第19章 四边形 单元测试卷

一、选择题(每题4分,共40分)

1.正多边形的一个内角是120°,则这个正多边形的边数为(　　)

A.4　B.8　　C.6　　D.12

2.菱形具有而一般平行四边形不具有的性质是(　　)

A.对边相等　B.对角相等　C.对角线互相平分　D.对角线互相垂直

3.在▱ABCD中,AB=3,BC=4,连接AC,BD,当▱ABCD的面积最大时,下列结论正确的有(　　)

①AC=5;②∠BAD+∠BCD=180°;③AC⊥BD;④AC=BD.

A.①②③　B.①②④　C.②③④　D.①③④

4.从一个n边形的同一个顶点出发,分别连接这个顶点与其余各顶点,若把这个多边形分割成6个三角形,则n的值是(　　)

A.6　B.7　　C.8　　D.9

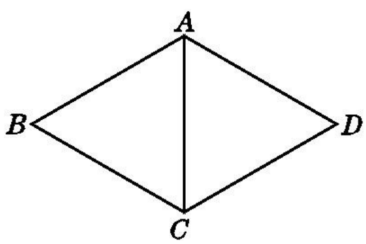
5.菱形的周长是它的高的$4\sqrt{2}$倍,则菱形中较大的一个角是(　　)

A.100°　B.120°　C.135°　D.150°

6.以三角形一条中位线和第三边上的中线为对角线的四边形是(　　)

A.平行四边形　　B.矩形　C.菱形　　D.正方形

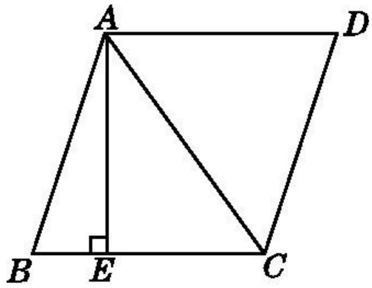
7.如图,菱形ABCD中,AB=5,∠BCD=120°,则对角线AC的长是(　　)



A.20　B.15　C.10　D.5

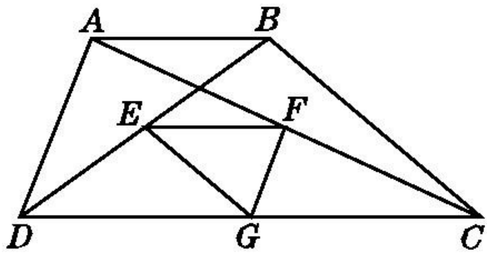
8.如图,在菱形ABCD中,AB=5,对角线AC=6,若过点A作AE⊥BC,垂

足为 E,则 AE 的长为(　　)



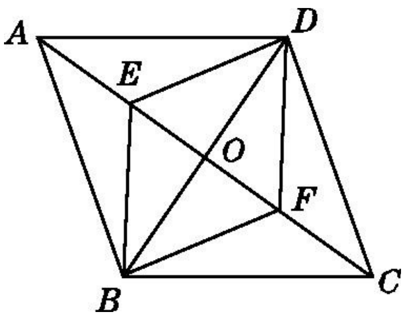
A.4　B.$\frac{12}{5}$　C.$\frac{24}{5}$　D.5

9.如图,梯形 ABCD 中,AB∥CD,点 E,F,G 分别是 BD,AC,DC 的中点.已知两底之差是 6,两腰之和是 12,则△EFG 的周长是(　　)



A.8　B.9　C.10　D.12

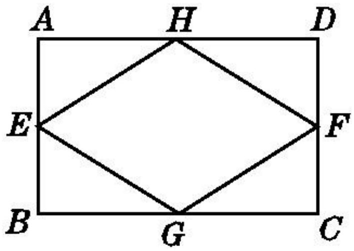
10.如图,O 是菱形 ABCD 的对角线 AC,BD 的交点,E,F 分别是 OA,OC 的中点.下列结论:①$S_{\triangle ADE}=S_{\triangle EOD}$;② 四边形 BFDE 是菱形;③ 四边形 ABCD 的面积为 EF·BD;④∠ADE=∠EDO;⑤△DEF 是轴对称图形.其中正确的结论有(　　)



