

第14章 一次函数

一、全章知识小结

(一) 函数

- 1、定义：①有两个变量；②一个变量的数值随着另一个变量的数值变化而变化；③自变量每确定一个值，函数有且只有一个值与它对应。
- 2、表示函数的方法有：_____
- 3、函数自变量的取值范围的求法：①分母 $\neq 0$ ；②根号里面的整体不小于0；③其他情况都是任意实数；④但在实际问题中，自变量的取值就要根据具体情况用不等式来求了。
- 4、函数的画图具体方法：①列表（取点）；②在直角坐标系上描出表格中的各对数；③连线。
- 5、函数的应用：列出解析式，利用自变量或函数值来求具体问题。

(二) 正比例函数

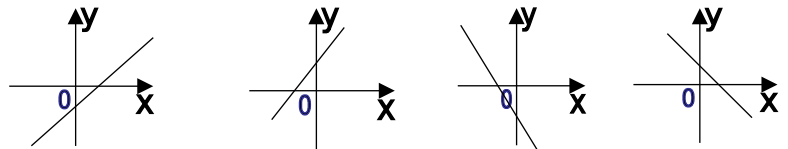
- 1、解析式是_____；图象：_____。
- 2、性质：(1) $k > 0$ ：函数经过第__象限， y 随 x 的增大而__；(2) $k < 0$ ：函数经过第__象限， y 随 x 的增大而__；(3) 当 $|k|$ 越大，直线与 x 轴的正半轴的夹角就越__
- 3、求解析式：只要知道__点即可。如：正比例函数经过点 $(-2, 6)$ ，则它的解析式是_____

(三) 一次函数

- 1、解析式是_____
- 2、图象：_____
- 3、画一次函数的图象：找__个点，格式：当 $x=0$ 时， $y=$ __；当 $y=0$ 时， $x=$ __。
- 4、性质：(1) k, b 的正负决定函数经过的3个象限：① $k > 0, b > 0$ ：函数经过第__象限， y 随 x 的增大而__；② $k > 0, b < 0$ ：函数经过第__象限， y 随 x 的增大而__；③ $k < 0, b > 0$ ：函数图象经过第__象限， y 随 x 的增大而__；④ $k < 0, b < 0$ ：函数经过第__象限， y 随 x 的增大而__。

图象的判定：根据下列图象，写出符合图象的 k, b 的取值范围：①_____；②_____；

③_____；④_____。



(1)

(2)

(3)

(4)

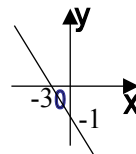
例：(1) 函数 $y=(m+2)x-4m+3$ 经过第二、三、四象限，则 m 的取值是_____；如 $y=(a+3)x+(b-5)$ 中， y 随 x 的增大而减小，则 a ____， b ____。(2) b 的性质：① b 可以直接从图象上看出来，即与 y 轴的交点；② $b=0$ 就是直线经过原点；③ $b > 0$ 就是与 y 轴的交点在 x 轴的上方；④ $b < 0$ 就是 y 轴的交点在 x 轴的下方。(3) 与 x 轴的交点是 $(-\frac{b}{k}, 0)$ ，与 y 轴的交点是__。如： $y=-2x+4$ 与 x 轴、 y 轴的交点是__。(4) 与两坐标轴围成的三角形的面积是 $\frac{1}{2} \cdot |-\frac{b}{k}| \cdot |b|$ ；如： $y=-2x+4$ 与 x 轴、 y 轴围成三角形的面积是__。(5)

平行：如直线 $y=6x-4$ 与 $y=-6x+9$ 平行。(6) 两直线相交的交点坐标是两直线组成的方程组的解。如：_____。(7) 直线向上、下的平移：如 $y=2x-4$ 向__平移__个单位得到 $y=2x$ 。(由 b 决定)

5、求函数的解析式：

(1) 已知两个点的坐标即可求解析式。如：直线经过 $(-1, 3)$ 和 $(-2, 6)$ 的函数解析式

_____。所以，必须集中精力求出两个点的坐标。如：直线与 $y=-7x+3$ 交于 y 轴上，且与 $y=x-4$ 交于点 $(a, -5)$ ，则（必须求出）直线经过的两个点的坐标是_____。（2）根据图象来求：其实也是集中精力找出两个点的坐标；如：如图的解析式是_____（3）在实际应用题中，则多数是利用方程应用题的知识来列解析式，这点更为重要。



