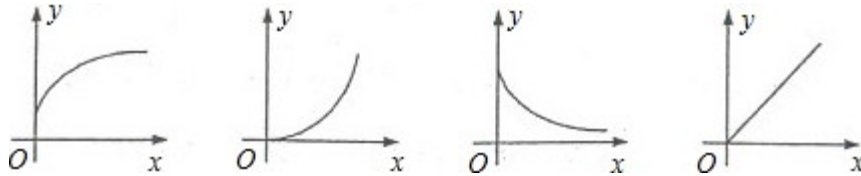


第四章 一次函数

4.1 函数

专题 函数图象

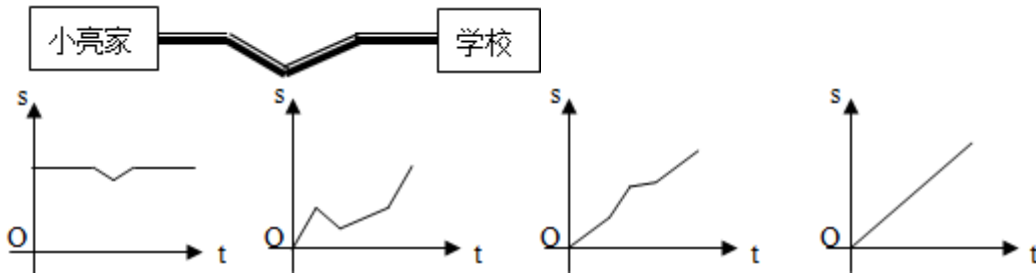
1. (2012 莱芜) 下列四幅图象近似刻画两个变量之间的关系, 请按图象顺序将下面四种情景与之对应排序 ()



- ① 一辆汽车在公路上匀速行驶 (汽车行驶的路程与时间的关系)
 ② 向锥形瓶中匀速注水 (水面的高度与注水时间的关系)
 ③ 将常温下的温度计插入一杯热水中 (温度计的读数与时间的关系)
 ④ 一杯越来越凉的水 (水温与时间的关系)

- A. ①②③④ B. ③④②① C. ①④②③ D. ③②④①

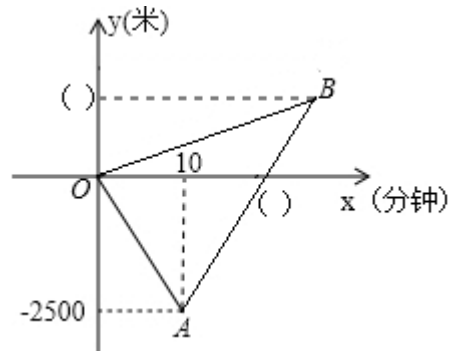
2. 小亮同学骑车上学, 路上要经过平路、下坡、上坡和平路 (如图), 若小亮上坡、平路、下坡的速度分别为 $v_1, v_2, v_3, v_1 < v_2 < v_3$, 则小亮同学骑车上学时, 离家的路程 s 与所用时间 t 的函数关系的图象可能是 ()



- A. B. C. D.

3. 早晨小欣与妈妈同时从家里出发, 步行与自行车向相反方向的两地上学与上班, 如图是他们离家的路程 (米) 与时间 (分钟) 之间的函数图象, 妈妈骑车走了 10 分钟时接到小欣的电话, 立即以原速度返回并前往学校, 若已知小欣步行的速度为 50 米/分钟, 并且妈妈与小欣同时到达学校. 完成下列问题:

- (1) 在坐标轴两处的括号内填入适当的数据;
 (2) 求小欣早晨上学需要的时间.



