

## 第16章 二次根式检测题

(时间:90分钟,满分:100分)

### 一、选择题 (每小题3分,共30分)

1. (2015·湖北宜昌中考)中国倡导的“一带一路”建设将促进我国与世界各国的互利合作.根据规划,“一带一路”地区覆盖总人口约为4 400 000 000人,这个数用科学记数法表示为 ( )

- A.  $44 \times 10^8$       B.  $4.4 \times 10^9$       C.  $4.4 \times 10^8$       D.  $4.4 \times 10^{10}$

2. 下列二次根式中,是最简二次根式的是 ( )

- A.  $2\sqrt{xy}$       B.  $\sqrt{\frac{ab}{2}}$       C.  $\sqrt{\frac{1}{2}}$       D.  $\sqrt{x^4 + x^2y^2}$

3. 如果  $\sqrt{(2a-1)^2} = 1-2a$ , 则 ( )

- A.  $a < \frac{1}{2}$       B.  $a \leq \frac{1}{2}$       C.  $a > \frac{1}{2}$       D.  $a \geq \frac{1}{2}$

4. (2015·重庆中考)化简  $\sqrt{12}$  的结果是 ( )

- A.  $4\sqrt{3}$       B.  $2\sqrt{3}$       C.  $3\sqrt{2}$       D.  $2\sqrt{6}$

5. 如果最简二次根式  $\sqrt{3a-8}$  与  $\sqrt{17-2a}$  能够合并,那么  $a$  的值为 ( )

- A. 2      B. 3      C. 4      D. 5

6. 已知  $y = \sqrt{2x-5} + \sqrt{5-2x} - 3$ , 则  $2xy$  的值为 ( )

- A. -15      B. 15      C.  $-\frac{15}{2}$       D.  $\frac{15}{2}$

7. 下列各式计算正确的是 ( )

- A.  $8\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 6$       B.  $5\sqrt{3} + 5\sqrt{2} = 10\sqrt{5}$   
C.  $4\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{6}$       D.  $4\sqrt{2} \div 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

8. 等式  $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+1} = \sqrt{x^2-1}$  成立的条件是 ( )

- A.  $x > 1$       B.  $x < -1$       C.  $x \geq 1$       D.  $x \leq -1$

9. 下列运算正确的是 ( )

- A.  $\sqrt{5} - \sqrt{3} = \sqrt{2}$     B.  $\sqrt{4\frac{1}{9}} = 2\frac{1}{3}$     C.  $\sqrt{8} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$     D.  $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = 2 - \sqrt{5}$

10. 已知  $\sqrt{24n}$  是整数，则正整数  $n$  的最小值是 ( )

- A. 4                  B. 5                  C. 6                  D. 2

## 二、填空题 (每小题 3 分，共 24 分)

11. 化简:  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} =$  \_\_\_\_\_ ;  $\sqrt{18x^2y^3} (x > 0, y > 0) =$  \_\_\_\_\_.

12. 比较大小:  $\sqrt{10}$  \_\_\_\_\_ 3 ;  $2\sqrt{2}$  \_\_\_\_\_  $\pi$ .

13. 已知: 一个正数的两个平方根分别是  $2a - 2$  和  $a - 4$ , 则  $a$  的值是 \_\_\_\_\_.

14. (2015·山东聊城中考) 计算:  $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - \sqrt{24} =$  \_\_\_\_\_.

15. (2011·安徽芜湖中考) 已知  $a$ 、 $b$  为两个连续的整数，且  $a < \sqrt{28} < b$ , 则  $a + b =$  \_\_\_\_\_.

16. (2015·南京中考) 若式子  $\sqrt{x+1}$  在实数范围内有意义，则  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

17. 若实数  $x, y$  满足  $\sqrt{x-2} + (y-\sqrt{3})^2 = 0$ , 则  $xy$  的值为 \_\_\_\_\_.

18. 已知  $a, b$  为有理数， $m, n$  分别表示  $5 - \sqrt{7}$  的整数部分和小数部分，且  $amn + bn^2 = 1$ , 则  $2a + b =$  \_\_\_\_\_.

