暑假专题——平行四边形

重点、难点

重点：平行四边形的性质，平行四边形的判定；矩形的性质及判定；菱形的性质及判定；正方形的性质及判定。

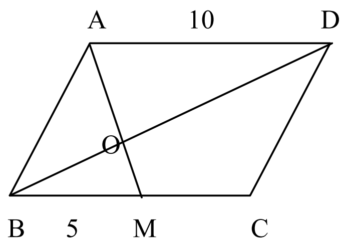
难点：平行四边形、矩形、菱形、正方形性质及判定的综合。

知识结构：

- 平行四边形
  - 定义：两组对边分别平行的四边形
  - 性质
    - 边：对边平行且相等
    - 角：对角相等，邻角互补
    - 对角线：互相平分
    - 对称性：中心对称图形
  - 判定
    - (1)两组对边分别平行的四边形
    - (2)两组对边分别相等的四边形
    - (3)一组对边平行且相等的四边形
    - （(1)(2)(3)）边
    - (4)两组对角相等的四边形——角
    - (5)对角线互相平分的四边形——对角线
- 矩形
  - 定义：有一个角是直角的平行四边形
  - 性质
    - 角：四个角都是直角
    - 对角线：两条对角线互相平分，且相等
    - 面积：S = 两邻边之积 = 长 × 宽
  - 判定
    - (1)有一个角是直角的平行四边形
    - (2)有三个角是直角的四边形
    - （(1)(2)）角
    - (3)对角线相等的平行四边形——对角线
- 菱形
  - 定义：有一组邻边相等的平行四边形
  - 性质
    - 边：四条边相等
    - 对角线：互相平分且垂直，平分每一组对角
    - 面积：S = 对角线乘积的一半
  - 判定
    - (1)有一组邻边相等的平行四边形
    - (2)四边都相等的四边形
    - （(1)(2)）边
    - (3)对角线互相垂直的平行四边形——对角线
- 正方形
  - 定义：有一组邻边相等并且有一个角是直角的平行四边形
  - 性质
    - 边：四条边均相等
    - 角：四个角均为直角
    - 对角线：互相平分，互相垂直，相等，平分每一组对角
  - 判定：平行四边形 → 矩形（菱形）→ 菱形（矩形）

【典型例题】

例 1. 如图，平行四边形 ABCD 中，M 是 BC 的中点，且 AM＝9，BD＝12，AD＝10，求该平行四边形的面积。



（2004 重庆中考）

解：∵四边形 ABCD 是平行四边形

∴AD＝BC＝10

又 M 是 BC 的中点

∴BM＝5

又∵AD//BC

∴△AOD～△MOB

$\therefore \dfrac{AD}{MB}=\dfrac{AO}{MO}=\dfrac{DO}{BO}$

又 $\dfrac{AD}{MB}=\dfrac{10}{5}=\dfrac{2}{1}$

$\therefore \dfrac{AO}{MO}=\dfrac{2}{1}$，$\therefore AO=2MO$

又 AO + MO = 9

$\therefore 2MO+MO=9$

$\therefore MO=3$，$AO=6$

同理 DO = 8，BO = 4

在△AOD 中，AD = 10，AO = 6，DO = 8

$AD^2=10^2=100$

$AO^2+DO^2=6^2+8^2=100=AD^2$

$\therefore AO\perp DO$（勾股定理逆定理）

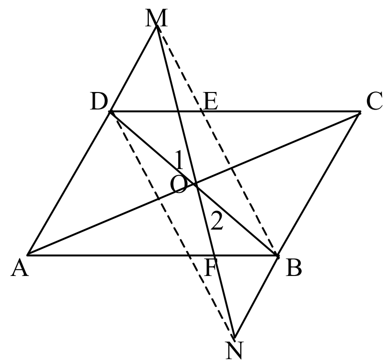
$\therefore S_{\Delta ABD}=\dfrac{1}{2}BD\times AO=\dfrac{1}{2}\times 12\times 6=36$