答案：

- 1.D 【解析】 ③将常温下的温度计插入一杯热水中温度计的读数一开始较快，后来变慢；
②向锥形瓶中匀速注水，水面的高度一开始随注水时间的增加较慢，后来变快；④一杯越来越凉的水，水温随着时间的增加而越来越低；①一辆汽车在公路上匀速行驶，汽车行驶的路程与时间成正比例关系．故顺序为③②④①．故选D．
- 2.C 【解析】 A.从图象上看小亮走平路的路程不变是不正确的；
B.从图象上看小亮走的路程有一段随时间变少了，不正确；
C.小亮走的路程应随时间的增大而增大，两次平路的两条直线互相平行，此图象符合，故正确；
D.因为平路和上坡路及下坡路的速度不一样，所以不应是一条直线．
故选C．
- 3.解：（1）x轴处填20，y轴处填1250；
（2）由图象可知，点A的坐标为（10，-2500），说明妈妈骑车速度为250米/分钟，并且返回到家的时间为20分钟，
设小欣早晨上学需要的时间为x分钟，则妈妈到家后在B处追到小欣的时间为（x-20）分钟，根据题意得： $50x=250(x-20)$ ，
解得 $x=25$ ，
答：小欣早晨上学需要的时间为25分钟．

4.2 一次函数与正比例函数

专题 一次函数探究题

1. 用 m 根火柴可以拼成如图 1 所示的 x 个正方形，还可以拼成如图 2 所示的 $2y$ 个正方形，那么用含 x 的代数式表示 y ，得_____.



图 1

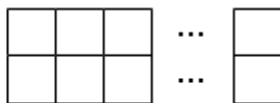


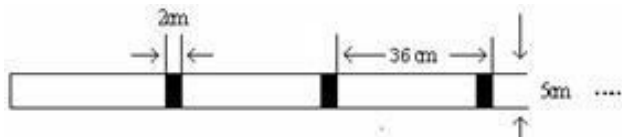
图 2

2. 将长为 38cm、宽为 5cm 的长方形白纸按如图所示的方法黏合在一起，黏合部分的白纸宽为 2cm .

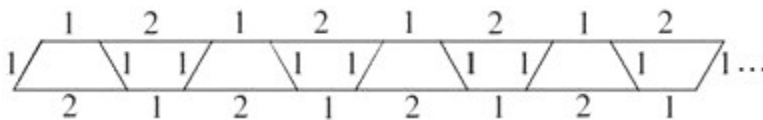
(1) 求 5 张白纸黏合的长度；

(2) 设 x 张白纸黏合后的总长为 y cm，写出 y 与 x 的函数关系式（标明自变量 x 的取值范围）；

(3) 用这些白纸黏合的总长能否为 362cm？并说明理由 .



3. 如图所示，结合表格中的数据回答问题：



梯形个数	1	2	3	4	5	...
图形周长	5	8	11	14	17	...

(1) 设图形的周长为 l ，梯形的个数为 n ，试写出 l 与 n 的函数关系式；

(2) 求 $n=11$ 时图形的周长 .