## 三、解答题 (共 46 分)

19. (6分) 计算: (1)  $\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{\frac{1}{3}}$ ; (2)  $(\sqrt{48} - \sqrt{75}) \times \sqrt{\frac{1}{3}}$ .

20. (6分) 先化简,再求值:  $(a-1+\frac{2}{a+1}) \div (a^2+1)$ , 其中  $a=\sqrt{2}-1$ .

21. (6分) (2015·湖南衡阳中考) 先化简,再求值.

$$a(a-2b)+(a+b)^2, \text{其中 } a=-1, b=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

22. (6分) 已知  $x=2-\sqrt{3}, y=2+\sqrt{3}$ , 求下列代数式的值:

(1)  $x^2+2xy+y^2$ ; (2)  $x^2-y^2$ .

23. (8分) 一个三角形的三边长分别为  $5\sqrt{\frac{x}{5}}, \frac{1}{2}\sqrt{20x}, \frac{5}{4}x\sqrt{\frac{4}{5x}}$ .

(1) 求它的周长(要求结果化简);

(2) 请你给出一个适当的  $x$  的值, 使它的周长为整数, 并求出此时三角形周长的值.

24. (7分) 已知  $a, b$  为等腰三角形的两条边长, 且  $a, b$  满足

$$b=\sqrt{3-a}+\sqrt{2a-6}+4,$$

求此三角形的周长.

25. (7分) 阅读下面问题:

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}=\frac{1 \times (\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\sqrt{2}-1;$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{1 \times (\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=\sqrt{3}-\sqrt{2};$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}+2}=\frac{1 \times (\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\sqrt{5}-2.$$

试求: (1)  $\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}$  的值; (2)  $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$  ( $n$  为正整数) 的值.

(3) 计算：
$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{98}+\sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}.$$

## 第 16 章 二次根式检测题参考答案

1. B 解析：科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$ ，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数. 当原数的绝对值  $\geq 10$  时， $n$  为正整数，且  $n$  等于原数的整数位数减 1；当原数的绝对值大于 0 且小于 1 时， $n$  为负整数，且  $n$  的绝对值等于原数中从左边数第一个不是 0 的数前面所有 0（包括小数点前面的 0）的个数. 选项 A 不符合科学记数法的表示形式，选项 C、D 中  $n$  的值不对，因为原数的整数位数有 10 位，所以  $n$  应为 9，故 B 正确.

2. A

3. B 解析：由  $\sqrt{(2a-1)^2} = 1-2a$ ，知  $1-2a \geq 0$ ，所以  $a \leq \frac{1}{2}$ .

4. B 解析： $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$ .

5. D 解析：由最简二次根式  $\sqrt{3a-8}$  与  $\sqrt{17-2a}$  能够合并，知  $3a-8 = 17-2a$ ，

所以  $a = 5$ .

6. A 解析：由题意知  $2x-5 \geq 0$ ， $5-2x \geq 0$ ，

所以  $x = \frac{5}{2}$ ， $y = -3$ ，所以  $2xy = -15$ .

7. C 解析：A.  $8\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ ，选项 A 不正确；B.  $\sqrt{2}$  与  $\sqrt{3}$  的被开方数不相同，不能合并；

C 选项正确；D.  $4\sqrt{2} \div 2\sqrt{2} = 2$ ，D 选项不正确.

8. C 解析：由题意知， $x-1 \geq 0$ ， $x+1 \geq 0$ ，所以  $x \geq 1$ .

9. C

10. C

11.  $\frac{\sqrt{6}}{3} 3xy\sqrt{2y}$

12.  $>$  ;  $<$

13.2 解析：由一个正数的两个平方根互为相反数，知  $(2a-2) + (a-4) = 0$ ,

所以  $a = 2$ .

14.5 解析： $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - \sqrt{24} = 2 + 2\sqrt{6} + 3 - 2\sqrt{6} = 5$ .

