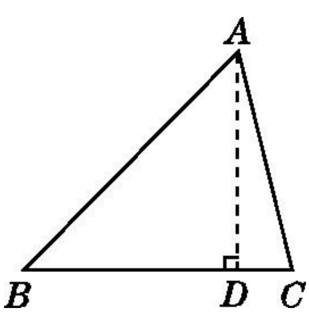
14.【答案】$\sqrt{41}$

解：如图,设这一束光与 x 轴交于点 C,作点 B 关于 x 轴的对称点 B',过 B'作 B'D⊥y 轴于点 D,连接 B'C.易知 A,C,B'这三点在同一条直线上,再由轴对称的性质知 B'C=BC,则 AC+CB=AC+CB'=AB'.由题意得 AD=5,B'D=4,由勾股定理,得 AB'=$\sqrt{41}$.所以 AC+CB=$\sqrt{41}$.

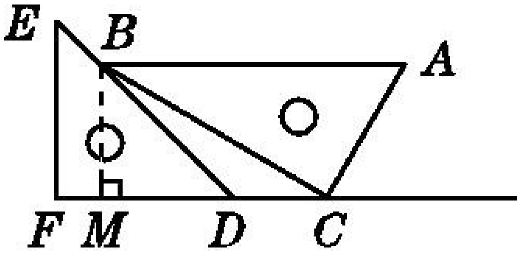


三、15.解:如图,过点 A 作 AD⊥BC 于点 D.在 Rt△ABD 中,由勾股定理得 $AD^2=AB^2-BD^2$.在 Rt△ACD 中,由勾股定理得 $AD^2=AC^2-CD^2$.所以 $AB^2-BD^2=AC^2-CD^2$.设 BD=x,则 $8^2-x^2=6^2-(7-x)^2$,解得 x=5.5,即 BD=5.5.所以 AD=$\sqrt{AB^2-BD^2}$=$\sqrt{8^2-5.5^2}$≈5.8.

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot BC\cdot AD\approx\frac{1}{2}\times7\times5.8=20.3\approx20$.



16.解:如图,过 B 点作 BM⊥FD 于点 M.在△ACB 中,



∵∠ACB=90°,∠A=60°,∴∠ABC=30°,∴AB=2AC=20,∴BC=$\sqrt{AB^2-AC^2}$=

$\sqrt{20^2-10^2}$=10$\sqrt{3}$.∵AB∥CF,∴∠BCM=∠ABC=30°,∴BM=$\frac{1}{2}$BC=5$\sqrt{3}$,

∴CM=$\sqrt{BC^2-BM^2}$=$\sqrt{(10\sqrt{3})^2-(5\sqrt{3})^2}$=15.

在△EFD 中,∵∠F=90°,∠E=45°,∴∠EDF=45°,

∴MD=BM=5$\sqrt{3}$,∴CD=CM-MD=15-5$\sqrt{3}$.

17.解:过点 C 作 CE⊥AD 于点 E,由题意得 AB=30 m,∠CAD=30°,∠CBD=60°,

故可得∠ACB=∠CAB=∠BCE=30°,即可得 AB=BC=30 m,∴BE=15 m.

在 Rt△BCE 中,根据勾股定理可得 CE=$\sqrt{BC^2-BE^2}$=$\sqrt{30^2-15^2}$=15$\sqrt{3}$(m).

答:小丽自家门前小河的宽度为 15$\sqrt{3}$ m.

18.解:龙梅行走的路程为 $0.5\times240=120$(米),玉荣行走的路程为 $\frac{2}{3}\times240=160$(米),两人相距 200 米,因为 $120^2+160^2=200^2$,根据勾股定理的逆定理可知,两人行走的方向成直角.

因为 $\frac{200}{0.5+\frac{2}{3}}=\frac{1\ 200}{7}$(秒)$=\frac{20}{7}$(分钟),所以 $\frac{20}{7}$ 分钟后她们能相遇.

19.解:(1)易知△ABC,△C'A'D'和△ACA'都是直角三角形,所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab$,$S_{\triangle C'A'D'}=\frac{1}{2}ab$,$S_{直角梯形A'D'BA}=\frac{1}{2}(a+b)(a+b)=\frac{1}{2}(a+b)^2$,$S_{\triangle ACA'}=\frac{1}{2}c^2$.