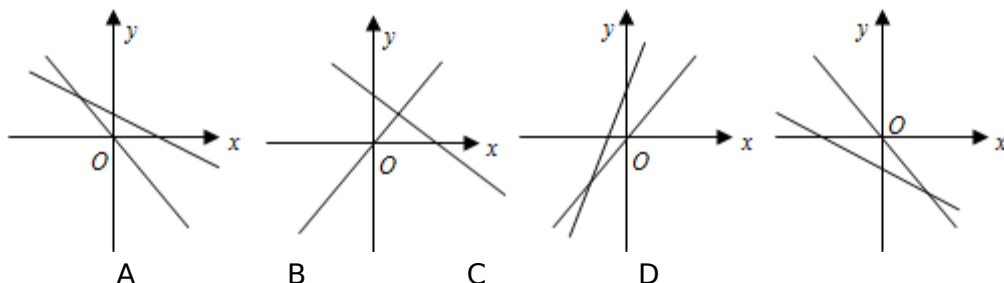
答案：

1. $y = \frac{3}{5}x - \frac{1}{5}$ 【解析】由图1可知：一个正方形有4条边，两个正方形有4+3条边，
 $\therefore m = 4 + 3(x-1) = 1 + 3x$ ；由图2可知：一组图形有7条边，两组图形有7+5条边，
 $\therefore m = 7 + 5(y-1) = 2 + 5y$ ，所以 $1 + 3x = 2 + 5y$ ，即 $y = \frac{3}{5}x - \frac{1}{5}$ 。
2. 解：(1) 5张白纸黏合，需黏合4次，重叠 $2 \times 4 = 8\text{cm}$ 。所以总长为 $38 \times 5 - 8 = 182$ (cm)。
(2) x 张白纸黏合，需黏合 $(x-1)$ 次，重叠 $2(x-1)$ cm，所以总长 $y = 38x - 2(x-1) = 36x + 2$ ($x \geq 1$ ，且 x 为整数)。
(3) 能。当 $y = 362$ 时，得到 $36x + 2 = 362$ ，解得 $x = 10$ ，即10张白纸黏合的总长为362cm。
3. 解：(1) 由图可以看出图形的周长=上下底的和+两腰长， $\therefore l = 3n + 2$ 。
(2) $n = 11$ 时，图形周长为 $3 \times 11 + 2 = 35$ 。

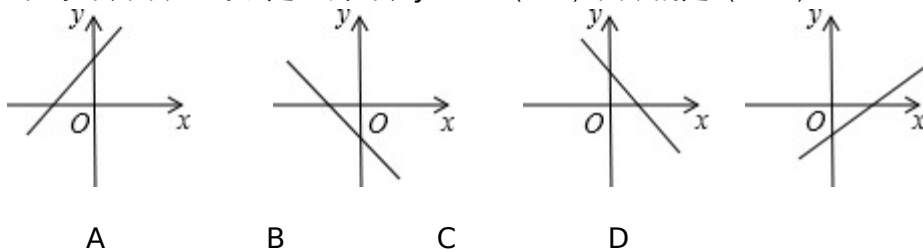
4.3 一次函数的图象

专题一 根据 k 、 b 确定一次函数图象

1. 如图，在同一直角坐标系内，直线 $l_1: y = (k-2)x + k$ ，和 $l_2: y = kx$ 的位置可能是 ()



2. 下列函数图象不可能是一次函数 $y = ax - (a-2)$ 图象的是 ()



已知 a 、 b 、 c 为非零实数，且满足 $\frac{b+c}{a} = \frac{a+c}{b} = \frac{a+b}{c} = k$ ，则一次函数 $y = kx + (1+k)$ 的图象一定经过第_____象限。

专题二 一次函数图象的综合应用

4. 春节期间，某批发商欲将一批海产品由 A 地运往 B 地，汽车货运公司和铁路货运公司均开展海产品的运输业务，两货运公司的收费项目及收费标准如下表所示。已知运输路程为 120 千米，汽车和火车的速度分别为 60 千米/小时，100 千米/小时，以下说法正确的是 ()

运输工具	运输费 (元/吨·千米)	冷藏费 (元/吨·小时)	过路费 (元)	装卸及管理费 (元)
汽车	2	5	200	0
火车	1.8	5	0	1600

- A. 当运输货物重量为 60 吨，选择汽车
 B. 当运输货物重量大于 50 吨，选择汽车
 C. 当运输货物重量小于 50 吨，选择火车
 D. 当运输货物重量大于 50 吨，选择火车
5. (2012 四川绵阳) 某种子商店销售“黄金一号”玉米种子，为惠民促销，推出两种销售方案供采购者选择。

方案一：每千克种子价格为 4 元，无论购买多少均不打折；

方案二：购买 3 千克以内(含 3 千克)的价格为每千克 5 元，若一次性购买超过 3 千克的，则超过 3 千克的部分的种子价格打 7 折。

- (1)请分别求出方案一和方案二中购买的种子数量 x (千克)和付款金额 y (元)之间的函数关系式;
- (2)若你去购买一定量的种子,你会怎样选择方案?说明理由.

