

## 基础巩固

## 一、选择题

1、下列从左到右的变形中，属于因式分解的是( )。

A、 $(x+2)(x-2)=x^2-4$       B、 $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

C、 $3x^2-3x=3(x^2-x)$       D、 $12a^2b=3a\cdot 4ab$

2、多项式 $15m^3n^2+5m^2n-20m^2n^3$ 的公因式是( )

A、 $5mn$     B、 $5m^2n^2$     C、 $5m^2n$     D、 $5mn^2$

3、在下列多项式中，能用平方差公式分解因式的是( )

A、 $x^2+16y^2$     B、 $x^4-y^3$     C、 $-9x^2+49y^2$     D、 $x^2+1$

4、下列各式中不是完全平方式的是( )

A、 $m^2-16m+64$       B、 $4m^2+20mn+25n^2$

C、 $m^2n^2-2mn+4$       D、 $112mn+49m^2+64n^2$

5、已知多项式 $2x^2+bx+c$ 分解因式为 $2(x-3)(x+1)$ ，则 $b,c$ 的值为( )

A、 $b=-4,c=-6$ ；    B、 $b=-6,c=2$ ；    C、 $b=-6,c=-4$ ；    D、 $b=3,c=-1$

## 二、填空题

6、分解因式 $x(2-x)+6(x-2)=$ \_\_\_\_\_。

7、如果 $9x^2+kx+25$ 是一个完全平方式，那么 $k$ 的值是\_\_\_\_\_。

8、计算 $9^3-9^2-8\times 9^2$ 的结果是\_\_\_\_\_。

9、如果 $a+b=10$ ， $ab=21$ ，则 $a^2b+ab^2$ 的值为\_\_\_\_\_。

### 三、解答题

#### 10、分解因式

(1)  $8a^2 - 2b^2$       (2)  $4xy^2 - 4x^2y - y^3$

11、已知  $x - \frac{1}{x} = 2$ ，求  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  的值。

12、 $3^{2000} - 4 \times 3^{1999} + 10 \times 3^{1998}$  能被 7 整除吗？试说明理由。

#### 能力提升

##### 一、选择题

1、在下列多项式：①  $-4m^2 + 9$     ②  $9m^2 - 4n^2$     ③  $4m^2 + 12m + 9$

④  $9m^2 - 6mn + n^2$  中，有一个相同因式的多项式是( )

A、①和②    B、①和④    C、①和③    D、②和④

2、已知  $(19x-31)(13x-17) - (13x-17)(11x-23)$  可因式分解成  $(ax+b)(8x+c)$ ，其中  $a, b, c$  均为整数，则  $a+b+c = ?$

A、-12    B、-32    C、38    D、72

3、若  $x^2 + 2(m-3)x + 16$  是完全平方式，则  $m$  的值应为( )

A、7    B、-1    C、-7 或 1    D、7 或 -1

4、可整除  $n^3 - n$  的最大的数是 ( $n$  是整数) ( )

A、2    B、4    C、6    D、8

5、已知  $a+b=10$ ， $a^2+b^2=80$ ，则  $ab$  等于 ( )

A、20    B、10    C、20    D、-10

##### 二、填空题

6、分解因式  $a^2 - b^2 - 2b - 1 =$  \_\_\_\_\_ .

7、若整式  $4x^2 + Q + 1$  是完全平方式，请你写一个满足条件的单项式  $Q$  是\_\_\_\_\_。

8、已知代数式  $a^2 + 2a + 2$ ，当  $a =$  \_\_\_\_\_ 时，它有最小值，是 \_\_\_\_\_。

9、已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  是  $\triangle ABC$  的三边，且  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$ ，那么  $\triangle ABC$  的形状是

。

### 三、解答题

#### 10、分解因式

(1)  $(x^4 + y^4)^2 - 4x^4y^4$

(2)  $x^2 - 9y^2 + 4z^2 + 4xz$

11、计算  $(1 - \frac{1}{2^2})(1 - \frac{1}{3^2})(1 - \frac{1}{4^2}) \cdots (1 - \frac{1}{2009^2})$

12、在学习中，小明发现：当  $n=1, 2, 3$  时， $n^2 - 6n$  的值都是负数。于是小朋猜想：当  $n$  为任意正整数时， $n^2 - 6n$  的值都是负数。小明的猜想正确吗？请简要说明你的理由。

13、已知  $x, y$  是不相等的正数，试比较  $x^2(x - y)$  与  $y^2(x - y)$

14、已知  $a = 2000x + 1999$ ， $b = 2000x + 2000$ ， $c = 2000x + 2001$ ，求代数式

$a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc$  的值。

### 智力闯关

1、在日常生活中如取款、上网等都需要密码。有一种用“因式分解”法产生的密码，方便记

忆。原理是：如对于多项式  $x^4 - y^4$ ，因式分解的结果是  $(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$ ，若取

