


第二章 实数检测题

(本检测题满分：100分，时间：90分钟)

一、选择题 (每小题3分，共30分)

- (2016·天津中考) 估计 $\sqrt{19}$ 的值在 ()
A. 2 和 3 之间 B. 3 和 4 之间 C. 4 和 5 之间 D. 5 和 6 之间
- (2015·安徽中考) 与 $1+\sqrt{5}$ 最接近的整数是 ()
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
- (2015·南京中考) 估计 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 介于 ()
A. 0.4 与 0.5 之间 B. 0.5 与 0.6 之间 C. 0.6 与 0.7 之间 D. 0.7 与 0.8 之间
- (2016·浙江衢州中考) 在 $\sqrt{2}$, -1 , -3 , 0 这四个实数中, 最小的是 ()
A. $\sqrt{2}$ B. -1 C. -3 D. 0
- (2015·重庆中考) 化简 $\sqrt{12}$ 的结果是 ()
A. $4\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{6}$
- 若 a, b 为实数, 且满足 $|a-2|+\sqrt{-b^2}=0$, 则 $b-a$ 的值为 ()
A. 2 B. 0 C. -2 D. 以上都不对
- 若 a, b 均为正整数, 且 $a > \sqrt{7}$, $b > \sqrt[3]{2}$, 则 $a+b$ 的最小值是 ()
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
- 已知 $\sqrt[3]{a} = -1$, $\sqrt{b} = 1$, $\left(c - \frac{1}{2}\right)^2 = 0$, 则 abc 的值为 ()
A. 0 B. -1 C. $-\frac{1}{2}$ D.
- (2016·黑龙江大庆中考) 已知实数 a, b 在数轴上对应的点如图所示, 则下列式子正确的是 ()

第9题图
A. $a \cdot b > 0$ B. $a + b < 0$ C. $|a| < |b|$ D. $a - b > 0$
- 有一个数值转换器, 原理如图所示: 当输入的 $x=64$ 时, 输出的 y 等于 ()

是有理数

- A . 2 B . 8 C . $3\sqrt{2}$ D . $2\sqrt{2}$

二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

11. (2015·南京中考) 4 的平方根是_____ ; 4 的算术平方根是_____ .
12. (2016·福州中考) 若二次根式 $\sqrt{x+1}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是_____ .
13. 已知: 若 $\sqrt{3.65} \approx 1.910$, $\sqrt{36.5} \approx 6.042$, 则 $\sqrt{365000} \approx$ _____, $\pm\sqrt{0.000365} \approx$ _____ .
14. 绝对值小于 π 的整数有_____ .
15. 已知 $|a-5| + \sqrt{b+3} = 0$, 那么 $a-b =$ _____ .
16. 已知 a, b 为两个连续的整数, 且 $a > \sqrt{28} > b$, 则 $a+b =$ _____ .
17. (福州中考) 计算: $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1) =$ _____ .
18. (2016·山东威海中考) 化简: $\sqrt{18} - \sqrt{8} =$ _____ .

三、解答题 (共 46 分)

19. (6 分) 已知 $|2012-a| + \sqrt{a-2013} = a$, 求 $a-2012^2$ 的值.
20. (6 分) 若 $5+\sqrt{7}$ 的小数部分是 a , $5-\sqrt{7}$ 的小数部分是 b , 求 $ab+5b$ 的值.
21. (6 分) 先阅读下面的解题过程, 然后再解答:
形如 $\sqrt{m \pm 2\sqrt{n}}$ 的化简, 只要我们找到两个数 a, b , 使 $a+b=m$, $ab=n$, 即 $(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 = m$, $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{n}$, 那么便有:
$$\sqrt{m \pm 2\sqrt{n}} = \sqrt{(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^2} = \sqrt{a} \pm \sqrt{b} \quad (a > b)$$

例如: 化简: $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$.
解: 首先把 $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ 化为 $\sqrt{7+2\sqrt{12}}$, 这里 $m=7$, $n=12$,
因为 $4+3=7$, $4 \times 3=12$,
即 $(\sqrt{4})^2 + (\sqrt{3})^2 = 7$, $\sqrt{4} \times \sqrt{3} = \sqrt{12}$,
所以 $\sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{7+2\sqrt{12}} = \sqrt{(\sqrt{4} + \sqrt{3})^2} = 2 + \sqrt{3}$.
根据上述方法化简: $\sqrt{13-2\sqrt{42}}$.
22. (6 分) 比较大小, 并说明理由:
(1) $\sqrt{35}$ 与 6;
(2) $-\sqrt{5}+1$ 与 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

23. (6分) 大家知道 $\sqrt{2}$ 是无理数, 而无理数是无限不循环小数, 因此 $\sqrt{2}$ 的小数部分我们不能全部写出来, 于是小平用 $\sqrt{2} - 1$ 来表示 $\sqrt{2}$ 的小数部分, 你同意小平的表示方法吗? 事实上小平的表示方法是有道理的, 因为 $\sqrt{2}$ 的整数部分是1, 用这个数减去其整数部分, 差就是小数部分. 请解答: 已知: $5 + \sqrt{5}$ 的小数部分是 a , $5 - \sqrt{5}$ 的整数部分是 b , 求 $a + b$ 的值.

