

## 期末复习——一元二次方程

### 1. 一元二次方程的概念：

(1) 注意一元二次方程定义中的三个条件：有一个未知数，含未知数的最高次是2，整式方程，是判断一个方程是否是一元二次方程的依据。

(2) 强调：要先把一元二次方程化为一般形式  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ )，才能确定  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的值。

### 2. 一元二次方程的解法：

(1) 直接开平方法：

它是平方根的概念为基础，适合于形如  $(ax + b)^2 = c$  ( $a \neq 0, c \geq 0$ ) 类型的方程。

(2) 配方法：

先把二次项系数化为1，再对  $x^2 + px$  进行配方，即在方程两边同时加上一次项系数一半的平方  $\left(\frac{p}{2}\right)^2$ ，就能配出一个含有未知数的一次式的完全平方式，变形为： $(x + m)^2 = n$  ( $n \geq 0$ ) 的形式，再直接开平方解方程。

(3) 公式法：

用配方法推导求根公式，由此产生了第三种解法公式法，它是解一元二次方程的主要方法，是解一元二次方程的通用法。

关键是把方程整理成一元二次方程的一般形式，确认  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的值（特别注意正、负号），求出  $\Delta = b^2 - 4ac$  的值（以便决定有无必要代入求根公式），

若  $b^2 - 4ac \geq 0$ ，则代入求根公式  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 。

(4) 因式分解法：

适用于方程左边易于分解，而右边是零的方程。

我们在解一元二次方程时，要注意根据方程的特点，选择适当的解法，使解题过程简捷些。一般先考虑直接开平方法，再考虑因式分解法，最后考虑公式法。

对于二次项系数含有字母系数的方程，要注意分类讨论。

### 3. 一元二次方程根的判别式

一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 根的情况可以用判别式  $b^2 - 4ac$  即  $\Delta$  来判断。

当  $b^2 - 4ac > 0$  时，方程有两个不相等的实数根。

当  $b^2 - 4ac = 0$  时，方程有两个相等的实数根。

当  $b^2 - 4ac < 0$  时，方程没有实数根。

根的判别式  $\Delta = b^2 - 4ac$  的意义，在于不解方程可以判别根的情况，还可以根据根的情况确定未知系数的取值范围。

### 4. 一元二次方程根与系数关系。

已知  $x_1$ 、 $x_2$  是一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的两个根，那么， $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ， $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ ，逆命题也成立。

一元二次方程的两根和与两根积和系数的关系在以下几个方面有着广泛的应用：

- (1) 已知方程的一根，求另一个根和待定系数的值。
- (2) 不解方程，求某些代数式的值。
- (3) 已知两个数，求作以这两个数为根的一元二次方程。
- (4) 已知两数和与积，求这两个数。
- (5) 二次三项式的因式分解。

.....

运用根与系数的关系，可以大大缩减了复杂的运算量，避免进行无理数的计算。

注意：在应用根与系数的关系时，不要忽略隐含条件  $\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ a \neq 0 \end{cases}$ 。

### 5. 分式方程的解法

一般有两种：即去分母法和换元法。

解分式方程时，需要将方程的两边同时乘以各分式的最简公分母，从而约去各分母，把原来的分式方程转化为整式方程，在转化的过程中可能产生增根，所以在解分式方程时必须验根。

### 6. 二次三项式的配方

判断一元二次方程根的情况时常用

$$m^2 \geq 0 \quad -m^2 \leq 0 \quad (2k+3)^2 + 4 > 0 \quad - (2k+3)^2 - 4 < 0$$

### 7. 十字相乘法

$$2x^2 + 7x + 6 = (x+2)(2x+3)$$

$$2x^2 - 7x + 3 = (x-3)(2x-1)$$

$$6x^2 - 7x - 5 = (2x+1)(3x-5)$$

### 典型例题

例1. 判断下列方程是不是一元二次方程？

(1)  $x^3 - x^2 - 5 = 0$  ; (2)  $x + \frac{1}{x} - 2 = 0$  ; (3)  $x^2 = 1$  ;

(4)  $ax^2 + bx + c = 0$  ; (5)  $(a^2 + 1)x^2 - ax + 5 = 0$  ;

(6)  $x^2 - 2xy + y^2 = 1$  ; (7)  $x(x-1) = x^2 - 2$

例2. 用直接开平方法一元二次方程：

1.  $9x^2 - 25 = 0$  ; 2.  $(3x+2)^2 - 4 = 0$  ; 3.  $(x + \sqrt{3})^2 = 4\sqrt{3}x$  4.  $(2x+3)^2 = 3(4x+3)$  .