又 $\Delta ABD\cong\Delta CDB$（SSS）

$\therefore S_{\Delta CDB}=S_{\Delta ABD}=36$

$\therefore S_{平行四边形ABCD}=S_{\Delta ABD}+S_{\Delta CDB}=36+36=72$

例 2. 如图，平行四边形 ABCD，O 是对角线 AC、BD 的交点，EF 过点 O 分别交 AD、CB 的延长线于点 M、N，求证：四边形 DMBN 是平行四边形。



证明：连结 DN、BM

∵四边形 ABCD 是平行四边形

∴BO = DO，AM//CN

∴∠MDO = ∠NBO

在△DOM 和△BON 中

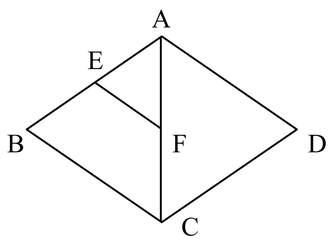
$\begin{cases}\angle MDO=\angle NBO\\ DO=BO\\ \angle 1=\angle 2\end{cases}$

$\therefore \Delta DOM\cong\Delta BON$（ASA）

$\therefore MO=NO$

∴四边形 DMBN 是平行四边形（对角线互相平分的四边形是平行四边形）

例 3. 如图，在菱形 ABCD 中，E 是 AB 的中点，作 EF//BC，交 AC 于点 F。如果 EF = 4，求 CD。



（2004 北京中考）

解：∵E 为 AB 的中点，EF//BC

∴F 为 AC 的中点

$\therefore EF=\frac{1}{2}BC$

又 EF＝4

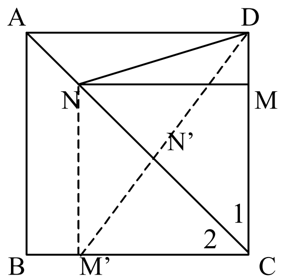
$\therefore BC=8$

∵四边形 ABCD 为菱形

∴BC＝CD

∴CD＝8

例 4. 如图，正方形 ABCD 的边长为 8，M 在 DC 上，且 DM＝2，N 是 AC 上的一动点，求 DN＋MN 的最小值。



（2004 黑龙江中考）

解：在 BC 上取点 M’，使 CM’＝6

连结 NM’

∵DM＝2，DC＝8

∴CM＝6

又四边形 ABCD 是正方形

∴AC 平分∠BCD，即∠1＝∠2

$\therefore \Delta CMN \cong \Delta CM'N$ （SAS）

$\therefore MN=M'N$

$\therefore DN+MN=DN+M'N$

又两点之间线段最短

∴连结 DM’交 AC 于 N’

即当 N 在 N’处时，DN＋M’N＝DN’＋M’N’＝DM’

DN＋M’N 最小

在 Rt△DCM’中，$DM'=\sqrt{CD^2+CM^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10$

即当 N 在 N’处时，DN＋MN 取到最小值 10。

【模拟试题】（答题时间：20 分钟）

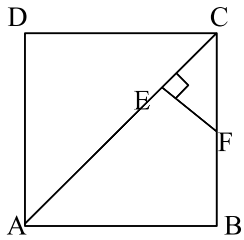
1. 口述平行四边形、菱形、矩形、正方形性质的异同点。

2. A、B、C、D 在同一平面内，① AB//CD；② AB = CD；③ BC//AD；④ BC = AD，在这四个条件中任选两个，能使四边形 ABCD 是平行四边形的选法有___________。

3. 矩形 ABCD 中，AB = 2AD，E 为 CD 上一点，若 AE = AB，求∠EBC 的度数。

4. 菱形 ABCD 中，∠A：∠B = 1：5，周长为 8cm，求菱形的高。

5. 已知：在正方形 ABCD 的对角线 AC 上取一点 E，使 AE = AB，并且作 $EF \perp AC$ 交 BC 于 F，求证：BF = EC



【试题答案】

1. 略

2. ①②/①③/③④/②④

3. 15°

4. 1cm

5. 略