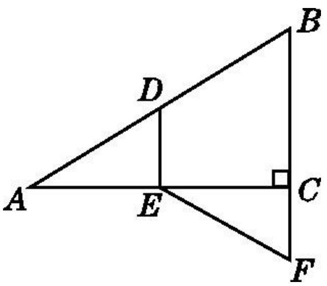
A.5 个　B.4 个　C.3 个　D.2 个

二、填空题(每题 5 分,共 20 分)

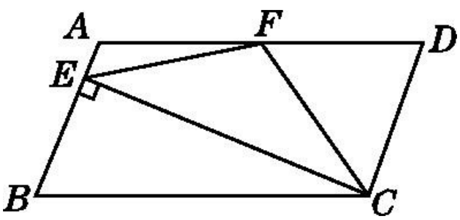
11.如图,在矩形 ABCD 中,E,F,G,H 分别是边 AB,CD,BC,DA 的中点,则四边形 EGFH 是______________形.



12.如图,在 Rt△ABC 中,∠ACB=90°,点 D,E 分别是边 AB,AC 的中点,延长 BC 到点 F,使 CF=$\frac{1}{2}$BC.若 AB=10,则 EF 的长是__________.



13.如图,在▱ABCD 中,AD=2AB,F 是 AD 的中点,作 CE⊥AB,垂足 E 在线段 AB 上,连接 EF,CF,则下列结论中一定成立的是__________.(把所有正确结论的序号都填在横线上)

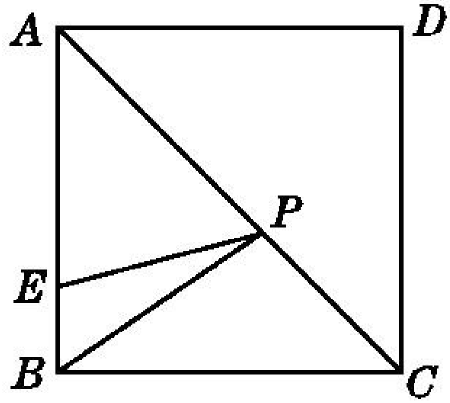


①∠DCF=$\frac{1}{2}$∠BCD;

②EF=CF; ③ $S_{\triangle BEC}=2S_{\triangle CEF}$;

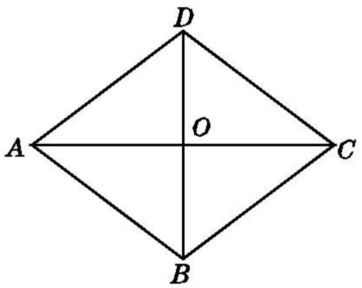
④∠DFE=3∠AEF.

14.如图,在正方形ABCD中,E是AB上一点,BE=2,AE=3BE,P是AC上一动点,则PB+PE的最小值是__________.

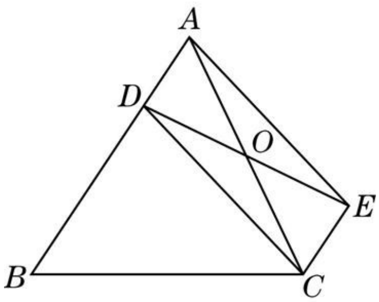


三、解答题(22,23题每题9分,其余每题6分,共60分)

15.如图,四边形ABCD是菱形,对角线AC与BD相交于点O,AB=5,OA=4,求BD的长.



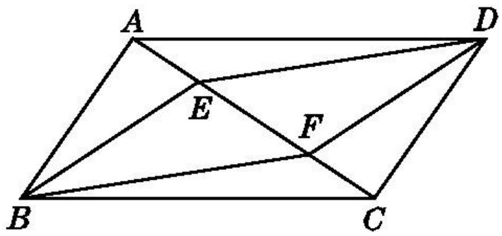
16.如图,已知D是△ABC的边AB上一点,CE∥AB,DE交AC于点O,且OA=OC.猜想线段CD与线段AE的位置关系和大小关系,并加以证明.