用配方法解一元二次方程：

1.  $x^2 - 4x - 3 = 0$  ; 2.  $6x^2 + x = 35$  ; 3.  $4x^2 + 4x + 1 = 7$  ; 4.  $2x^2 - 3x - 3 = 0$  .

用公式法解一元二次方程：

1.  $x^2 + 2 = 2\sqrt{2}x$  ; 2.  $2x^2 + 7x - 4 = 0$  ; 3.  $2y^2 - y = 5$  4.  $3x^2 + 5(2x+1) = 0$

用因式分解法解一元二次方程：

1.  $2x(x+7) = 5(x+7)$  2.  $(4x-3)^2 = (x+3)^2$

3.  $x^2 - 2x - 8 = 0$  4.  $x^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})x - \sqrt{6} = 0$

### 四、用适当的方法解关于 x 的方程

1、 $16(x+5)^2 - 9 = 0$       2、 $(x-4)^2 = 8$       3、 $(y+2)(2y+3) = 8$

4、 $x^2 - 3x + 2 = 0$       5、 $2x^2 + 3x - 4 = 0$       6、 $16y^2 + 9 = 24y$  ;

7、 $5(x^2+1) - 7x = 0$       8、 $(3x-1)^2 - 9x + 3 = 4$       9、 $(x-\sqrt{5})^2 + x^2 = 5$

10、 $2x(x+7) = 5(x+7)$       11、 $x^4 - x^2 - 12 = 0$       12、 $2x^2 - 2\sqrt{2}x - 1 = 0$

13、 $(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12 = 0$       14、 $(\frac{x}{2x+3})^2 - 3(\frac{x}{2x+3}) + 2 = 0$

例3. 当  $k$  为何值时，关于  $x$  的方程  $x^2 - (2k-1)x = -k^2 + 2k + 3$  (1) 有两个不相等的实数根；(2) 有两个相等的实数根；(3) 没有实数根。

例4.  $m$ 为何值时, 关于 $x$ 的方程 $mx^2 - 3mx + m + 5 = 0$ 有两个相等的实数根?

求出这时方程的根。

例5. 已知方程 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 的两实数根为 $\alpha$ 、 $\beta$ , 不解方程求下列各式的值。

(1)  $\alpha^2 + \beta^2$ ; (2)  $\alpha^3\beta + \alpha\beta^3$ ; (3)  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$ ;

(4)  $(\alpha - 1)(\beta - 1)$ ; (5)  $\alpha - \beta$ ; (6)  $3\alpha^2 + 4\beta^2 + 3\beta$

解:

$\because \alpha, \beta$ 是方程 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 的两个实数根

$\therefore \alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -1$

$\alpha^2 + 3\alpha - 1 = 0$ , 则 $\alpha^2 = 1 - 3\alpha$ ;

$\beta^2 + 3\beta - 1 = 0$ , 则 $\beta^2 = 1 - 3\beta$ 。

(1)  $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-3)^2 - 2 \times (-1) = 11$

(2)  $\alpha^3\beta + \alpha\beta^3 = \alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2) = (-1) \times 11 = -11$

(3)  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{11}{-1} = -11$

(4)  $(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = (-1) - (-3) + 1 = 3$

(5)  $\alpha - \beta = \pm\sqrt{(\alpha - \beta)^2} = \pm\sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta} = \pm\sqrt{(-3)^2 - 4(-1)} = \pm\sqrt{13}$