6、面积问题：

(1) 一条直线与两条坐标轴围成的三角形的面积，就是与两坐标轴的交点坐标的绝对值相乘的积的一半；(2) 两直线与一条坐标轴围成的三角形的面积，方法：①求出两直线的交点坐标；②分别求出两条直线与该坐标轴的交点坐标，这两个点的距离就是底边；③高就是交点坐标的横坐标（或纵坐标）的绝对值。

7、一次函数与不等式、一元一次方程、二元一次方程组都有密切的联系，在 $y=kx+b$ 中， $y=0$ 可得一元一次方程 $kx+b=0$ ； $y>0$ 即得不等式 $kx+b>0$ ；两个一次函数图象的交点就是二元一次方程组的解。注意：一次函数与不等式、一元一次方程、二元一次方程组的关系运用在实际应用题和图象中，才是它们之间的真正联系和应用。

(四) 一次函数的应用题

1、题目中点明是一次函数，如有 $\times\times$ 是 $\times\times$ 的一次函数，解法是：设一次函数的解析式是_____，再根据题目中的量利用待定系数法求出。

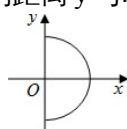
2、利用不等式（或组）求 x 的范围，再利用函数的增减求 y 的最大（小）值，有时也与方案设计相结合。解题步骤：(1) 列出解析式；(2) 求 x 的取值范围；(3) 由 k 的正负决定“ y 随 x 的增大而_____”；结合 x 的取值，取 $x=$ ____， y 有最_____值；(4) 求 y 的最值；(5) 答。

3、分段函数的关系式，然后给出数据求值，但要判断这个值是属于哪一个段的关系式。

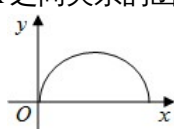
二、类型题练习

一、选择题

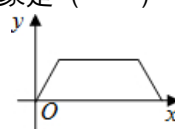
1、如图，小亮在操场上玩，一段时间内沿 $M-A-B-M$ 的路径匀速散步，能近似刻画小亮到出发点 M 的距离 y 与时间 x 之间关系的函数图象是（ ）



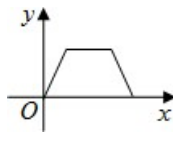
A



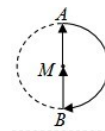
B



C



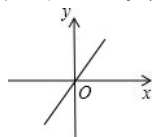
D



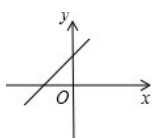
2、下列函数中， y 是 x 的正比例函数的是（ ）

- A、 $y=4x+1$ B、 $y=2x^2$ C、 $y=-\sqrt{5}x$ D、 $y=\sqrt{x}$

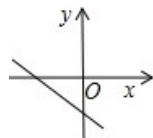
3、当 $k>0$ 时，正比例函数 $y=kx$ 的图象大致是（ ）



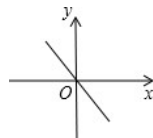
A



B



C



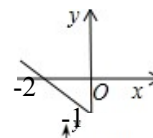
D

4、一次函数 $y=kx+3$ 中，当 $x=2$ 时， $y=-3$ ，那么当 $x=-2$ 时， y 等于（ ）

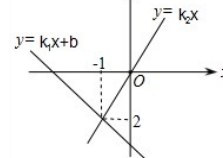
- A、-1 B、-3 C、7 D、9

5、函数 $y=kx+b$ 的图象如图所示，当 $y<0$ 时 x 的取值范围是（ ）

- A、 $x<-2$ B、 $x>-2$ C、 $x<-1$ D、 $x>-1$



6、直线 $l_1: y=k_1x+b$ 与直线 $l_2: l_2=k_2x$ 在同一平面直角坐标系中的图象如图所示，则关于 x 的不等式 $k_1x+b>k_2x$ 的解为（ ）

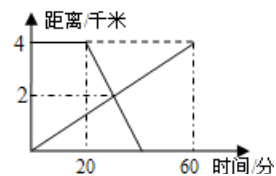


A、 $x > -1$ B、 $x < -1$ C、 $x < -2$ D、无法确定

7、如果直线 $y=3x+6$ 与 $y=2x-4$ 的交点坐标为 (a, b) ，则 $\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$ 是哪个方程的解 ()