6. (2012 新疆) 库尔勒某乡 A、B 两村盛产香梨,A 村有香梨 200 吨, B 村有香梨 300 吨, 现将这批香梨运到 C、D 两个冷藏仓库, 已知 C 仓库可储存 240 吨, D 仓库可储存 260 吨; 从 A 村运往 C、D 两处的费用分别为每吨 40 元和 45 元, 从 B 村运往 C、D 两处的费用分别为每吨 25 元和 32 元.

设从 A 村运往 C 仓库的香梨为 x 吨, A、B 两村运往两仓库的香梨运输费用分别为 y_A 和 y_B 元.

(1)请填写下表,并求出 y_A 、 y_B 与 x 之间的函数关系式;

收地 运地	C	D	总计
A	x 吨		200 吨
B			300 吨
总计	240 吨	260 吨	500 吨

- (2)当 x 为何值时,A 村的运费较少?
- (3)请问怎样调运,才能使两村运费之和最小?求出最小值.

答案：

1. B 【解析】 由题意知，分三种情况：

(1) 当 $k > 2$ 时， $y = (k-2)x + k$ 的图象经过第一、二、三象限， $y = kx$ 的图象 y 随 x 的

增大而增大，并且 l_2 比 l_1 倾斜程度大，故 C 选项错误；

(2) 当 $0 < k < 2$ 时， $y = (k-2)x + k$ 的图象经过第一、二、四象限， $y = kx$ 的图象 y 随 x 的增大而增大，B 选项正确；

(3) 当 $k < 0$ 时， $y = (k-2)x + k$ 的图象经过第二、三、四象限， $y = kx$ 的图象 y 随 x 的增大而减小，但 l_1 比 l_2 倾斜程度大，故 A、D 选项错误。故选 B。

2. B 【解析】 根据图象知：

A. $a > 0$ ， $-(a-2) > 0$ 。解得 $0 < a < 2$ ，所以有可能；

B. $a < 0$ ， $-(a-2) < 0$ 。两不等式的解没有公共部分，所以不可能；

C. $a < 0$ ， $-(a-2) > 0$ 。解得 $a < 0$ ，所以有可能；

D. $a > 0$ ， $-(a-2) < 0$ 。解得 $a > 2$ ，所以有可能。

故选 B。

3. 二 【解析】 由 $\frac{b+c}{a} = \frac{a+c}{b} = \frac{a+b}{c} = k$ ，化简得 $2(a+b+c) = k(a+b+c)$ 。

分两种情况讨论：

当 $a+b+c \neq 0$ 时，得 $k=2$ ，此时直线是 $y=2x+3$ ，过第一、二、三象限；

当 $a+b+c=0$ 时，即 $a+b=-c$ ，则 $k=-1$ ，此时直线是 $y=-x$ ，过第二、四象限。

综上所述，该直线必经过第二象限。

4. D 【解析】 设运输 x 吨货物，根据题意，

$$\text{汽车运费：} y = 2x \times 120 + 5x \times \frac{120}{60} + 200 = 250x + 200，$$

$$\text{火车运费：} y = 1.8x \times 120 + 5x \times \frac{120}{100} + 1600 = 222x + 1600，$$

① $250x + 200 = 222x + 1600$ ，解得 $x = 50$ ， \therefore 运输货物为 50 吨时，选择汽车与火车一样；

② $250x + 200 < 222x + 1600$ ，解得 $x < 50$ ， \therefore 运输货物小于 50 吨时，选择汽车运输；

③ $250x + 200 > 222x + 1600$ ，解得 $x > 50$ ， \therefore 运输货物大于 50 吨时，选择火车运输。

综上所述，D 选项符合。故选 D。

5. 解：(1) 方案一： $y = 4x$ ；

方案二：当 $0 \leq x \leq 3$ 时， $y = 5x$ ；当 $x > 3$ 时， $y = 3 \times 5 + (x-3) \times 5 \times 70\% = 3.5x + 4.5$ 。