$x=9, y=9$  时，则各个因式的值是： $(x - y)=0$ ， $(x + y)=18$ ， $(x^2 + y^2)=162$ ，于是就可

以把“018162”作为一个六位数的密码。对于多项式  $4x^3 - xy^2$ ，取  $x=10, y=10$  时，用

上述方法产生的密码是什么呢？（能写几个写几个）

2、如果一个正整数能表示为两个连续偶数的平方差，那么称这个正整数为“神秘数”。

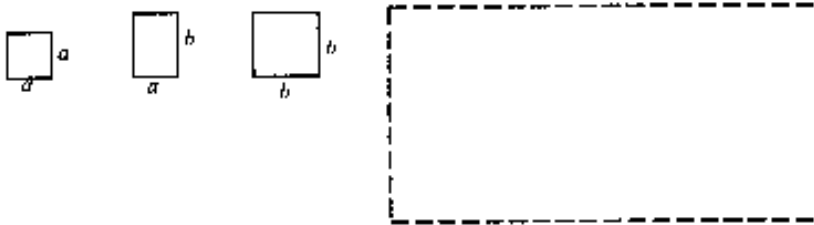
如： $4 = 4^2 - 0^2$ ， $12 = 4^2 - 2^2$ ， $20 = 6^2 - 4^2$ ，因此4，12，20都是“神秘数”。

(1) 28和2 012这两个数是“神秘数”吗？为什么？

(2) 设两个连续偶数为 $2k+2$ 和 $2k$ （其中 $k$ 取非负整数），由这两个连续偶数构造的神秘数是4的倍数吗？为什么？

(3) 两个连续奇数的平方数（取正数）是神秘数吗？为什么？

3、已知，如图，现有  $a \times a$ 、 $b \times b$  的正方形纸片和  $a \times b$  的矩形纸片各若干块，试选用这些纸片（每种纸片至少用一次）在下面的虚线方框中拼成一个矩形（每两个纸片之间既不重叠，也无空隙，拼出的图中必须保留拼图的痕迹），使拼出的矩形面积为  $2a^2 + 5ab + 2b^2$ ，并标出此矩形的长和宽。



收集：趣味短信里的数学

参考答案：

基础巩固

1、B 2、C 3、C 4、D 5、A 6、 $(2-x)(x-6)$  7、 $\pm 30$  8、0 9、210

10、(1)  $2(2a+b)(2a-b)$  (2)  $-y(2x-y)^2$  11、6

12、能。因为原式 $=3^{1000}(3^2-4\times 3+10)=3^{1000}\times 7$ ，显然它能被7整除。

能力提升

1、C 2、A 3、D 4、C 5、B 6、 $(a+b+1)(a-b-1)$  7、

$\pm 4x, -1, -4x^2, 4x^4$  (任意一个) 8、 $-1, 1$  9、等边三角形

10、解：(1)  $(x^4+y^4)^2-4x^4y^4$   
 $= (x^4+y^4+2x^2y^2)(x^4+y^4-2x^2y^2)$   
 $= (x^2+y^2)^2(x^2-y^2)^2$   
 $= (x^2+y^2)^2(x+y)^2(x-y)^2$

(2)  $x^2-9y^2+4z^2+4xz$

$= (x^2+4xz+4z^2)-9y^2$   
 $= (x+2z)^2-9y^2$   
 $= (x+2z+3y)(x+2z-3y)$

11、解： $(1-\frac{1}{2^2})(1-\frac{1}{3^2})(1-\frac{1}{4^2})\cdots(1-\frac{1}{2009^2})$

$= \left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{2009}\right)\left(1+\frac{1}{2009}\right)$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \dots \times \left( \frac{2008}{2009} \right) \times \left( \frac{2010}{2009} \right)$$

$$= \frac{1005}{2009}$$

12、答：不正确。

解法一：（利用反证说明）例如：当  $n=7$  时， $n^2-6n=7>0$

解法二： $n^2-6n=n(n-6)$ ，当  $n^2-6n \geq 0$

13、因为： $x^2(x-y) - y^2(x-y) = (x+y)(x-y)^2 > 0$  所以： $x^2(x-y) > y^2(x-y)$

14、解： $a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc = \frac{2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ac}{2}$  （有创造思

想）

$$= \frac{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2}{2}$$

，以下，只需求  $a-b$ ， $b-c$ ， $c-a$  即可。代数式=3。

智力闯关

1、解： $\because 4x^3 - xy^2 = x(2x+y)(2x-y) \therefore$  当  $x=10$ ， $y=10$  时， $(2x+y)=30$ ， $(2x-y)=10$ 。  $\therefore$  产生的密码为 101030，或 103010，或 301010。

2、解：（1） $28=4 \times 7=8^2 - 6^2$ ； $2012=4 \times 503=504^2 - 502^2$  所以是神秘数；

（2） $(2k+2)^2 - (2k)^2 = 4(2k+2)$  因此由  $2k+2$  和  $2k$  构造的神秘数是 4 的倍数。

（3）由（2）知神秘数可表示为 4 的倍数但一定不是 8 的倍数因为两个连续奇数为  $2k+1$

和  $2k-1$ ，则  $(2k+1)^2 - (2k-1)^2 = 8k$ ，即两个连续奇数的平方差不是神秘数。

3、分析：本题首先将所给的二次三项式  $2a^2 + 5ab + 2b^2$  进行因式分解，其结果为：

$2a^2 + 5ab + 2b^2 = (2a+b)(a+2b)$ ，由此便得出本题的求解思路，首先将

$2a+b$ 、 $a+2b$  分别分解为： $2a+b=a+a+b$ ； $a+2b=a+b+b$ 。在此基础上再设计品解方案，注意设计时应使正方形的边必须与矩形的边重合。其方案为：