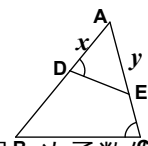
A、 $\begin{cases} y - 3x = 6 \\ 2y + x = -4 \end{cases}$ B、 $\begin{cases} y - 3x = 6 \\ y - 2x = -4 \end{cases}$ C、 $\begin{cases} 3x - y = 6 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ D、 $\begin{cases} 3x - y = -6 \\ 2x - y = -4 \end{cases}$

8、已知 A, B 两地相距 4 千米，上午 8:00，甲从 A 地出发步行到 B 地，上午 8:20 乙从 B 地出发骑自行车到 A 地，甲，乙两人离 A 地的距离 (千米) 与甲所用的时间 (分) 之间的关系如图所示，由图中的信息可知，乙到达 A 地的时间为 ()



A、8:30 B、8:35 C、8:40 D、8:45

9、如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在 AB 上，点 E 在 AC 上，若 $\angle ADE = \angle C$ ，且 $AB=5$ ， $AC=4$ ， $AD=x$ ， $AE=y$ ，则 y 与 x 的关系式是 ()



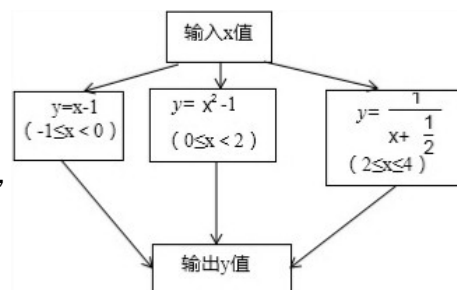
A、 $y=5x$ B、 $y=\frac{4}{5}x$ C、 $y=\frac{5}{4}x$ D、 $y=\frac{9}{20}x$

10、下列函数 (1) $y=\pi x$ (2) $y=2x-1$ (3) $y=$ (4) $y=2-1-3x$ (5) $y=x^2-1$ 中，是一次函数的有 ()

二、填空题

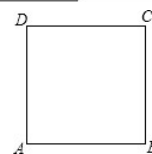
1、函数 $y = \sqrt{2-x} + \frac{1}{x-3}$ 中自变量 x 的取值范围是

2、用如图所示的程序计算函数值，若输入的 x 的值为 $\frac{5}{2}$ ，



则输出的函数的值为

3、如图所示，在边长为 4 的正方形 ABCD 的边上有一个动点 P，从点 B 出发，沿 BC 运动到点 C，设点 P (不与 B、C 重合) 运动的路程为 x，梯形 APCD 的面积为 y，则 y 与 x 之间的函数关系式是，其中自变量 x 的取值范围是



4、如图 1，一次函数 $y=ax+b$ 的图象经过 A、B 两点，则关于 x 的不等式 $Ax+b < 0$ 的解集是

5、如图 2，已知函数 $y=3x+b$ 和 $y=ax-3$ 的图象交于点 p (-2, -5)，则根据图象可得等式 $3x+b > ax-3$ 的解集是

6、如图 3，直线 $l_1: y=x+1$ 与直线 $l_2: y=mx+n$ 相交于点 p(a, 2)，则关于 x 的方程组 $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = mx + n \end{cases}$ 的解为

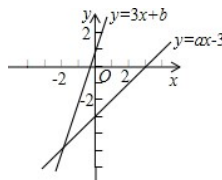
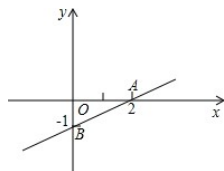


图 1

图 2

图 3

7、点 $(-2, y_1)$ ， $(3, y_2)$ 在直线 $y=-x+2$ 上，则 y_1 与 y_2 的大小是

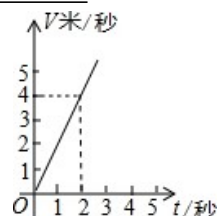
8、若一次函数 $y=-x+2$ 的图象经过点 $(m, 3)$ ，则 $m=$

