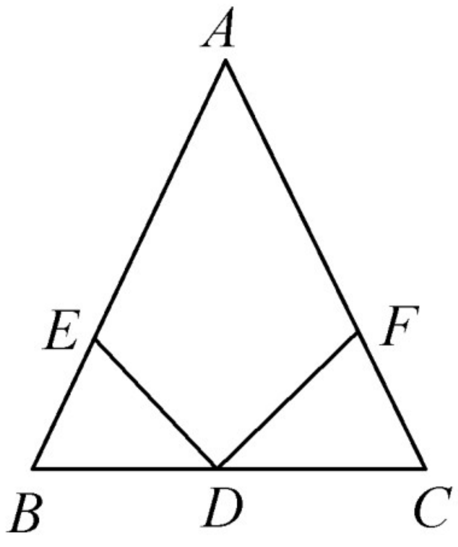
第十二章重难点分类突破

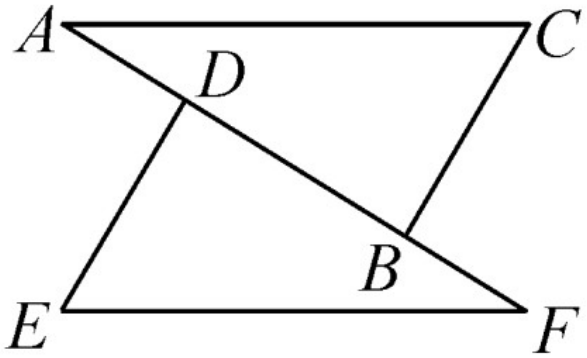
类型一　全等三角形的成立条件

1. 如图，在$\triangle ABC$中，D是BC边上的中点，$\angle BDE=\angle CDF$，请你添加一个条件，使$DE=DF$成立. 你添加的条件是________________.（不再添加辅助线和字母）



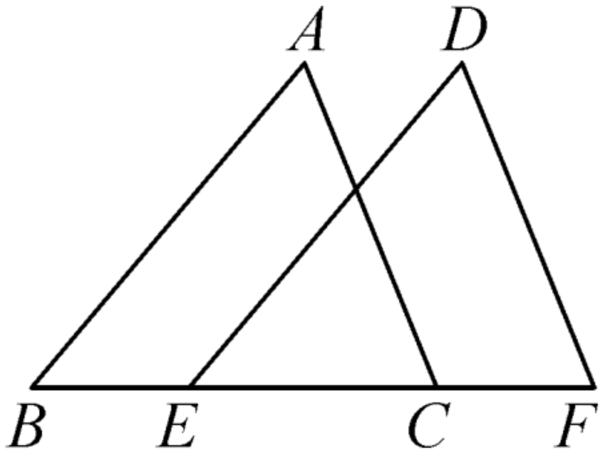
（第 1 题图）

2. 如图所示，已知点 A，D，B，F 在一条直线上，$AC=EF$，$AD=BF$，要使$\triangle ABC\cong\triangle FDE$，还需添加一个条件，这个条件可以是__________________.（只需填一个即可）



（第 2 题图）

3. 如图，点 B、E、C、F 在一条直线上，$AB /\!/ DE$，$BE=CF$，请添加一个条件______________________________________，使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.



4. 已知一等腰三角形的腰长为 5，底边长为 4，底角为 β. 满足下列条件的三角形不一定与已知三角形全等的是 ( )