(6) 由根的定义代进去, 构成关于根的方程再降次。

$\therefore 3\alpha^2 + 4\beta^2 + 3\beta$

$= 3(1 - 3\alpha) + 4(1 - 3\beta) + 3\beta$

$= 7 - 9(\alpha + \beta)$

$= 7 - 9 \times (-3)$

$= 34$

例6. 已知关于 $x$ 的方程 $x^2 - (k+2)x + 2k = 0$

(1) 求证: 无论 $k$ 取任何实数值, 方程总有实数根。

(2) 若等腰三角形的一边长为1, 另两边长恰是这个方程的两个根, 求三角形的周长。

解:

(1) 证明:  $\Delta = [-(k+2)]^2 - 4 \times 2k$   
 $= k^2 + 4k + 4 - 8k$   
 $= k^2 - 4k + 4$   
 $= (k - 2)^2$

$\because (k - 2)^2 \geq 0$

$\therefore$ 无论 $k$ 取任何实数值, 方程总有实数根

(2)  $\because$ 等腰三角形的一边长为1

$\therefore$ 要分类讨论

①当腰为1时, 则另一腰长1和底边是方程 $x^2 - (k+2)x + 2k = 0$ 的两个根

则把 $x = 1$ 代入方程, 得:  $k = 1$

则方程化为 $x^2 - 3x + 2 = 0$

$x_1 = 1, x_2 = 2$

则底边为2

三边为1, 1, 2, 不符合三角形两边之和大于第三边, 舍去。

② 当底边为1时, 则两个腰为方程的两个根, 即方程有两个相等的根

$$\therefore \Delta = [-(k+2)]^2 - 8k = (k-2)^2 = 0$$

$$\therefore k = 2, \text{ 则方程化为 } x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x_1 = x_2 = 2$$

三边为2, 2, 1, 符合三角形三边关系定理。

$\therefore$  三角形的周长为5

## 选择题

1. 2008年爆发的世界金融危机, 是自上世纪三十年代以来世界最严重的一场金融危机。受金融危机的影响, 某商品原价为200元, 连续两次降价 $a\%$ 后售价为148元, 下面所列方程正确的是 ( )

A.  $200(1+a\%)^2 = 148$

B.  $200(1-a\%)^2 = 148$

C.  $200(1-2a\%) = 148$

D.  $200(1-a^2\%) = 148$

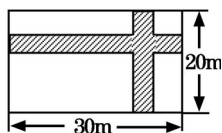
2. 如图, 在宽为20米、长为30米的矩形地面上修建两条同样宽的道路, 余下部分作为耕地。若耕地面积需要551米<sup>2</sup>, 则修建的路宽应为 ( )

A. 1米

B. 1.5米

C. 2米

D. 2.5米



3. 以3和-1为两根的一元二次方程是 ( )

A.  $x^2 + 2x - 3 = 0$

B.  $x^2 + 2x + 3 = 0$

C.  $x^2 - 2x - 3 = 0$

D.  $x^2 - 2x + 3 = 0$

4. 某农机厂四月份生产零件50万个, 第二季度共生产零件182万个。设该厂五、六月份

平均每月的增长率为 $x$ , 那么 $x$ 满足的方程是 ( )

A.  $50(1+x)^2 = 182$

B.  $50 + 50(1+x) + 50(1+x)^2 = 182$

C.  $50(1+2x) = 182$

D.  $50 + 50(1+x) + 50(1+2x) = 182$

5. 三角形两边的长是3和4, 第三边的长是方程 $x^2 - 12x + 35 = 0$ 的根, 则该三角形的周长为 ( )

A. 14

B. 12

C. 12或14

D. 以上都不对

6. 关于 $x$ 的方程 $ax^2 - (a+2)x + 2 = 0$ 只有一解(相同解算一解), 则 $a$ 的值为 ( )

A.  $a=0$

B.  $a=2$

C.  $a=1$

D.  $a=0$ 或 $a=2$

7. 已知 $x=2$ 是一元二次方程 $x^2 + mx + 2 = 0$ 的一个解, 则 $m$ 的值是 ( )

A. -3

B. 3

C. 0

D. 0或3

8. 设方程 $x^2 - 4x - 1 = 0$ 的两个根为 $x_1$ 与 $x_2$ , 则 $x_1x_2$ 的值是 ( )