(2) 设购买 x 千克的种子时，两种方案所付金额一样，则 $4x = 3.5x + 4.5$ ，解这个方程得 $x = 9$ ，

\therefore 当购买 9 千克种子时，两种方案所付金额相同；当购买种子 $0 < x < 9$ 时，方案一所付金额少，选择方案一；

当购买种子 $9 \leq x < 12$ 时，方案一所付金额少，选择方案一；

当购买种子质量超过 12 千克时，方案二所付金额少，应选择方案二。

6. 解：(1) 填写表格如下：

收地 运地	C	D	总计
A	x 吨	(200-x)吨	200 吨
B	(240-x)吨	(60+x)吨	300 吨
总计	240 吨	260 吨	500 吨

由题意得 $y_A = 40x + 45(200-x) = -5x + 9000$ ($0 \leq x \leq 200$),

$y_B = 25(240-x) + 32(60+x) = 7x + 7920$ ($0 \leq x \leq 200$),

(2)若 $y_A < y_B$, 则 $-5x + 9000 < 7x + 7920$, $x > 90$.

\therefore 当 $90 < x \leq 200$ 时, $y_A < y_B$, 即 A 村的运费较少.

(3)设两村运费之和为 y , 则 $y = y_A + y_B$,

$\therefore y = -5x + 9000 + 7x + 7920$, 即 $y = 2x + 16920$.

又 $\because 0 \leq x \leq 200$ 时, y 随 x 的增大而增大.

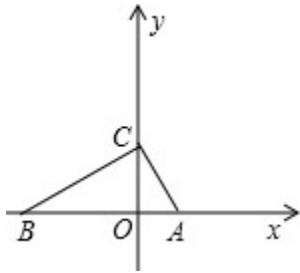
\therefore 当 $x=0$ 时, y 有最小值, $y_{\text{最小值}} = 16920$ (元).

因此,由 A 村调往 C 仓库的香梨为 0 吨,调往 D 仓库为 200 吨, B 村调往 C 仓库为 240 吨,调往 D 仓库 60 吨时,两村的运费之和最小,最小费用为 16920 元.

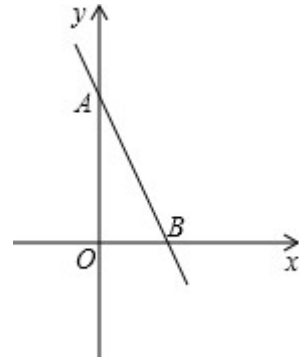
4.4 确定一次函数的表达式

专题 利用数形求一次函数的表达式

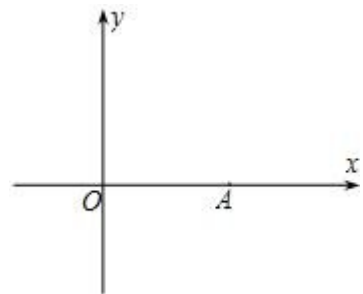
1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=2\sqrt{5}$ ，斜边 AB 在 x 轴上，点 C 在 y 轴的正半轴上，点 A 的坐标为 $(2, 0)$. 则直角边 BC 所在直线的表达式为_____.



2. 如图，已知一条直线经过 $A(0, 4)$ 、点 $B(2, 0)$ ，将这直线向左平移与 x 轴负半轴、 y 轴负半轴分别交于点 C 、点 D ，使 $DB=DC$. 求直线 CD 的函数表达式 .



3. 平面直角坐标系中，点 A 的坐标是 $(4, 0)$ ，点 P 在直线 $y=-x+m$ 上，且 $AP=OP=4$. 求 m 的值 .