A. 两条边长分别为 4，5，它们的夹角为 β

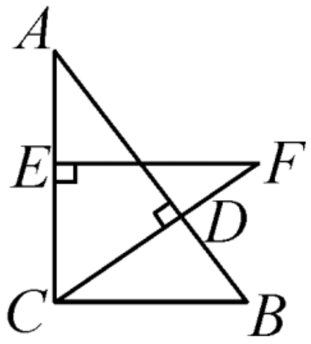
B. 两个角是 β，它们的夹边为 4

C. 三条边长分别是 4，5，5

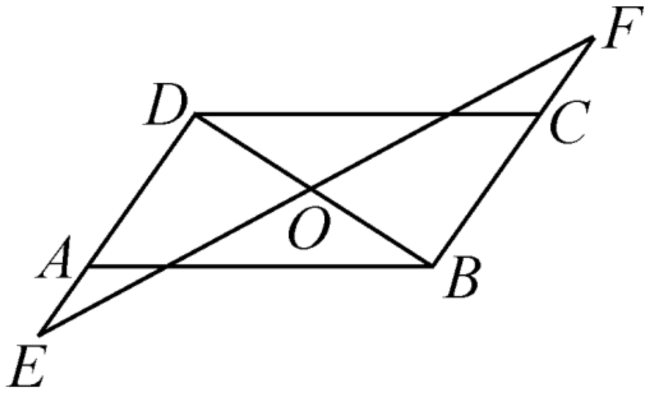
D. 两条边长是 5，一个角是 β

类型二　全等三角形的性质与判定

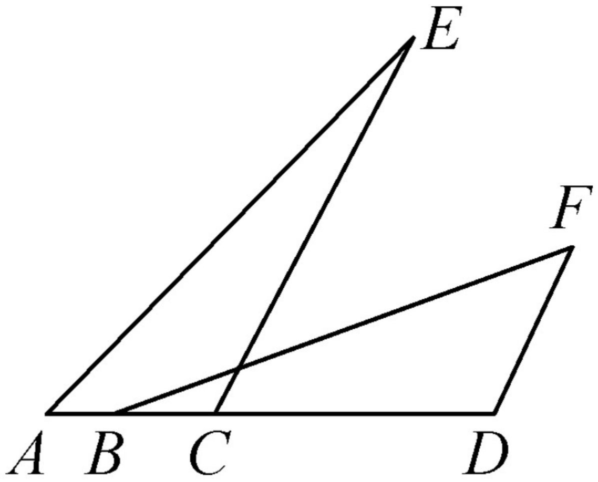
5. 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$BC=2\text{cm}$，$CD\perp AB$，在 AC 上取一点 E，使 $EC=BC$，过点 E 作 $EF\perp AC$ 交 CD 的延长线于点 F，若 $EF=5\text{cm}$，那么 $AE=$______cm.



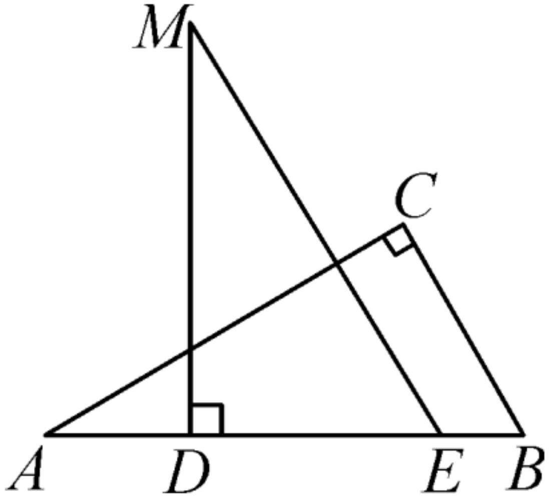
6. 如图，$AB=CD$，$AD=BC$，O 为 BD 的中点，过 O 点作直线与 DA、BC 的延长线交于 E、F，若 $\angle ADB=60^\circ$，$EO=10$，则 $\angle DBC=$______，$FO=$______.



7.（2016·重庆中考A卷）如图，点 A、B、C、D 在同一条直线上，$CE \parallel DF$，$EC = BD$，$AC = FD$. 求证：$AE = FB$.