9、一次函数 $y=-x+1$ 经过点 $P(m, m-1)$ ，则 $m=$

10、函数 $y=(2m+1)x-2-m$ 经过原点，则 $m=$ ，则它的解析式是

11、一次函数平行于 $y=-5x$ ，且与 y 轴交于 $(0, 3)$ ，则它的解析式是

12、物体沿一个斜坡下滑，它的速度 V (米/秒) 与其下滑 t (秒) 的关系如图所示，则：(1) 下滑 2 秒时物体的速度为



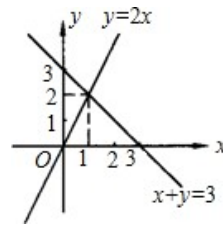
(2) V (米/秒) 与 t (秒) 之间的函数表达式为_____

(3) 下滑 3 秒时物体的速度为_____

13、如图所示，利用函数图象回答下列问题：

(1) 方程组 $\begin{cases} y=2x \\ x+y=3 \end{cases}$ 的解为_____

(2) 不等式 $2x > -x+3$ 的解为_____



14、已知函数 $f(x) = 1 + \frac{2}{x}$ ，其中 $f(a)$ 表示 $x=a$ 时对应的函数值，

如 $f(x) = 1 + \frac{2}{x}$ ， $f(1) = 1 + \frac{2}{1}$ ， $f(2) = 1 + \frac{2}{2}$ ， $f(a) = 1 + \frac{2}{a}$ ，则

$f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdots f(100) = \underline{\hspace{2cm}}$

三、解答题

1、已知 $y-4$ 与 x 成正比例，且 $x=6$ 时 $y=-4$

(1) 求 y 与 x 的函数关系式。

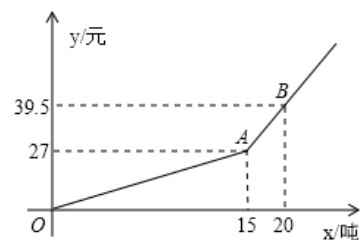
(2) 此直线在第一象限上有一个动点 $P(x, y)$ ，在 x 轴上有一点 $C(-2, 0)$ 。这条直线与 x 轴相交于点 A 。求 $\triangle PAC$ 的面积 S 与 x 之间的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围。

2、已知一次函数 $y=kx+b$ 中自变量 x 的取值范围为 $-2 \leq x \leq 6$ ，相应的函数值的取值范围是 $-11 \leq y \leq 9$ ，求函数的解析式。

3、某市自来水公司为鼓励居民节约用水，采用按月用水量分段收费办法，若某户居民应交水费 y (元) 与用水量 x (吨) 的函数关系如图所示。

(1) 分别写出当 $0 \leq x \leq 15$ 和 $x \geq 15$ 时， y 与 x 的函数解析式；

(2) 若某用户该月用水 21 吨，则应交水费多少元？

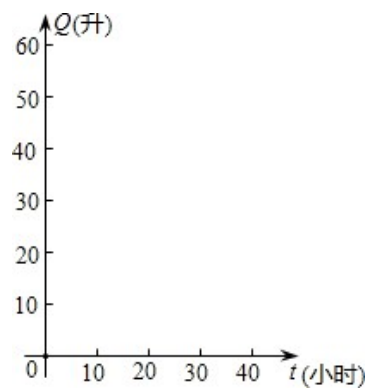


4、汽车的油箱中的余油量 Q (升) 是它行驶的时间 t (小时) 的一次函数。某天该汽车外出，刚开始行驶时，油箱中有油 60 升，行驶了 4 小时后，发现已耗油 20 升。

(1) 求：油箱中的余油 Q (升) 与行驶时间 t (小时) 的函数关系式；

(2) 求：这个实际问题中的时间的取值范围，并在右下角的直角坐标系中画出此函数图象；

(3) 从开始行驶算起，如果汽车每小时行驶 40 千米，当油箱中余

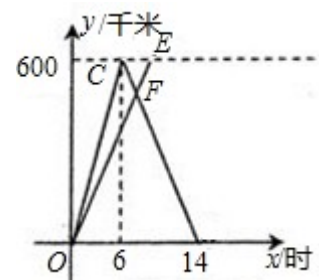


油 20 升时，该汽车行驶了多少千米？

5、某工程招聘甲、乙两种工种的工人 150 人，甲工种每月的工资为 600 元，乙工种每月工资为 1000 元，要求乙工种的人数不少于甲工种的 2 倍，问甲、乙两种工种的工人各招聘多少名时，每月所付的工资总额最少？