15.11

16.  $x \geq -1$  解析：式子  $\sqrt{x+1}$  在实数范围内有意义的条件是  $x+1 \geq 0$ , 解得  $x \geq -1$ .

17.  $2\sqrt{3}$  解析：由题意知  $x = 2, y = \sqrt{3}$ , 所以  $xy = 2\sqrt{3}$ .

18. 2.5 解析：因为  $2 < \sqrt{7} < 3$ , 所以

$5 - \sqrt{7}$  的整数部分是 2, 小数部分是  $3 - \sqrt{7}$ , 所以  $m = 2, n = 3 - \sqrt{7}$ ,

所以  $(6 - 2\sqrt{7})a + (3 - \sqrt{7})^2 b = 1$ , 即  $(6 - 2\sqrt{7})a + (16 - 6\sqrt{7})b = 1$ , 所以

$6a + 16b = 1, 2\sqrt{7}a + 6\sqrt{7}b = 0$ , 所以  $a = 1.5, b = -0.5$ , 所以  $2a + b = 2.5$ .

19. 解：(1)  $\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{\frac{1}{3}} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ .

(2)  $(\sqrt{48} - \sqrt{75}) \times \sqrt{1\frac{1}{3}} = (4\sqrt{3} - 5\sqrt{3}) \times \sqrt{\frac{4}{3}} = -\sqrt{3} \times \sqrt{\frac{4}{3}} = -2$ .

20. 解：原式 =  $\frac{a^2 - 1 + 2}{a+1} \cdot \frac{1}{a^2+1} = \frac{a^2+1}{a+1} \cdot \frac{1}{a^2+1} = \frac{1}{a+1}$ .

当  $a = \sqrt{2} - 1$  时, 原式 =  $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

21. 解： $a(a-2b) + (a+b)^2$

$$= a^2 - 2ab + a^2 + 2ab + b^2$$

$$= 2a^2 + b^2.$$

当  $a=-1, b=\sqrt{2}$  时, 原式  $= 2 \times (-1)^2 + (\sqrt{2})^2 = 2 + 2 = 4$ .

22.解: (1)  $x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2 = [(2-\sqrt{3}) + (2+\sqrt{3})]^2 = 4^2 = 16$ .

(2)  $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y) = (2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}-2-\sqrt{3}) = 4 \times (-2\sqrt{3}) = -8\sqrt{3}$

23.解: (1) 周长  $= 5\sqrt{\frac{x}{5}} + \frac{1}{2}\sqrt{20x} + \frac{5}{4}x\sqrt{\frac{4}{5x}} = \sqrt{5x} + \sqrt{5x} + \frac{\sqrt{5x}}{2} = \frac{5}{2}\sqrt{5x}$ .

(2) 当  $x=20$  时, 周长  $= \frac{5}{2}\sqrt{5 \times 20} = 25$ . (答案不唯一, 符合题意即可)

24.解: 由题意可得  $\begin{cases} 3-a \geq 0, & \text{即 } a \leq 3 \\ 2a-6 \geq 0 & a \geq 3 \end{cases}$

所以  $a=3, b=\sqrt{3-3} + \sqrt{2 \times 3-6} + 4 = 4$ .

当腰长为 3 时, 三角形的三边长为  $3, 3, 4$ , 周长为 10;

当腰长为 4 时, 三角形的三边长为  $4, 4, 3$ , 周长为 11.

25.解: (1)  $\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}} = \frac{1 \times (\sqrt{7}-\sqrt{6})}{(\sqrt{7}+\sqrt{6})(\sqrt{7}-\sqrt{6})} = \sqrt{7}-\sqrt{6}$ .

(2)  $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = \frac{1 \times (\sqrt{n+1}-\sqrt{n})}{(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})} = \sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ .

(3)  $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{98}+\sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$   
 $= (\sqrt{2}-1) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) + (\sqrt{4}-\sqrt{3}) + \dots + (\sqrt{99}-\sqrt{98}) + (\sqrt{100}-\sqrt{99})$   
 $= -1 + \sqrt{100} = -1 + 10 = 9$ .