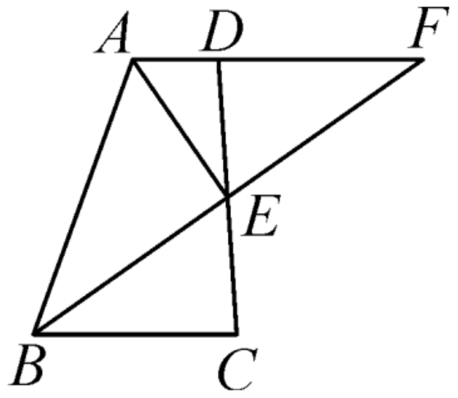
8. 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle C=90^{\circ}$，点D是AB边上一点，$DM\perp AB$且$DM=AC$，过点M作$ME\parallel BC$交AB于点E. 求证：$\triangle ABC\cong\triangle MED$.



9. 如图，已知 $AD\parallel BC$，点 E 为 CD 上一点，AE、BE 分别平分$\angle DAB$、$\angle CBA$，BE 的延长线交 AD 的延长线于点 F.

求证：(1)$\triangle ABE\cong\triangle AFE$；

(2)$AD+BC=AB$.



$\therefore \triangle ABE \cong \triangle AFE$(AAS);

(2) $\because \triangle ABE \cong \triangle AFE$, $\therefore BE=FE$, $AB=AF$.

在$\triangle BCE$和$\triangle FDE$中,

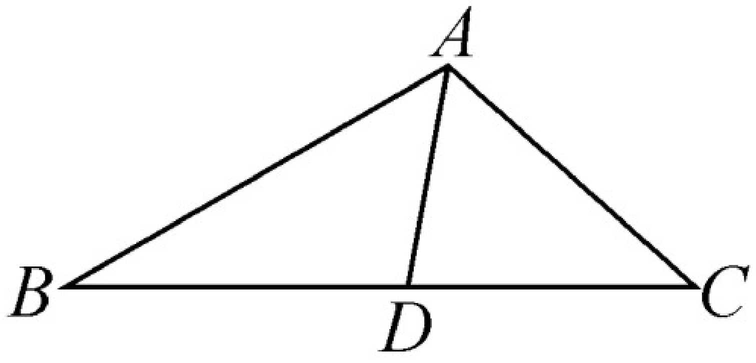
$$\because \begin{cases} \angle CBE=\angle F, \\ \angle BEC=\angle FED, \\ BE=FE, \end{cases}$$

$\therefore \triangle BCE \cong \triangle FDE$(ASA), $\therefore BC=FD$.

$\because AD+DF=AF$, $AB=AF$, $\therefore AD+BC=AB$.

类型三　角的平分线的性质

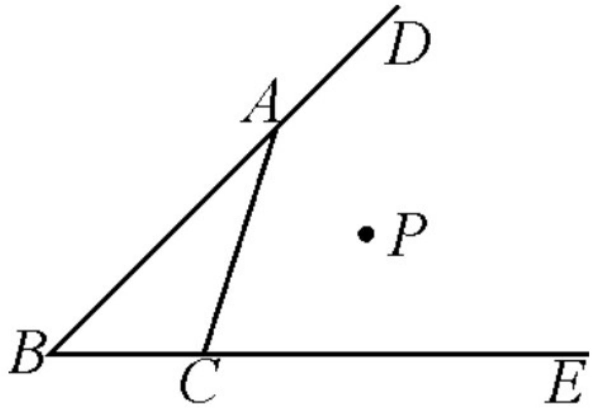
10. 如图，AD 是$\triangle ABC$ 的角平分线，若 $AB:AC=3:2$，则 $S_{\triangle ABD}:S_{\triangle ACD}=$________.