6、A、B 两城相距 600 千米，甲、乙两车同时从 A 城出发驶向 B 城，甲车到达 B 城后立即返回。如图是它们离 A 城的距离 y (千米) 与行驶时间 x (小时) 之间的函数图象。

- (1) 求甲车行驶过程中 y 与 x 之间的函数解析式，并写出自变量 x 的取值范围；
- (2) 当它们行驶 7 小时时，两车相遇，求乙车速度。



四、解答题

1、某工厂有 20 名工人，每人每天加工甲种零件 5 个或乙种零件 4 个。在这 20 名工人当中，派 x 人加工甲种零件，其余的加工乙种零件，已知每加工一个甲种零件可获利 16 元，每加工一个乙种零件可以获利 24 元。

- (1) 写出此工厂每天所获利润 y (元) 与 x (人) 之间的函数关系式

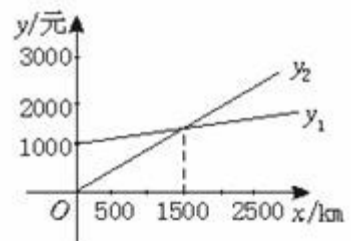
(2) 若要使工厂每天获利不低于 1800 元，问至少要派多少人加工乙种零件。

2、康乐公司在 A、B 两地分别有同型号的机器 17 台和 15 台，现要运往甲地 18 台，乙地 14 台。从 A、B 两地运往甲、乙两地的费用如下表：

	甲地 (元/台)	乙地 (元/台)
A 地	600	500
B 地	400	800

(1) 如果从 A 地运往甲地 x 台，求完成以上调运所需总费用 y (元) 与 x (台) 的函数关系式；(2) 若康乐公司请你设计一种最佳调运方案，使总的费用最少，该公司完成以上调运方案至少需要多少费用？为什么？

3、某单位急需用车，但又不准备买车，他们准备和一个个体车主或一国营出租车公司其中的一家签订月租车合同。设汽车每月行驶 x km，应付给个体车主的月费用是 y_1 元，应付给出租车公司的月费用是 y_2 元， y_1 、 y_2 分别与 x 之间的函



数关系图像（两条射线）如图所示，观察图像回答下列问题：

- (1) 每月行驶的路程在什么范围内时，租国营公司的车合算？
- (2) 每月行驶的路程等于多少时，租两家车的费用相同？
- (3) 如果这个单位估计每月行驶的路程为 2300 km，那么这个单位租哪家的车合算？

4、某经营世界著名品牌的总公司，在我市有甲、乙两家分公司，这两家公司都销售香水和护肤品。总公司现香水 70 瓶，护肤品 30 瓶，分配给甲、乙两家分公司，其中 40 瓶给甲公司，60 瓶给乙公司，且都能卖完，两公司的利润（元）如下表。

(1) 假设总公司分配给甲公司 x 瓶香水，求：甲、乙两家公司的总利润 W 与 x 之间的函数关系式；

(2) 在 (1) 的条件下，甲公司的利润会不会比乙公司的利润高？并说明理由；

(3) 若总公司要求总利润不低于 17370 元，请问有多少种不同的分配方案，并将各种方案设计出来。

	每瓶香水利润	每瓶护肤品利润
甲公司	180	200
乙公司	160	150

5、已知一次函数的图象经过点 A (-3, 2)、 B (1, 6) 。

- ① 求此函数的解析式。
- ② 求函数图象与坐标轴所围成的三角形面积。

7、如图所示，在等腰三角形 ABC 中， $\angle B=90^\circ$ ， $AB=BC=4$ 米，点 P 以 1 米/分的速度从 A 点出发移动到 B 点，同时点 Q 以 2 米/分的速度从点 B 移动到 C 点（当一个点到达后全部停止移动）。

(1) 设经过 x 分钟后， $\triangle PCB$ 的面积为 y_1 ， $\triangle QAB$ 的面积为 y_2 ，求出 y_1 ， y_2 关于 x 的函数关系式；

(2) 同时移动多少分钟，这两个三角形的面积相等？

(3) 移到时间在什么范围内时，① $\triangle PCB$ 的面积大于 $\triangle QAB$ 的面积？② $\triangle PCB$ 的面积小于 $\triangle QAB$ 的面积？