17.如图,▱ABCD中,点E,F在直线AC上(点E在点F左侧),BE∥DF.

(1)求证:四边形BEDF是平行四边形;

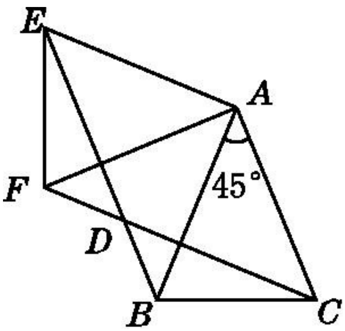
(2)若AB⊥AC,AB=4,BC=2$\sqrt{13}$,当四边形BEDF为矩形时,求线段AE的长.



18.如图,△ABC中,AB=AC=1,∠BAC=45°,△AEF是由△ABC绕点A按顺时针方向旋转得到的,连接BE,CF,相交于点D.

(1)求证:BE=CF;

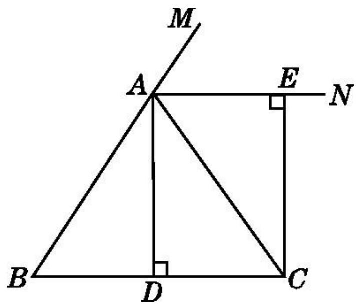
(2)当四边形ACDE为菱形时,求BD的长.



19.如图,在△ABC中,AB=AC,AD⊥BC,垂足为点D,AN是△ABC的外角∠CAM的平分线,CE⊥AN,垂足为点E.

(1)求证:四边形ADCE为矩形.

(2)当△ABC满足什么条件时,四边形ADCE是一个正方形?并给出证明.

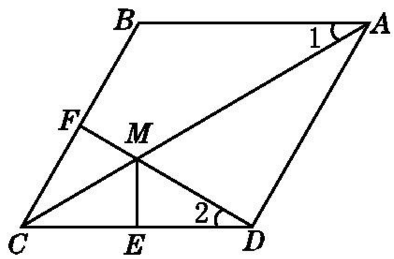


20.若a,b,c,d是四边形ABCD的四条边长,且满足$a^4+b^4+c^4+d^4=4abcd$,试判断四边形ABCD的形状,并说明理由.

21.已知:如图,在菱形ABCD中,F为边BC的中点,DF与对角线AC交于点M,过M作ME⊥CD于点E,∠1=∠2.

(1)若CE=1,求BC的长;

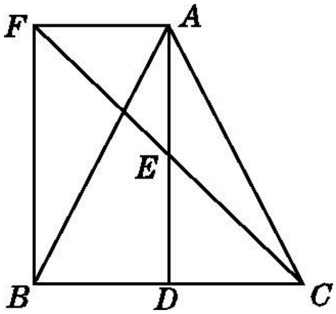
(2)求证:AM=DF+ME.



22.如图,△ABC中,D是BC边上的一点,E为AD的中点,过A作BC的平行线交CE的延长线于F,且AF=BD,连接BF.

(1)求证:BD=CD;

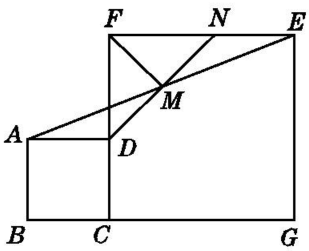
(2)如果AB=AC,试判断四边形AFBD的形状,并证明你的结论.



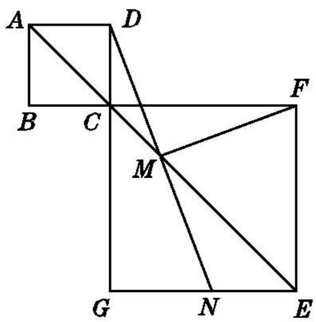
23.如图①所示,在正方形 ABCD 和正方形 CGEF 中,点 B,C,G 在同一条直线上,M 是线段 AE 的中点,DM 的延长线交 EF 于点 N,连接 FM.易证 DM=FM,DM⊥FM.(不需写证明过程)

(1)如图②,当点 B,C,F 在同一条直线上,DM 的延长线交 EG 于点 N,其余条件不变,试探究线段 DM 与 FM 有怎样的关系?请写出猜想,并给予证明.