（第 10 题图）

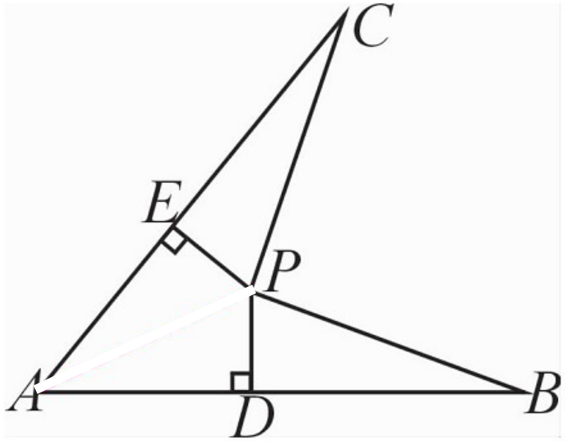
11. 如图所示,已知点 P 到 BE、BD、AC 的距离恰好相等,则点 P 的位置:①在 $\angle B$ 的平分线上;②在 $\angle DAC$ 的平分线上;③在 $\angle ECA$ 的平分线上;④恰是 $\angle B$、$\angle DAC$、$\angle ECA$ 三个角平分线的交点,上述结论中,正确的个数有 ( )

A. 4 个　B. 3 个　C. 2 个　D. 1 个



(第 11 题图)

12. 如图，已知 $AB=AC$，$PB=PC$，$PD\perp AB$，$PE\perp AC$，垂足分别是 D、E，求证：$PE=PD$.

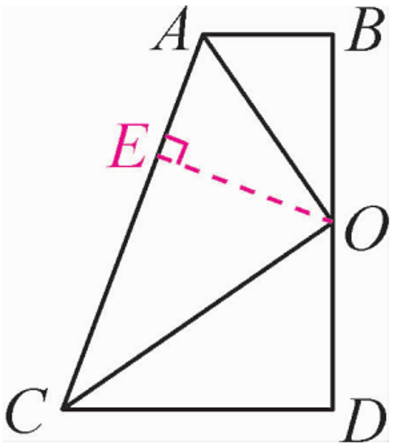


13. 如图，四边形 $ABDC$ 中，$\angle D=\angle B=90^{\circ}$，点 O 为 BD 的中点，且 OA 平分 $\angle BAC$.

求证：(1) OC 平分 $\angle ACD$；

(2) $OA\perp OC$；

(3) $AB+CD=AC$.



$\because \begin{cases} AO=AO, \\ OE=OB, \end{cases} \therefore \mathrm{Rt}\triangle ABO\cong \mathrm{Rt}\triangle AEO(\mathrm{HL})$,

$\therefore \angle AOB=\angle AOE$. 同理，$\angle COD=\angle COE$，

$\therefore \angle AOC=\angle AOE+\angle COE=\frac{1}{2}\times 180^\circ=90^\circ$，

$\therefore OA\perp OC$；

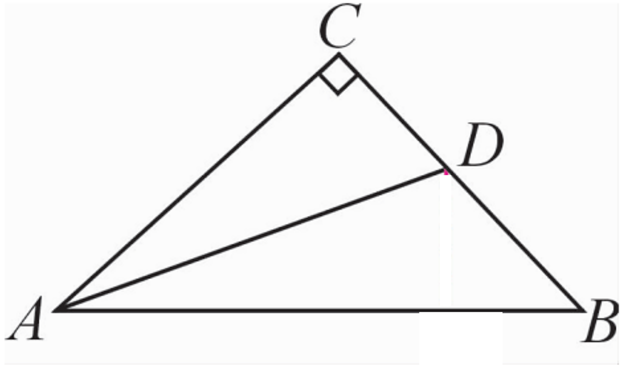
(3) $\because \mathrm{Rt}\triangle ABO\cong \mathrm{Rt}\triangle AEO$，$\therefore AB=AE$.

同理可得 $CD=CE$. $\because AC=AE+CE$，

$\therefore AB+CD=AC$.

类型四　综合与探究

14. 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle C=90^{\circ}$，$AC=BC$，DA平分$\angle CAB$交BC于D点，问在AB上是否存在一点E，使$\triangle BDE$的周长等于AB的长？若存在，请找出点E，并给出证明；若不存在，请说明理由.



