

## 因式分解 专题过关

1. 将下列各式分解因式

(1)  $3p^2 - 6pq$

(2)  $2x^2 + 8x + 8$

2. 将下列各式分解因式

(1)  $x^3y - xy$

(2)  $3a^3 - 6a^2b + 3ab^2$

3. 分解因式

(1)  $a^2(x - y) + 16(y - x)$

(2)  $(x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$

4. 分解因式：

(1)  $2x^2 - x$  (2)  $16x^2 - 1$  (3)  $6xy^2 - 9x^2y - y^3$  (4)  $4 + 12(x - y) + 9(x - y)^2$

5. 因式分解：

(1)  $2am^2 - 8a$

(2)  $4x^3 + 4x^2y + xy^2$

6. 将下列各式分解因式：

(1)  $3x - 12x^3$

(2)  $(x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$

7. 因式分解： (1)  $x^2y - 2xy^2 + y^3$

(2)  $(x + 2y)^2 - y^2$

8. 对下列代数式分解因式：

(1)  $n^2(m-2) - n(2-m)$

(2)  $(x-1)(x-3)+1$

9. 分解因式： $a^2 - 4a + 4 - b^2$

10. 分解因式： $a^2 - b^2 - 2a + 1$

11. 把下列各式分解因式：

(1)  $x^4 - 7x^2 + 1$

(2)  $x^4 + x^2 + 2ax + 1 - a^2$

(3)  $(1+y)^2 - 2x^2(1-y^2) + x^4(1-y)^2$

(4)  $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1$

12. 把下列各式分解因式：

(1)  $4x^3 - 31x + 15$  ;

(2)  $2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4$  ;

(3)  $x^5 + x + 1$  ;

(4)  $x^3 + 5x^2 + 3x - 9$  ;

(5)  $2a^4 - a^3 - 6a^2 - a + 2$  .

## 因式分解 专题过关

1. 将下列各式分解因式

(1)  $3p^2 - 6pq$ ;                      (2)  $2x^2 + 8x + 8$

**分析：**(1) 提取公因式  $3p$  整理即可；

(2) 先提取公因式  $2$ ，再对余下的多项式利用完全平方公式继续分解。

**解答：**解：(1)  $3p^2 - 6pq = 3p(p - 2q)$ ，

(2)  $2x^2 + 8x + 8 = 2(x^2 + 4x + 4)$ ， $= 2(x + 2)^2$ 。

2. 将下列各式分解因式

(1)  $x^3y - xy$                       (2)  $3a^3 - 6a^2b + 3ab^2$ 。

**分析：**(1) 首先提取公因式  $xy$ ，再利用平方差公式进行二次分解即可；

(2) 首先提取公因式  $3a$ ，再利用完全平方公式进行二次分解即可。

**解答：**解：(1) 原式  $= xy(x^2 - 1) = xy(x + 1)(x - 1)$ ；

(2) 原式  $= 3a(a^2 - 2ab + b^2) = 3a(a - b)^2$ 。

3. 分解因式

(1)  $a^2(x - y) + 16(y - x)$ ；                      (2)  $(x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$ 。

**分析：**(1) 先提取公因式  $(x - y)$ ，再利用平方差公式继续分解；

(2) 先利用平方差公式，再利用完全平方公式继续分解。

**解答：**解：(1)  $a^2(x - y) + 16(y - x)$ ， $= (x - y)(a^2 - 16)$ ， $= (x - y)(a + 4)(a - 4)$ ；

(2)  $(x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$ ， $= (x^2 + 2xy + y^2)(x^2 - 2xy + y^2)$ ， $= (x + y)^2(x - y)^2$ 。

4. 分解因式：

(1)  $2x^2 - x$ ；    (2)  $16x^2 - 1$ ；    (3)  $6xy^2 - 9x^2y - y^3$ ；    (4)  $4 + 12(x - y) + 9(x - y)^2$ 。

- 分析：**(1) 直接提取公因式  $x$  即可；  
 (2) 利用平方差公式进行因式分解；  
 (3) 先提取公因式  $-y$ ，再对余下的多项式利用完全平方公式继续分解；  
 (4) 把  $(x-y)$  看作整体，利用完全平方公式分解因式即可。