答案：

1. $y = \frac{1}{2}x + 4$ 【解析】点 A 的坐标为 (2, 0)，则 $OA = 2$ ，又 $AC = 2\sqrt{5}$ ， $OC \perp AO$ ，所以 $OC = 4$ ，即 C (0, 4)。在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 2\sqrt{5}$ ， $OC \perp AB$ 与 O，则 $AB = 10$ ，则 $OB = 8$ ，

因而 B 的坐标是 (-8, 0)，直线 BC 的表达式是 $y = \frac{1}{2}x + 4$ 。

2. 解：设直线 AB 的表达式为 $y = kx + b$ ，把 A (0, 4)、点 B (2, 0) 代入得 $k = -2$ ， $b = 4$ ，故直线 AB 的表达式为 $y = -2x + 4$ 。

将这直线向左平移与 x 轴负半轴、y 轴负半轴分别交于点 C、点 D，使 $DB = DC$ 时，因为平移后的图形与原图形平行，故平移以后的函数表达式为： $y = -2x - 4$ 。

3. 解：由已知 $AP = OP$ ，点 P 在线段 OA 的垂直平分线 PM 上，M 为垂足。

$\because A(4, 0), \therefore OA = AP = OP = 4$ ，

$\therefore \triangle AOP$ 是等边三角形。

如图，当点 P 在第一象限时， $OM = 2$ ， $OP = 4$ 。

在 $Rt\triangle OPM$ 中， $PM = \sqrt{OP^2 - OM^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ ，

$\therefore P(2, 2\sqrt{3})$ 。

\because 点 P 在 $y = -x + m$ 上，

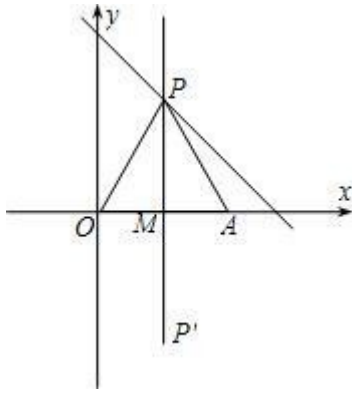
$\therefore m = 2 + 2\sqrt{3}$ 。

当点 P 在第四象限时，根据对称性，得 $P'(2, -2\sqrt{3})$ 。

\because 点 P' 在 $y = -x + m$ 上，

$\therefore m = 2 - 2\sqrt{3}$ 。

则 m 的值为 $2 + 2\sqrt{3}$ 或 $2 - 2\sqrt{3}$ 。



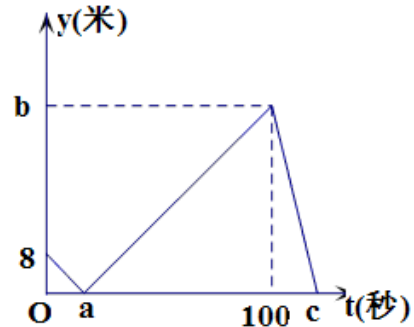
4.5 一次函数图象的应用

专题 一次函数图象的应用

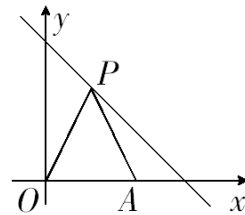
1. (2012 湖北武汉) 甲、乙两人在直线跑道上同起点、同终点、同方向匀速跑步 500 米，先到终点的人原地休息. 已知甲先出发 2 秒. 在跑步过程中，甲、乙两人的距离 (米) 与乙出发的时间 t (秒) 之间的关系如图所示，给出以下结论：

① $a=8$; ② $b=92$; ③ $c=123$, 其中正确的是 ()