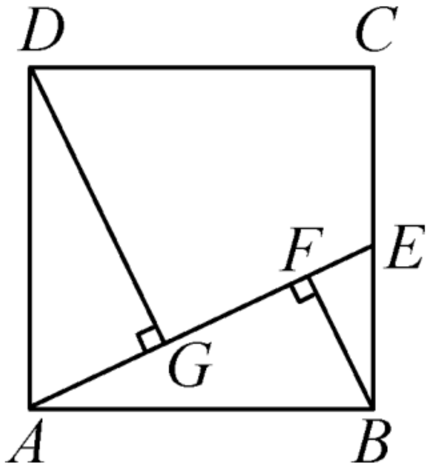
$\begin{cases} DC=DE, \\ AD=AD, \end{cases}$ $\therefore \mathrm{Rt}\triangle ACD\cong\mathrm{Rt}\triangle AED(\mathrm{HL})$，$\therefore AC=AE$，又$\because AC=BC$，$\therefore AE=BC$，$\therefore \triangle BDE$ 的周长$=BD+DE+BE=BD+DC+BE=BC+BE=AE+BE=AB$.

15. (1)已知:如图①,点 E 在正方形 $ABCD$ 的边 BC 上,$BF\perp AE$ 于点 F,$DG\perp AE$ 于点 G,可知$\triangle ADG\cong\triangle BAF$.(不要求证明)

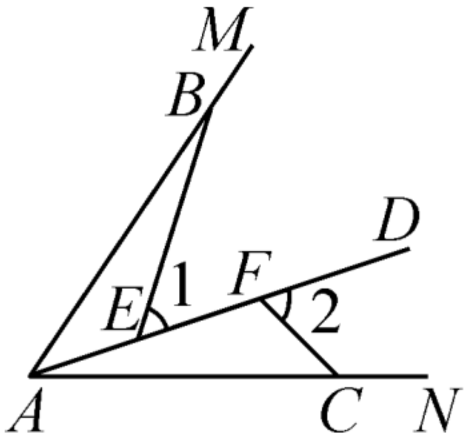
(2)拓展:如图②,点 B、C 分别在$\angle MAN$ 的边 AM、AN 上,点 E、F 在$\angle MAN$ 内部的射线 AD 上,$\angle 1$、$\angle 2$ 分别是$\triangle ABE$、$\triangle CAF$ 的外角. 已知 $AB=AC$,$\angle 1=\angle 2=\angle BAC$,求证:$\triangle ABE\cong\triangle CAF$.

(3)应用:如图③,在等腰三角形 ABC 中,$AB=AC$,$AB>BC$. 点 D 在边 BC 上,$CD=2BD$,点 E、F 在线段 AD 上,$\angle 1=\angle 2=\angle BAC$. 若$\triangle ABC$ 的

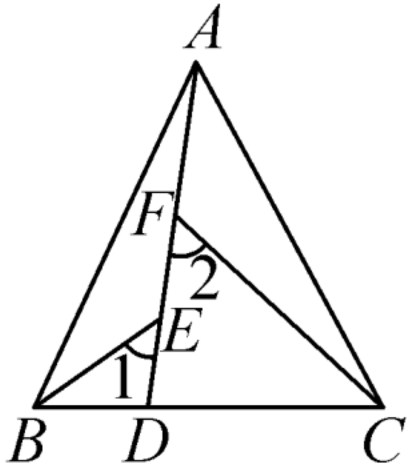
面积为 9，则$\triangle ABE$与$\triangle CDF$的面积之和为______.



图①



图②



图③

在$\triangle ABE$和$\triangle CAF$中，$\begin{cases} \angle ABE=\angle CAF, \\ \angle BEA=\angle AFC, \\ AB=AC, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CAF(\mathrm{AAS})$.

结束语

一个爱书的人，他必定不致缺少一个忠实的朋友、一个良好的导师、一个可爱的伴侣、一个优婉的安慰者。