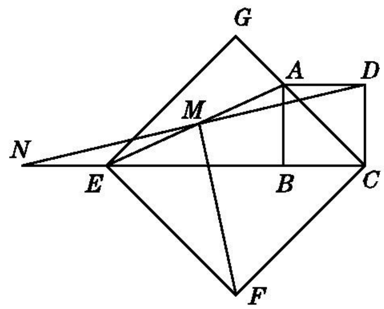
(2)如图③,当点 E,B,C 在同一条直线上,DM 的延长线交 CE 的延长线于点 N,其余条件不变,探究线段 DM 与 FM 有怎样的关系?请直接写出猜想.



①



②



③

参考答案

一、1.【答案】C　2.【答案】D

3.【答案】B

解：根据题意得,当▱ABCD 的面积最大时,四边形 ABCD 为矩形,∴∠BAD=∠ABC=∠BCD=90°,AC=BD.∴AC=$\sqrt{3^2+4^2}$=5.① 正确,② 正确,③ 不正确,④ 正确.故选 B.

4.【答案】C

解：根据从一个 n 边形的某个顶点出发,可以引(n-3)条对角线,把 n 边形分为(n-2)个三角形列出方程 n-2=6,解得 n=8.

5.【答案】C　6.【答案】A　7.【答案】D

8.【答案】C

解：设 BE=x.∵四边形 ABCD 是菱形,∴BC=AB=5,∴CE=5-x,根据勾股定理得 $5^2-x^2=6^2-(5-x)^2$,解得 x=$\frac{7}{5}$,∴AE=$\sqrt{5^2-\left(\frac{7}{5}\right)^2}$=$\frac{24}{5}$.

9.【答案】B

解：由三角形中位线定理得 EG=$\frac{1}{2}$BC,FG=$\frac{1}{2}$AD,EF 是两底之差的一半,所以△EFG 的周长=$\frac{1}{2}$×12+$\frac{1}{2}$×6=9.

10.【答案】B

解：①正确,根据三角形的面积公式可得到结论.② 根据已知条件利用菱形的判定定理可证得其正确.③ 正确,根据菱形的面积等于对角线乘积的一半即可求得.④ 不正确,根据已知可求得

$\angle FDO=\angle EDO,\angle ADE=\angle CDF$,而无法求得$\angle ADE=\angle EDO$.⑤正确,由已知可证得$\triangle DEO\cong\triangle DFO$,从而可推出此结论正确.

二、11.【答案】菱　12.【答案】5

13.【答案】①②④

解：在▱ABCD中,AB=CD,AB∥CD,AD∥BC.

∵F是AD的中点,AD=2AB,∴DF=DC,∴$\angle DFC=\angle DCF$.

∵AD∥BC,∴$\angle DFC=\angle BCF$,∴$\angle DCF=\angle BCF$,∴$\angle DCF=\frac{1}{2}\angle BCD$,①正确;

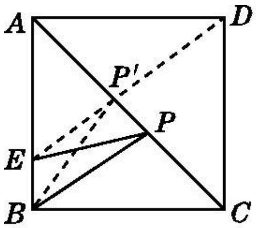
延长EF交CD的延长线于点M.∵AB∥CD,∴$\angle A=\angle MDF$.在$\triangle AEF$和$\triangle DMF$中,$\begin{cases}\angle A=\angle MDF,\\ AF=DF,\\ \angle AFE=\angle DFM,\end{cases}$

∴$\triangle AEF\cong\triangle DMF$,∴EF=FM.∵CE⊥AB,AB∥CD,∴CE⊥CD,∴$CF=\frac{1}{2}EM=EF$,②正确;∵EF=FM,∴$S_{\triangle CEF}=S_{\triangle CMF}$.∵CM>BE,∴$S_{\triangle BEC}<S_{\triangle CEM}=2S_{\triangle CEF}$,③错误;设$\angle FEC=x$,则$\angle FCE=x$,∴$\angle DCF=90°-x$,$\angle EFC=180°-2x$,∴$\angle DFE=90°-x+180°-2x=270°-3x$.∵$\angle AEF=90°-x$,∴$\angle DFE=3\angle AEF$,④正确.