A. -4

B. -1

C. 1

D. 0

9. 已知关于 $x$ 的方程 $x^2 - kx - 6 = 0$ 的一个根为 $x=3$ , 则实数 $k$ 的值为 ( )

A. 1

B. -1

C. 2

D. -2

10. 定义: 如果一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 满足 $a + b + c = 0$ , 那么我们称这个方程为“凤凰”方

程. 已知 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 是“凤凰”方程, 且有两个相等的实数根, 则下列结论正确的是 ( )

A.  $a = c$

B.  $a = b$

C.  $b = c$

D.  $a = b = c$

11. 一元二次方程 $(m-2)x^2 - 4mx + 2m - 6 = 0$ 有两个相等的实数根, 则 $m$ 等于 ( )

A. -6

B. 1

C. -6或1

D. 2

12. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - mx + 2m - 1 = 0$  的两个实数根分别是  $x_1, x_2$ , 且  $x_1^2 + x_2^2 = 7$ , 则  $(x_1 - x_2)^2$  的值是 ( )

- A. 1                      B. 12                      C. 13                      D. 25

13. 某旅游景点三月份共接待游客 25 万人次, 五月份共接待游客 64 万人次, 设每月的平均增长率为  $x$ , 则可列方程为 ( )

- A.  $25(1+x)^2 = 64$       B.  $25(1-x)^2 = 64$   
C.  $64(1+x)^2 = 25$       D.  $64(1-x)^2 = 25$

14. 若  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $x^2 - 5x + 6 = 0$  的两个根, 则  $x_1 + x_2$  的值是 ( )

- A. 1                      B. 5                      C. -5                      D. 6

15. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 6x + k + 1 = 0$  的两个实数根是  $x_1, x_2$ , 且  $x_1^2 + x_2^2 = 24$ , 则  $k$  的值是 ( )

- A. 8                      B. -7                      C. 6                      D. 5

16. 关于  $x$  的方程  $(a-6)x^2 - 8x + 6 = 0$  有实数根, 则整数  $a$  的最大值是 ( )

- A. 6                      B. 7                      C. 8                      D. 9

17. 设  $a, b$  是方程  $x^2 + x - 2009 = 0$  的两个实数根, 则  $a^2 + 2a + b$  的值为 ( )

- A. 2006                  B. 2007                  C. 2008                  D. 2009

18. 下列方程是关于  $x$  的一元二次方程的是 ( )

- A.  $ax^2 + bx + c = 0$     B.  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = 2$     C.  $x^2 + 2x = x^2 - 1$     D.  $3(x+1)^2 = 2(x+1)$

19. 若方程  $x^2 - 3x - 1 = 0$  的两根为  $x_1, x_2$ , 则  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$  的值为 ( )

- A. 3                      B. -3                      C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $-\frac{1}{3}$

20. 方程  $(x-3)(x+1) = x-3$  的解是 ( )

- A.  $x=0$                   B.  $x=3$                   C.  $x=3$  或  $x=-1$                   D.  $x=3$  或  $x=0$

21. 一元二次方程  $5x^2 - 2x = 0$  的解是 ( )

- A.  $x_1=0, x_2=\frac{2}{5}$                       B.  $x_1=0, x_2=-\frac{5}{2}$   
C.  $x_1=0, x_2=\frac{5}{2}$                       D.  $x_1=0, x_2=-\frac{2}{5}$

22. 用配方法解一元二次方程  $x^2 - 4x = 5$  的过程中, 配方正确的是 ( )

- A.  $(x+2)^2 = 1$     B.  $(x-2)^2 = 1$     C.  $(x+2)^2 = 9$     D.  $(x-2)^2 = 9$

23. 用换元法解分式方程  $\frac{x-1}{x} - \frac{3x}{x-1} + 1 = 0$  时, 如果设  $\frac{x-1}{x} = y$ , 将原方程化为关于  $y$  的整式方程, 那么这个整式方程是 ( )