(2)由题意可知 $S_{\triangle ACA'}=S_{直角梯形A'D'BA}-S_{\triangle ABC}-S_{\triangle C'A'D'}=\frac{1}{2}(a+b)^2-\frac{1}{2}ab-\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}(a^2+b^2)$,而 $S_{\triangle ACA'}=\frac{1}{2}c^2$.所以 $a^2+b^2=c^2$.

20.解:(1)MN 不会穿过原始森林保护区.理由如下:

过点 C 作 CH⊥AB 于点 H.

设 CH=x m.

由题意知∠EAC=45°,∠FBC=60°,则∠CAH=45°,∠CBA=30°.

在 Rt△ACH 中,AH=CH=x m,

在 Rt△HBC 中,BC=2x m.由勾股定理,得 $HB=\sqrt{BC^2-CH^2}=\sqrt{3}x$ m.

∵AH+HB=AB=600 m,∴$x+\sqrt{3}x=600$.解得 $x=\frac{600}{1+\sqrt{3}}\approx220>200$.

∴MN 不会穿过原始森林保护区.

(2)设原计划完成这项工程需要 y 天,则实际完成这项工程需要(y-5)天.

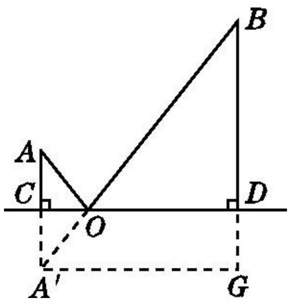
根据题意,得$\frac{1}{y-5}=(1+25\%)\times\frac{1}{y}$.

解得 y=25.

经检验,y=25 是原方程的根.

∴原计划完成这项工程需要 25 天.

21.解:如图,延长 AC 到 A',使 A'C=AC,连接 A'B 与 CD 交于点 O,则点 O 为 CD 上到 A,B 两点的距离之和最小的点.过 A'作 CD 的平行线,交 BD 的延长线于点 G,连接 AO,则 BG=4 km,A'G=3 km.在 Rt△A'BG 中,$A'B^2=BG^2+A'G^2=4^2+3^2=25$,解得 A'B=5 km.易知 OA=OA',则 OA+OB=A'B=5 km,故铺设水管的费用最少为 5×20 000=100 000(元).



22.解:(1)(3,4);(0,1)

(2)点 E 能恰好落在 x 轴上.理由如下:

∵四边形 OABC 为长方形,

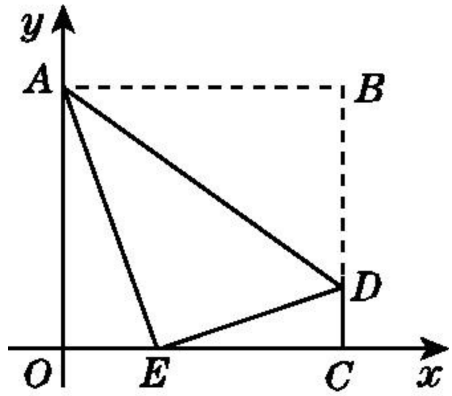
∴BC=OA=4,∠AOC=∠DCE=90°,

由折叠的性质可得 DE=BD=BC-CD=4-1=3,AE=AB=OC=m.

如图,假设点 E 恰好落在 x 轴上.在 Rt△CDE 中,由勾股定理可得 EC=

$\sqrt{DE^2-CD^2}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$,则有 OE=OC-CE=m-$2\sqrt{2}$.

在Rt△AOE中,$OA^2+OE^2=AE^2$,即 $4^2+(m-2\sqrt{2})^2=m^2$,解得 m=$3\sqrt{2}$.



23.解:(1) $\lceil A \rfloor$ =|-1|+|3|=4.

$\lceil B \rfloor$ =|$\sqrt{3}$+2|+|$\sqrt{3}$-2|=$\sqrt{3}$+2+2-$\sqrt{3}$=4.

(2)设 N(x,y),∵$\lceil N \rfloor$ =3,∴|x|+|y|=3.① 当 x≥0,y≥0 时,x+y=3,即 y=-x+3;

② 当 x>0,y<0 时,x-y=3,即 y=x-3;

③ 当 x<0,y>0 时,-x+y=3,即 y=x+3;

④ 当 x≤0,y≤0 时,-x-y=3,即 y=-x-3.

如图,满足条件$\lceil N \rfloor$ =3 的所有点 N 围成的图形是正方形,面积是 18.