

## 第四章 四边形性质探索

### 一、知识结构

#### (一) 平行四边形

- 1、定义：两组对边分别\_\_\_\_\_的四边形叫平行四边形。
- 2、性质：①平行四边形对边\_\_\_\_\_；②平行四边形对角\_\_\_\_\_；③平行四边形对角线\_\_\_\_\_。
- 3、平行线间的距离\_\_\_\_\_。
- 4、判别：①两组对边分别\_\_\_\_\_的四边形是平行四边形；②两组对边分别\_\_\_\_\_的四边形是平行四边形；③一组对边\_\_\_\_\_的四边形是平行四边形；④两条对角线的四边形是平行四边形。

#### (二) 特殊的平行四边形

- 1、菱形的定义、性质、判别；
- 2、矩形、正方形的定义、性质、判别。

#### (三) 梯形的相关概念及等腰梯形的性质与判别

#### (四) 多边形的相关概念、多边形的内角和与外角和、中心对称图形

### 二、课堂小测

#### (一) 填空题

- 1、 $\square ABCD$  的周长为 60cm， $AC$  和  $BD$  相交于点  $O$ ， $\triangle AOB$  的周长比  $\triangle OBC$  的周长大 8cm，则  $\square ABCD$  的边  $AB$  和  $BC$  的长分别为\_\_\_\_\_。
- 2、四边形  $ABCD$  中，已知  $AB = CD$ ，则可再添加一个条件\_\_\_\_\_可判定四边形  $ABCD$  为平行四边形。
- 3、矩形的面积为  $12\text{cm}^2$ ，一边长为 4cm，那么矩形的对角线长是\_\_\_\_\_。
- 4、菱形的一个内角为  $60^\circ$ ，且这个内角的邻角的角平分线长为 8cm，则这个菱形的周长是\_\_\_\_\_。
- 5、如图 2，在直角梯形  $ABCD$  中， $AD \parallel BC$ ， $AB \perp BC$ ， $E$  是  $CD$  中点，那么  $AE$  与  $BE$  的大小关系是\_\_\_\_\_。

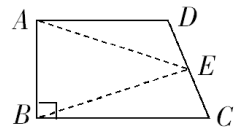


图 2

#### (二) 选择题

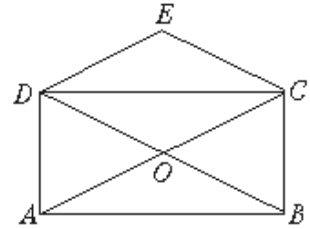
- 6、已知四边形  $ABCD$  中，对角线  $AC$ 、 $BD$  相交于  $O$ ，且  $OA = OC$ ， $OB = OD$ ，下列结论不成立的是 ( )  
A.  $AB = AC$       B.  $AB \parallel CD$       C.  $\angle A = \angle C$       D.  $AD = BC$
- 7、下列命题中，正确的命题是 ( )  
A. 矩形的两条对角线互相垂直      B. 一组邻边相等的矩形是正方形  
C. 等腰梯形的对角线互相平分      D. 菱形的对角线相等且互相垂直
- 8、给出平面上不在同一直线上的三个点，则以此三点为顶点的平行四边形有 ( )  
A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个
- 9、已知下列说法：①关于中心对称的两个图形一定不全等；②关于中心对称的两个图形是全等的；③两个全等的图形一定关于中心对称。其中正确的个数是 ( )  
A. 0 个      B. 1 个      C. 2 个      D. 3 个
- 10、矩形  $ABCD$  中，点  $O$  是  $BC$  的中点， $\angle AOD = 90^\circ$ ，矩形  $ABCD$  的周长是 20cm，则  $AB$  的长为 ( )  
A. 1cm      B. 2cm      C. 2.5cm      D.  $\frac{10}{3}$  cm
- 11、小明在计算四个多边形的内角和时，得到了如下四个答案，其中错误的是 ( )

)

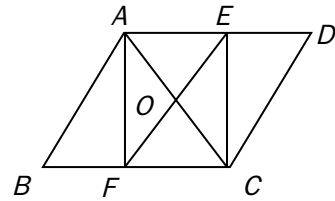
- A .  $800^\circ$       B .  $1080^\circ$       C .  $720^\circ$       D .  $1800^\circ$

### 三、例题讲解

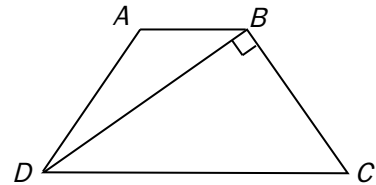
12、矩形  $ABCD$  的对角线相交于点  $O$ ， $DE \parallel AC$ ， $CE \parallel DB$ ， $DE$ 、 $CE$  交于  $E$ ，那么四边形  $DOCE$  是菱形，请你写出说明过程。



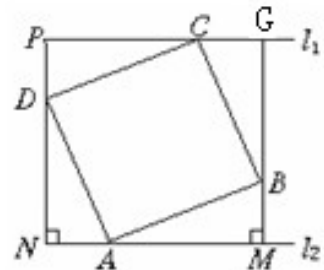
13、如图所示，四边形  $ABCD$  中， $AD = BC$ ， $\angle CAD = \angle BCA$ ， $E$ 、 $F$  分别是  $AD$ 、 $BC$  的中点，试说明  $OE = OF$ ， $AF \parallel CE$ 。



14、如图所示，等腰梯形  $ABCD$  中， $AD = BC$ ， $AB \parallel CD$ ， $BD$  平分  $\angle ADC$ ，且  $BD \perp BC$  于  $B$ ，梯形的周长为 20，求梯形各边的长。