- A. ①②③ B. 仅有①②
C. 仅有①③ D. 仅有②③



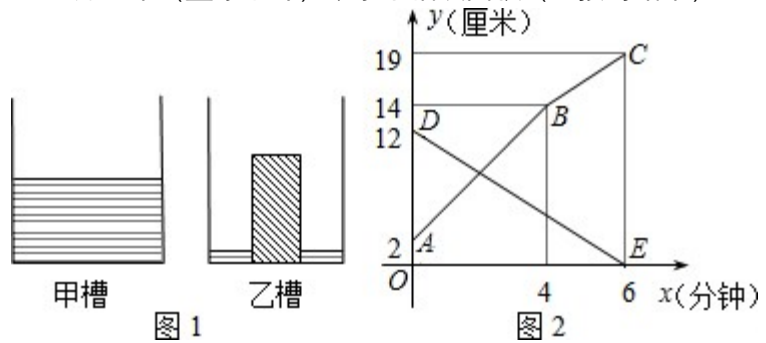
2. 如图，点 A 的坐标为 $(4, 0)$ ，点 P 在第一象限且在直线 $x+y=6$ 上.
- (1) 设点 P 坐标为 (x, y) ，写出 $\triangle OPA$ 的面积 S 与 x 之间的关系式 (其中 P 点横坐标在 O 与 A 点之间变化)；
 - (2) 当 $S=10$ 时，求点 P 坐标；
 - (3) 若 $\triangle OPA$ 是以 OA 为底边的等腰三角形，你能求出 P 的坐标吗？若能，请求出坐标；若不能，请说明理由.



3. 如图 1 是甲、乙两个圆柱形水槽的轴截面示意图，乙槽中放有一圆柱形铁块 (圆柱形铁块的下底面完全落在水槽底面上)，现将甲槽中的水匀速注入乙槽，甲、乙两个水槽中水的深度 y (厘米) 与注水时间 x (分钟) 之间的关系如图 2 所示. 根据图象提供的信息，解答下列问题：

(1) 图 2 中折线 ABC 表示__槽中水的深度与注水时间之间的关系，线段 DE 表示__槽中水的深度与注水时间之间的关系 (以上两空选填“甲”或“乙”)，点 B 的纵坐标表示的实际意义是_____；

- (2) 注水多长时间时，甲、乙两个水槽中的水的深度相同？
 (3) 若乙槽底面积为 36 平方厘米（壁厚不计），求乙槽中铁块的体积；
 (4) 若乙槽中铁块的体积为 112 立方厘米（壁厚不计），求甲槽底面积（直接写结果）。



答案：

1.A 【解析】 ∵乙出发时甲行了 2 秒，相距 8m，∴甲的速度为 $8 \div 2 = 4\text{m/s}$. ∵100 秒后乙开始休息，∴乙的速度是 $500 \div 100 = 5\text{m/s}$ ；∴a 秒后甲乙相遇，∴ $a = 8 \div (5 - 4) = 8$ ，即①正确；
 100 秒后乙到达终点，甲走了， $4 \times (100 + 2) = 408$ 米. ∴ $b = 500 - 408 = 92$ 米 即②正确
 甲走到终点一共需耗时 $500 \div 4 = 125$ (秒)，∴ $c = 125 - 2 = 123$ ，即③正确. 故选 A.

2.解：(1) $S = 12 - 2x$.

(2) P 点坐标为 (1, 5) .

(3) P 点坐标为 (2, 4) .

3.解：(1) 乙 甲 铁块的高度

(2) 设线段 AB、DE 的解析式分别为： $y_1 = k_1x + b$ ， $y_2 = k_2x + b$ ，

∵AB 经过点 (0, 2,) 和 (4, 14)，DC 经过 (0, 12) 和 (6, 0)，分别代入得 $b = 12$ ， $k = -2$ ，∴解析式为 $y = 3x + 2$ 和 $y = -2x + 12$ ，

令 $3x + 2 = -2x + 12$ ，解得 $x = 2$ ，

∴当注水 2 分钟时两个水槽中的水的深度相同 .

(3) 由图象知：当水面没有没过铁块时 4 分钟水面上升了 12cm，即 1 分钟上升 3cm，

当水面没过铁块时，2 分钟上升了 5cm，即 1 分钟上升 2.5cm，

设铁块的底面积为 $x\text{cm}^2$ ，则 $3 \times (36 - x) = 2.5 \times 36$ ，解得 $x = 6$ ，

∴铁块的体积为： $6 \times 14 = 84(\text{cm}^3)$.

(4) 60cm^2 .