14.【答案】10

解：如图,连接DE,交AC于P',连接BP',则P'B+P'E即为PB+PE的最小值.∵四边形ABCD是正方形,∴B,D关于直线AC对称,∴P'B=P'D,∴P'B+P'E=P'D+P'E=DE.∵BE=2,AE=3BE,∴AE=6,∴AD=AB

$=8$,∴DE=$\sqrt{6^2+8^2}=10$,故 PB+PE 的最小值是 10.



三、15.解:∵四边形 ABCD 是菱形,

∴OD=OB,AC⊥BD,

∴在 Rt△AOB 中,OB=$\sqrt{AB^2-OA^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$,

∴BD=2OB=6.

16.解:线段 CD 与线段 AE 的位置关系和大小关系是平行且相等.

证明:∵CE∥AB,∴∠ADO=∠CEO,∠DAO=∠ECO.又

∵OA=OC,∴△ADO≌△CEO,∴AD=CE,∴四边形 ADCE 是平行四边形,

∴CD∥AE,CD=AE.

17.(1)证明:连接 BD,交 AC 于点 O,

∵四边形 ABCD 是平行四边形,∴OB=OD.

∵BE∥DF,∴∠BEO=∠DFO.

又∵∠EOB=∠FOD,∴△BEO≌△DFO.

∴BE=DF.又 BE∥DF,∴四边形 BEDF 是平行四边形.

(2)解:∵AB⊥AC,AB=4,BC=$2\sqrt{13}$,

∴AC=6,∴OA=3,

∴BO=$\sqrt{AB^2+OA^2}$=5.

又∵四边形BEDF是矩形,∴OE=OB=5,

∴点E在OA的延长线上,且AE=2.

18.(1)证明:由旋转可知,∠EAF=∠BAC,AF=AC,
AE=AB.
∴∠EAF+∠BAF=∠BAC+∠BAF,

即∠BAE=∠CAF.

又∵AB=AC,∴AE=AF.

∴△ABE≌△ACF,∴BE=CF.

(2)解:∵四边形ACDE是菱形,AB=AC=1,

∴AC∥DE,DE=AE=AB=1.

又∵∠BAC=45°,

∴∠AEB=∠ABE=∠BAC=45°.

∵∠AEB+∠BAE+∠ABE=180°,

∴∠BAE=90°,

∴BE=$\sqrt{AB^2+AE^2}$=$\sqrt{1^2+1^2}$=$\sqrt{2}$.

∴BD=BE-DE=$\sqrt{2}$-1.

19.(1)证明:在△ABC中,AB=AC,AD⊥BC,∴∠BAD=∠DAC.∵AN是△ABC的外角∠CAM的平分线,∴∠MAE=∠CAE,∴∠DAE=∠DAC+∠CAE=$\frac{1}{2}$×180°=90°. 又

$\because AD\perp BC, CE\perp AN, \therefore \angle ADC=\angle CEA=90°, \therefore$四边形 ADCE 为矩形.

(2)解：当$\angle BAC=90°$时，四边形 ADCE 是正方形，证明如下：$\because$
$\angle BAC=90°, AB=AC, AD\perp BC$于

D,$\therefore \angle ACD=\angle DAC=45°, \therefore DC=AD$.

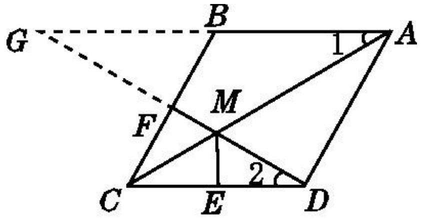
由(1)知四边形 ADCE 是矩形,$\therefore$四边形 ADCE 是正方形.

解：(2)题答案不唯一.