- 解答：**解：(1)  $2x^2 - x = x(2x - 1)$ ；  
 (2)  $16x^2 - 1 = (4x+1)(4x-1)$ ；  
 (3)  $6xy^2 - 9x^2y - y^3 = -y(9x^2 - 6xy + y^2) = -y(3x - y)^2$ ；  
 (4)  $4 + 12(x-y) + 9(x-y)^2 = [2 + 3(x-y)]^2 = (3x - 3y + 2)^2$ 。

5. 因式分解：

- (1)  $2am^2 - 8a$ ； (2)  $4x^3 + 4x^2y + xy^2$

- 分析：**(1) 先提公因式  $2a$ ，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解；  
 (2) 先提公因式  $x$ ，再对余下的多项式利用完全平方公式继续分解。

- 解答：**解：(1)  $2am^2 - 8a = 2a(m^2 - 4) = 2a(m+2)(m-2)$ ；  
 (2)  $4x^3 + 4x^2y + xy^2 = x(4x^2 + 4xy + y^2) = x(2x+y)^2$ 。

6. 将下列各式分解因式：

- (1)  $3x - 12x^3$  (2)  $(x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$ 。

- 分析：**(1) 先提公因式  $3x$ ，再利用平方差公式继续分解因式；  
 (2) 先利用平方差公式分解因式，再利用完全平方公式继续分解因式。

- 解答：**解：(1)  $3x - 12x^3 = 3x(1 - 4x^2) = 3x(1+2x)(1-2x)$ ；  
 (2)  $(x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2 = (x^2 + y^2 + 2xy)(x^2 + y^2 - 2xy) = (x+y)^2(x-y)^2$ 。

7. 因式分解：

- (1)  $x^2y - 2xy^2 + y^3$ ； (2)  $(x+2y)^2 - y^2$ 。

- 分析：**(1) 先提取公因式  $y$ ，再对余下的多项式利用完全平方公式继续分解因式；

(2) 符合平方差公式的结构特点，利用平方差公式进行因式分解即可。

**解答：**解：(1)  $x^2y - 2xy^2 + y^3 = y(x^2 - 2xy + y^2) = y(x - y)^2$ ；

(2)  $(x+2y)^2 - y^2 = (x+2y+y)(x+2y-y) = (x+3y)(x+y)$ 。

8. 对下列代数式分解因式：

(1)  $n^2(m-2) - n(2-m)$ ； (2)  $(x-1)(x-3)+1$ 。

**分析：**(1) 提取公因式  $n(m-2)$  即可；

(2) 根据多项式的乘法把  $(x-1)(x-3)$  展开，再利用完全平方公式进行因式分解。

**解答：**解：(1)  $n^2(m-2) - n(2-m) = n^2(m-2) + n(m-2) = n(m-2)(n+1)$ ；

(2)  $(x-1)(x-3)+1 = x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$ 。

9. 分解因式： $a^2 - 4a + 4 - b^2$ 。

**分析：**本题有四项，应该考虑运用分组分解法。观察后可以发现，本题中有  $a$  的二次项  $a^2$ ， $a$  的一次项  $-4a$ ，常数项  $4$ ，所以要考虑三一分组，先运用完全平方公式，再进一步运用平方差公式进行分解。

**解答：**解： $a^2 - 4a + 4 - b^2 = (a^2 - 4a + 4) - b^2 = (a-2)^2 - b^2 = (a-2+b)(a-2-b)$ 。

10. 分解因式： $a^2 - b^2 - 2a + 1$

**分析：**当被分解的式子是四项时，应考虑运用分组分解法进行分解。本题中有  $a$  的二次项， $a$  的一次项，有常数项。所以要考虑  $a^2 - 2a + 1$  为一组。

**解答：**解： $a^2 - b^2 - 2a + 1 = (a^2 - 2a + 1) - b^2 = (a-1)^2 - b^2 = (a-1+b)(a-1-b)$ 。

11. 把下列各式分解因式：

(1)  $x^4 - 7x^2 + 1$ ； (2)  $x^4 + x^2 + 2ax + 1 - a^2$

(3)  $(1+y)^2 - 2x^2(1-y^2) + x^4(1-y)^2$  (4)  $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1$

