

第十五章 因式分解

一、幂的运算：

1、同底数幂的乘法法则： $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (m, n 都是正整数) $(a+b)^2 \cdot (a+b)^3 = (a+b)^5$

2、幂的乘方法则： $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 都是正整数)

3、积的乘方法则： $(ab)^n = a^n b^n$ (n 是正整数)。积的乘方

4、同底数幂的除法法则： $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0, m, n$ 都是正整数, 且 $m > n$)

5、零指数： $a^0 = 1$ ，即任何不等于零的数的零次方等于1。

二、单项式、多项式的乘法运算：

6、单项式与单项式相乘

7、单项式乘以多项式

8、多项式与多项式相乘

9、平方差公式： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 注意平方差公式展开只有两项

10、完全平方公式： $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

完全平方公式的口诀：首平方，尾平方，首尾2倍中间放，符号和前一个样。

公式的变形使用：(1) $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = (a+b)^2 - 2ab$ ；

$$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$$

$$(-a-b)^2 = [-(a+b)]^2 = (a+b)^2 \quad ; \quad (-a+b)^2 = [-(a-b)]^2 = (a-b)^2$$

三、因式分解的常用方法。

1、提公因式法 2、公式法 3、十字相乘法

第十五章

一 考查整式的乘法：

1. $(x-a)(x^2+ax+a^2)$ 的计算结果是 ()

A. $x^3 + 2ax^2 - a^3$ B. $x^3 - a^3$ C. $x^3 + 2a^2x - a^3$ D. $x^2 + 2ax^2 + 2a^2 - a^3$

2. $100\frac{1}{2} \times 99\frac{1}{2}$

二 应用乘法公式计算整式的乘法：

3. 如果 $(2a+2b+1)(2a+2b-1)=63$ ，那么 $a+b$ 的值为_____。

4. $9x^2+1$ 加上一个单项式后，成为一个完全平方，那么单项式可能是_____。

5. 从边长为 a 的正方形中去掉一个边长为 b 的小正方形，如图，然后将剩余部分剪后拼

成一个矩形，上述操作所能验证的等式是 ()

- A. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ B. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
C. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ D. $a^2 + ab = a(a+b)$

6. 小亮从一列火车的第 m 节车厢数起，一直数到第 $2m$ 节车厢，他数过的车厢节数 ()
A. $m+2m=3m$ B. $2m-m=m$ C. $2m-m-1=m-1$ D. $2m-m+1=m+1$

1

7. 如果正方体的体积扩大为原来的 27 倍，则边长扩大为原来的____倍；若体积扩大为原来的 $2n$ 倍，则边长扩大为原来的____倍.

三 考查整式除法：

8. $(\pi - 4)^0 = \underline{\quad}$ $(-a)^5 \div (-a)^3 = \underline{\quad}$ $(\frac{2}{3})^{2007} \times (1.5)^{2008} \div (-1)^{2009} = \underline{\quad}$.

9. 如图，要给这个长、宽、高分别为 x 、 y 、 z 的箱子打包，其打包方式如图所示，则打包带的长至少要_____。(用含 x 、 y 、 z 的代数式表示)。

- 10 计算： $[x(x^2y^2 - xy) - y(x^2 - x^3y)] \div 3x^2y$ ；(2) 已知： $x^m = 3, x^n = 2$ ，求 x^{3m+2n}

四 整式乘除的综合应用题：

11. 下面是某同学在一次作业中的计算摘录：

① $3a + 2b = 5ab$ ；② $4m^3n - 5mn^3 = -m^3n$ ；③ $4x^3 \cdot (-2x^2) = -6x^5$ ；

④ $4a^3b \div (-2a^2b) = -2a$ ；⑤ $(a^3)^2 = a^5$ ；⑥ $(-a)^3 \div (-a) = -a^2$

其中正确的个数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

五 考查分解因式

12. 下列分解因式正确的是 ()

A. $x^3 - x = x(x^2 - 1)$ B. $m^2 + m - 6 = (m+3)(m-2)$

C. $(a+4)(a-4) = a^2 - 16$ D. $x^2 + y^2 = (x+y)(x-y)$

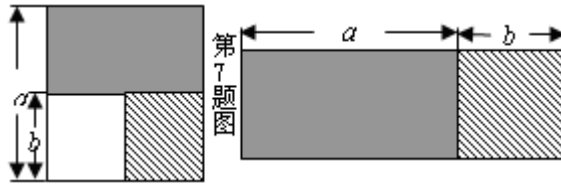
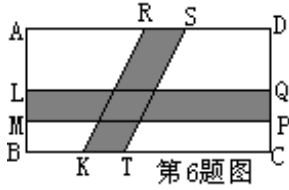
13. 若 a 为整数，则 $a^2 + a$ 一定能被 () 整除

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

14. 分解因式，应用平方差公式： $4a^2 - 9b^2 = \underline{\quad}$.

15. 如图：矩形花园中 $ABCD$ ， $AB = a$ ， $AD = b$ ，花园中建有一条矩形道路 $LMPQ$ 及一条平行四边形道路 $RSTK$ 。若 $LM = RS = c$ ，则花园中可绿化部分的面积为 ()

- A. $bc - ab + ac + b^2$ B. $a^2 + ab + bc - ac$
 C. $ab - bc - ac + c^2$ D. $b^2 - bc + a^2 - ab$



分解因式，提公因式法和运用公式法综合题

- ① $ax^2 - 16ay^2$ ② $-2a^3 + 12a^2 - 18a$ ③ $a^2 - 2ab + b^2 - 1$

16、把 20cm 长的一根铁丝分成两段，将每一段围成一个正方形，如果这两个正方形的面积之差是 5cm^2 ，求这两段铁丝的长。

17、（10分）阅读下列解题过程：

$$\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{4}} = \frac{1 \times (\sqrt{5} - \sqrt{4})}{(\sqrt{5} + \sqrt{4})(\sqrt{5} - \sqrt{4})} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{4}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{4})^2} = \sqrt{5} - \sqrt{4},$$

$$\frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} = \frac{1 \times (\sqrt{6} - \sqrt{5})}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5})} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2} = \sqrt{6} - \sqrt{5},$$

请回答下列问题：

(1) 观察上面的解答过程，请写出 $\frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} =$ _____；

(2) 利用上面的解法，请化简：

$$\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{98} + \sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$$