20.解:四边形 ABCD 是菱形.理由:因为 $a^4+b^4+c^4+d^4=4abcd$,所以 $a^4-2a^2b^2+b^4+c^4-2c^2d^2+d^4+2a^2b^2-4abcd+2c^2d^2=0$,所以

$(a^2-b^2)^2+(c^2-d^2)^2+2(ab-cd)^2=0$,所以 $a^2-b^2=0$ 且 $c^2-d^2=0$ 且 $ab-cd=0$.因为 a,b,c,d 是四边形 ABCD 的四条边长，所以 $a>0,b>0,c>0,d>0$,所以 $a=b=c=d$,所以四边形 ABCD 是菱形.

21.(1)解:$\because$四边形 ABCD 是菱形 ,$\therefore CB=CD, AB\parallel CD, \therefore \angle 1=\angle ACD. \because \angle 1=\angle 2, \therefore \angle 2=\angle ACD, \therefore MC=MD. \because ME\perp CD, \therefore CD=2CE=2, \therefore BC=CD=2$.



(2)证明:如图,延长 DF 交 AB 的延长线于点 G.

$\because$四边形 ABCD 是菱形,

$\therefore \angle BCA=\angle DCA, BC=CD. \because BC=2CF, CD=2CE, \therefore CE=CF. \because CM=CM, \therefore \triangle CEM\cong\triangle CFM, \therefore ME=MF. \because AB\parallel CD, \therefore \angle 2=\angle G, \angle BCD=\angle GBF. \because CF=BF$,

∴△CDF≌△BGF,∴DF=GF.∵∠1=∠2,∠G=∠2,∴∠1=∠G,∴AM=GM=MF+GF=DF+ME.

分析：利用三角形全等来解决线段的有关问题是常见的思考方法,遇到中点延长一倍,是常见的辅助线作法.

22.(1)证明:∵AF∥BC,∴∠AFE=∠ECD.

又∵E为AD的中点,∴AE=DE.

在△AFE与△DCE中,∵$\begin{cases}\angle AFE=\angle DCE,\\ \angle FEA=\angle CED,\\ AE=DE,\end{cases}$

∴△AFE≌△DCE(AAS),∴AF=CD.

又∵AF=BD,∴BD=CD.

(2)解:当AB=AC时,四边形AFBD是矩形.

证法一:由(1)知,D为BC的中点,又∵AB=AC,

∴AD⊥BC.

∵AF∥BC,∴∠DAF=∠ADB=90°.

∵△AFE≌△DCE(已证),∴CE=EF.

∴DE为△BCF的中位线,∴DE∥BF.

∴∠FBD=∠EDC=90°,

∴四边形AFBD是矩形.

证法二:∵AF=BD,AF∥BD,

∴四边形AFBD是平行四边形.

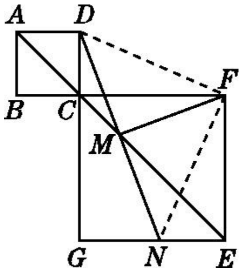
由(1)知,D为BC的中点,又∵AB=AC,

∴$AD\perp BC$(三线合一),即$\angle BDA=90°$.

∴▱AFBD 是矩形.

23.解:(1)$DM=FM$,$DM\perp FM$.

证明:连接 DF,NF.如图.



∵四边形 ABCD 和四边形 CGEF 都是正方形,

∴$AD\parallel BC$,$BC\parallel GE$.∴$AD\parallel GE$.

∴$\angle DAM=\angle NEM$.

∵M 是 AE 的中点,∴$AM=EM$.

∵$\angle AMD=\angle EMN$,

∴$\triangle MAD\cong\triangle MEN$.

∴$DM=NM$,$AD=EN$.

∵$AD=CD$,∴$CD=EN$.

∵$CF=EF$,$\angle FCD=\angle FEN=90°$,

∴$\triangle DCF\cong\triangle NEF$.

∴$DF=NF$,$\angle CFD=\angle EFN$.

∵$\angle EFN+\angle CFN=90°$,

∴$\angle CFD+\angle CFN=90°$,即$\angle DFN=90°$.

∴$DM=FM$,$DM\perp FM$.

(2)$DM=FM$,$DM\perp FM$.