- 分析：**(1) 首先把  $-7x^2$  变为  $+2x^2 - 9x^2$ ，然后多项式变为  $x^4 - 2x^2 + 1 - 9x^2$ ，接着利用完全平方公式和平方差公式分解因式即可求解；
- (2) 首先把多项式变为  $x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 + 2ax - a^2$ ，然后利用公式法分解因式即可解；
- (3) 首先把  $-2x^2(1-y^2)$  变为  $-2x^2(1-y)(1+y)$ ，然后利用完全平方公式分解因式即可求解；
- (4) 首先把多项式变为  $x^4 + x^3 + x^2 + x^3 + x^2 + x + x^2 + x + 1$ ，然后三个一组提取公因式，接着提取公因式即可求解。

**解答：**解：(1)  $x^4 - 7x^2 + 1 = x^4 + 2x^2 + 1 - 9x^2 = (x^2 + 1)^2 - (3x)^2 = (x^2 + 3x + 1)(x^2 - 3x + 1)$ ；

(2)  $x^4 + x^2 + 2ax + 1 - a = x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 + 2ax - a^2 = (x^2 + 1)^2 - (x - a)^2 = (x^2 + 1 + x - a)(x^2 + 1 - x + a)$ ；

(3)  $(1+y)^2 - 2x^2(1-y^2) + x^4(1-y)^2 = (1+y)^2 - 2x^2(1-y)(1+y) + x^4(1-y)^2 = (1+y)^2 - 2x^2(1-y)(1+y) + [x^2(1-y)]^2 = [(1+y) - x^2(1-y)]^2 = (1+y - x^2 + x^2y)^2$

(4)  $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1 = x^4 + x^3 + x^2 + x^3 + x^2 + x + x^2 + x + 1 = x^2(x^2 + x + 1) + x(x^2 + x + 1) + x^2 + x + 1 = (x^2 + x + 1)^2$ 。

12. 把下列各式分解因式：

(1)  $4x^3 - 31x + 15$ ； (2)  $2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4$ ；

(3)  $x^5 + x + 1$ ； (4)  $x^3 + 5x^2 + 3x - 9$ ；

(5)  $2a^4 - a^3 - 6a^2 - a + 2$ 。

- 分析：**(1) 需把  $-31x$  拆项为  $-x - 30x$ ，再分组分解；
- (2) 把  $2a^2b^2$  拆项成  $4a^2b^2 - 2a^2b^2$ ，再按公式法因式分解；
- (3) 把  $x^5 + x + 1$  添项为  $x^5 - x^2 + x^2 + x + 1$ ，再分组以及公式法因式分解；
- (4) 把  $x^3 + 5x^2 + 3x - 9$  拆项成  $(x^3 - x^2) + (6x^2 - 6x) + (9x - 9)$ ，再提取公因式因式分解；
- (5) 先分组因式分解，再用拆项法把因式分解彻底。

**解答：**解：(1)  $4x^3 - 31x + 15 = 4x^3 - x - 30x + 15 = x(2x+1)(2x-1) - 15(2x-1) = (2x-1)(2x^2+1-15) = (2x-1)(2x-5)(x+3)$ ；

(2)  $2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4 = 4a^2b^2 - (a^4 + b^4 + c^4 + 2a^2b^2 - 2a^2c^2 - 2b^2c^2) = (2ab)^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2 = (2ab + a^2 + b^2 - c^2)(2ab - a^2 - b^2 + c^2) = (a+b+c)(a+b-c)(c+a-b)(c-a+b)$ ；

(3)  $x^5 + x + 1 = x^5 - x^2 + x^2 + x + 1 = x^2(x^3 - 1) + (x^2 + x + 1) = x^2(x-1)(x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 1) = (x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1)$ ；

(4)  $x^3 + 5x^2 + 3x - 9 = (x^3 - x^2) + (6x^2 - 6x) + (9x - 9) = x^2(x-1) + 6x(x-1) + 9(x-1) = (x-1)(x^2 + 6x + 9) = (x-1)(x+3)^2$ ；

$$\begin{aligned}
 (5) \quad & 2a^4 - a^3 - 6a^2 - a + 2 = a^3(2a - 1) - (2a - 1)(3a + 2) = (2a - 1)(a^3 - \\
 & 3a - 2) = (2a - 1)(a^3 + a^2 - a^2 - a - 2a - 2) = (2a - 1)[a^2(a + 1) - \\
 & a(a + 1) - 2(a + 1)] = (2a - 1)(a + 1)(a^2 - a - 2) = (a + 1)^2(a - \\
 & 2)(2a - 1) .
 \end{aligned}$$