15、在正方形  $ABCD$  中，分别过  $A$ 、 $C$  两点作  $l_1 \parallel l_2$ ，作  $BM \perp l_2$  于  $M$ ， $DN \perp l_2$  于  $N$ ，直线  $MB$ 、 $ND$  分别交  $l_1$  于  $G$ 、 $P$ 。那么四边形  $PGMN$  也是正方形，请你说明理由。



课外拓展：

班级\_\_\_\_\_；姓名\_\_\_\_\_；学号\_\_\_\_\_

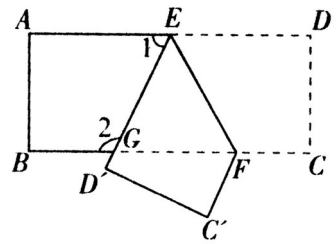
一、 填空题

1、在  $\square ABCD$  中， $\angle A$  的平分线分  $BC$  成 4cm 和 3cm 两条线段，则  $\square ABCD$  的周长是\_\_\_\_\_。

2、一个正方形周长为  $a$  cm, 面积为  $acm^2$ , 则它的对角线长为\_\_\_\_\_。

3、已知菱形的周长为 40，一条对角线长为 12，则这个菱形的面积为\_\_\_\_\_。

4、如图，把一张长方形  $ABCD$  的纸片，沿  $EF$  折叠后， $ED$  与  $BC$  的交点为  $G$ ，点  $D$ 、 $C$  分别落在  $D'$ 、 $C'$  的位置上，若  $\angle EFG=55^\circ$ ，则  $\angle 1=_____$ ， $\angle 2=_____$ 。



5、若一个  $n$  边形的内角和是它的外角和的 11 倍，则  $n=_____$ 。

二、 选择题

6、在下列所示的图案中，既不是轴对称图形，又不是中心对称图形的是（ ）



A .                  B .                  C .                  D .

7、下列说法：①有一组邻边相等的四边形是菱形；②有两个邻角相等的平行四边形是矩形；③对角线互相垂直相等的四边形是正方形；④有两条邻边相等的矩形是正方形，其中是真命题的是（ ）

A . ①和②    B . ②和④    C . ①和③    D . ①②和③

8、一个多边形的每一个外角都是 30 度，则它的边数和每一个内角的度数是（ ）

A . 12 条， $30^\circ$     B . 12 条， $150^\circ$     C . 10 条， $150^\circ$     D . 8 条， $150^\circ$

9、如果由多边形的一个顶点可以作 6 条对角线，那么这个多边形是（ ）边形

A . 7    B . 6    C . 5    D . 4

10、在四边形  $ABCD$  中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 、 $\angle D$  的度数比为 1:2:2:3，则这个四边形是（ ）

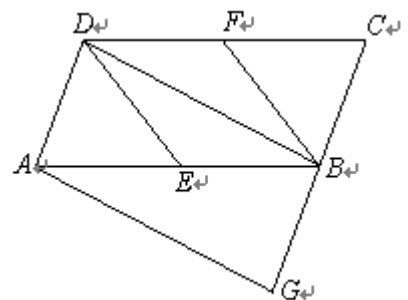
A . 平行四边形    B . 等腰梯形    C . 菱形    D . 直角梯形

三、解答题

11、已知：如图，在  $\square ABCD$  中， $E$ 、 $F$  分别为边  $AB$ 、 $CD$  的中点， $BD$  是对角线， $AG \parallel DB$  交  $CB$  的延长线于  $G$ 。

(1) 求证： $\triangle ADE \cong \triangle CBF$ ；

(2) 若四边形  $BEDF$  是菱形，则四边形  $AGBD$  是什么特殊四边形？并证明你的结论。



12、如图 7，在梯形  $ABCD$  中， $AD \parallel BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AD = AB = 2$ ，且  $BD = CD$ ，求  $\triangle DBC$  的周长和梯形  $ABCD$  的面积。

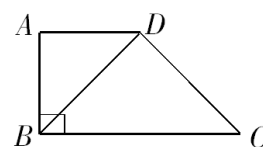
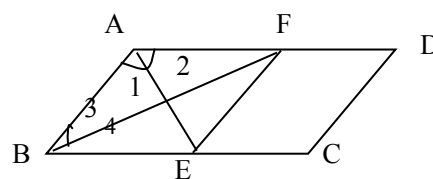
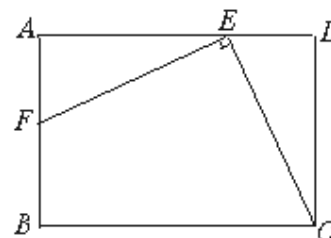


图 7

13、如图所示，在  $\square ABCD$  中， $\angle BAD$  的平分线与  $BC$  边相交于点  $E$ ， $\angle ABC$  的平分线与  $AD$  边相交于点  $F$ ， $AE$  与  $BF$  相交于  $O$ ，试说明四边形  $ABEF$  是菱形。



14、如图，矩形  $ABCD$  中， $E$  为  $AD$  上一点， $EF \perp CE$  交  $AB$  于  $F$ ，若  $DE = 2$ ，矩形  $ABCD$  的周长为 16，且  $CE = EF$ ，求  $AE$  的长。



15、在正方形  $ABCD$  中，对角线  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ ，点  $Q$  是  $CD$  上任意一点， $DP \perp AQ$  交  $BC$  于点  $P$ 。

- (1) 求证： $DQ = CP$ ；
- (2)  $OP$  与  $OQ$  有何关系？试证明你的结论。