24. (8分) 计算: (1) $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{6}}{\sqrt{8}} - \sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{27} \times \sqrt{8}$;

(2) $(1 + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{6}) - (2\sqrt{3} - 1)^2$.

25. (8分) 阅读下面计算过程:

$$\frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{1 \times (\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} = \sqrt{2} - 1;$$

$$\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{1 \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \sqrt{3} - \sqrt{2};$$

$$\frac{1}{\sqrt{5} + 2} = \frac{1 \times (\sqrt{5} - 2)}{(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2)} = \sqrt{5} - 2.$$

试求: (1) $\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}}$ 的值;

(2) $\frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ (n 为正整数) 的值;

(3) $\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{98} + \sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$ 的值.

第二章 实数检测题参考答案

一、选择题

1.C 解析: 19 介于 16 和 25 之间, $\therefore 16 < 19 < 25$, $\therefore \sqrt{16} < \sqrt{19} < \sqrt{25}$,

$\therefore 4 < \sqrt{19} < 5$, $\therefore \sqrt{19}$ 的值在 4 和 5 之间. 故选 C.

2.B 解析: $\because 4.84 < 5 < 5.29$, $\therefore \sqrt{4.84} < \sqrt{5} < \sqrt{5.29}$,

即 $2.2 < \sqrt{5} < 2.3$, $\therefore 1+2.2 < 1+\sqrt{5} < 1+2.3$,

即 $3.2 < 1+\sqrt{5} < 3.3$, \therefore 与 $1+\sqrt{5}$ 最接近的整数是 3.

3.C 解析: $\because 2.2^2 < 5 < 2.3^2, \therefore 2.2 < \sqrt{5} < 2.3, \therefore 1.2 < \sqrt{5} - 1 < 1.3$,

$\therefore 0.6 < \frac{\sqrt{5}-1}{2} < 0.65$, 故选 C.

4.C 解析: 根据实数的大小比较法则 (正数都大于 0, 负数都小于 0, 正数大于一切负数, 两个负数比较大小, 绝对值大的反而小) 比较即可.

$\because -3 < -1 < 0 < \sqrt{2}$,

\therefore 最小的实数是 -3 , 故选 C.

5.B 解析: $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$.

6.C 解析: $\because |a-2| + \sqrt{-b^2} = 0, \therefore a=2, b=0, \therefore b-a=0-2=-2$. 故选 C.

7.C 解析: $\because a, b$ 均为正整数, 且 $a > \sqrt{7}, b > \sqrt[3]{2}$, $\therefore a$ 的最小值是 3, b 的最小值是 2,

则 $a+b$ 的最小值是 5. 故选 C.

8.C 解析: $\because \sqrt[3]{a} = -1, \sqrt{b} = 1, \left(c - \frac{1}{2}\right)^2 = 0, \therefore a = -1, b = 1, c = \frac{1}{2}$,

$\therefore abc = -\frac{1}{2}$. 故选 C.

9.D 解析: 根据实数 a, b 在数轴上对应的点的位置可知 $1 < a < 2, -1 < b < 0, \therefore$

$ab < 0, a+b > 0, |a| > |b|, a-b > 0$. 故选 D.

10.D 解析: 由图得 64 的算术平方根是 8, 8 的算术平方根是 $2\sqrt{2}$. 故选 D.

二、填空题

11. ± 2 解析: $\because 2^2 = 4, (-2)^2 = 4, \therefore 4$ 的平方根是 ± 2 , 4 的算术平方根是 2.

12. $x \geq -1$ 解析: 若二次根式 $\sqrt{x+1}$ 在实数范围内有意义, 则 $x+1 \geq 0$, 解得 $x \geq -1$.

13. $604.2 \pm 0.019 1$ 解析: $\sqrt{365\ 000} = \sqrt{36.5 \times 10^4} \approx 604.2; \pm \sqrt{0.000\ 365} = \pm \sqrt{3.65 \times 10^{-4}} \approx \pm 0.019 1$.

14. $\pm 3, \pm 2, \pm 1, 0$ 解析: $\pi \approx 3.14$, 大于 $-\pi$ 的负整数有: $-3, -2, -1$, 小于 π 的正整数有: $3, 2, 1, 0$ 的绝对值也小于 π .

15. 8 解析: 由 $|a-5| + \sqrt{b+3} = 0$, 得 $a=5, b=-3$, 所以 $a-b=5-(-3)=8$.

16. 11 解析: $\because a > \sqrt{28} > b, a, b$ 为两个连续的整数,

又 $\sqrt{25} < \sqrt{28} < \sqrt{36}$, $\therefore a=6, b=5, \therefore a+b=11$.

17. 1 解析：根据平方差公式进行计算， $(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) = (\sqrt{2})^2 - 1^2 = 2 - 1 = 1$.

18. $\sqrt{2}$ 解析：先把二次根式化简，再合并同类二次根式，得 $\sqrt{18} - \sqrt{8} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$.

三、解答题

19. 解：因为 $|2\ 012 - a| + \sqrt{a - 2\ 013} = a$,

$$a - 2\ 013 \geq 0, \text{ 即 } a \geq 2\ 013,$$

$$\text{所以 } |2\ 012 - a| = a - 2\ 012.$$

$$\text{故 } |2\ 012 - a| + \sqrt{a - 2\ 013} = a - 2\ 012 + \sqrt{a - 2\ 013} = a,$$

$$\text{从而 } \sqrt{a - 2\ 013} = 2\ 012, \text{ 所以 } a = 2\ 012^2 + 2\ 013,$$

$$\text{所以 } a - 2\ 012^2 = 2\ 013.$$

20. 解： $\because 2 < \sqrt{7} < 3, \therefore 7 < 5 + \sqrt{7} < 8, \therefore a = \sqrt{7} - 2$.

$$\text{又可得 } 2 < 5 - \sqrt{7} < 3, \therefore b = 3 - \sqrt{7}.$$

$$\text{将 } a = \sqrt{7} - 2, b = 3 - \sqrt{7} \text{ 代入 } ab + 5b \text{ 中, 得 } ab + 5b = (\sqrt{7} - 2)(3 - \sqrt{7}) + 5(3 - \sqrt{7}) = 3\sqrt{7} - 7 - 6 + 2\sqrt{7} + 15 - 5\sqrt{7} = 2.$$

21. 解：根据题意，可知 $m = 13, n = 42$ ，因为 $6 + 7 = 13, 6 \times 7 = 42$ ，

$$\text{所以 } \sqrt{13 - 2\sqrt{42}} = \sqrt{(\sqrt{6})^2 + (\sqrt{7})^2 - 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{7}} = \sqrt{(\sqrt{7} - \sqrt{6})^2} = \sqrt{7} - \sqrt{6}.$$

22. 分析：(1) 可把 6 转化成带根号的形式，再比较它们的被开方数，即可比较大小；

(2) 可采用近似求值的方法来比较大小.

$$\text{解：(1) } \because 6 = \sqrt{36}, 35 < 36, \therefore \sqrt{35} < 6.$$

$$(2) \because -\sqrt{5} + 1 \approx -2.236 + 1 = -1.236, -\frac{\sqrt{2}}{2} \approx -0.707, 1.236 > 0.707,$$

$$\therefore -\sqrt{5} + 1 < -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

23. 解： $\because 4 < 5 < 9, \therefore 2 < \sqrt{5} < 3, \therefore 7 < 5 + \sqrt{5} < 8, \therefore a = \sqrt{5} - 2$.

$$\text{又 } \because -2 > -\sqrt{5} > -3, \therefore 5 - 2 > 5 - \sqrt{5} > 5 - 3, \therefore 2 < 5 - \sqrt{5} < 3, \therefore b = 2,$$

$$\therefore a + b = \sqrt{5} - 2 + 2 = \sqrt{5}.$$

$$\begin{aligned} 24. \text{解: (1) 原式} &= \frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{2}{3}\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \times 2\sqrt{2} & (2) \text{原式} &= \sqrt{2} - \sqrt{6} + \sqrt{6} - 3\sqrt{2} - (13 - 4\sqrt{3}) \\ &= \frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{2}{3}\sqrt{3} + 6\sqrt{6} & &= 4\sqrt{3} - 2\sqrt{2} - 13. \\ &= \frac{13\sqrt{6}}{2} - \frac{2}{3}\sqrt{3}. \end{aligned}$$

$$25. \text{解: (1) } \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}} = \frac{1 \times (\sqrt{7} - \sqrt{6})}{(\sqrt{7} + \sqrt{6})(\sqrt{7} - \sqrt{6})} = \sqrt{7} - \sqrt{6}.$$

$$(2) \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \frac{1 \times (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})}{(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}.$$

$$\begin{aligned} (3) & \frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{98} + \sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}} \\ &= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \cdots + (\sqrt{99} - \sqrt{98}) + (\sqrt{100} - \sqrt{99}) \\ &= -1 + \sqrt{100} = -1 + 10 = 9. \end{aligned}$$