- A.  $y^2 + y - 3 = 0$                       B.  $y^2 - 3y + 1 = 0$   
C.  $3y^2 - y + 1 = 0$                       D.  $3y^2 - y - 1 = 0$

24. 方程  $x^2 + 2x - 3 = 0$  的两根的情况是 ( )

- A. 没有实数根                      B. 有两个不相等的实数根  
C. 有两个相同的实数根                      D. 不能确定

25. 若关于  $x$  的一元二次方程  $kx^2 - 6x + 9 = 0$  有两个不相等的实数根, 则  $k$  的取值范围 ( )

- A.  $k < 1$     B.  $k \neq 0$     C.  $k < 1$  且  $k \neq 0$     D.  $k > 1$

26. 对于一元二次方程  $3y^2 + 5y - 1 = 0$ , 下列说法正确的是 ( )

- A. 方程无实数根                      B. 方程有两个相等的实数根

C. 方程有两个不相等的实数根 D. 方程的根无法确定

27. 方程  $x^2 - x + 2 = 0$  根的情况是 ( )

A. 只有一个实数根 B. 有两个相等的实数根

C. 有两个不相等的实数根 D. 没有实数根

28. 下列一元二次方程中, 没有实数根的是 ( )

A.  $x^2 + 2x - 1 = 0$  B.  $x^2 + 2\sqrt{2}x + 2 = 0$  C.  $x^2 + \sqrt{2}x + 1 = 0$  D.  $-x^2 + x + 2 = 0$

29. 若  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $3x^2 + x - 1 = 0$  的两个根, 则  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$  的值是 ( )

A. 2 B. 1 C. -1 D. 3

30. 如果方程  $x^2 + 2x + m = 0$  有两个同号的实数根, 则  $m$  的取值范围是 ( )

A.  $m < 1$  B.  $0 < m \leq 1$  C.  $0 \leq m < 1$  D.  $m > 0$

31. 一元二次方程  $x^2 + 2x - 1 = 0$  的根的情况是 ( )

A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根

C. 没有实数根 D. 不能确定

32. 一元二次方程  $x^2 - 5x + 2 = 0$  的两个根为  $x_1, x_2$ , 则  $x_1 + x_2$  等于 ( )

A. -2 B. 2 C. -5 D. 5

33. 用换元法解方程  $(x + \frac{2}{x})^2 - (x + \frac{2}{x}) = 1$ , 设  $y = x + \frac{2}{x}$ , 则原方程可化为 ( )

A.  $y^2 - y - 1 = 0$  B.  $y^2 + y + 1 = 0$

C.  $y^2 + y - 1 = 0$  D.  $y^2 - y + 1 = 0$

34. 用换元法解方程:  $x^2 + 3x - \frac{2}{x^2 + 3x} + 1 = 0$ . 若设  $x^2 + 3x = y$ , 则原方程可变形为 ( )

A.  $y^2 - 2y + 1 = 0$  B.  $y^2 + 2y - 1 = 0$

C.  $y^2 - y + 2 = 0$  D.  $y^2 + y - 2 = 0$

35. 直角三角形两边的长分别是 8 和 6, 第 3 边的长是一元二次方程  $x^2 - 16x + 60 = 0$  的一个实数根, 则该三角形的面积是 ( )

A. 24 B. 24 或  $8\sqrt{5}$  C. 48 D.  $8\sqrt{5}$

36. 如图, 菱形  $ABCD$  的边长是 5, 两条对角线交于  $O$  点, 且  $AO, BO$  的长分别是关于  $x$  的方程  $x^2 + (2m - 1)x + m^2 + 3 = 0$  的根, 则  $m$  的值为 ( )

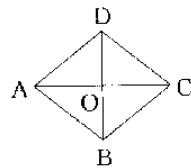
A. -3 B. 5 C. 5 或 -3 D. -5 或 3

37. 用配方法将二次三项式  $a^2 + 4a + 5$  变形, 结果是 ( )

A.  $(a - 2)^2 + 1$  B.  $(a + 2)^2 + 1$

C.  $(a - 2)^2 - 1$  D.  $(a + 2)^2 - 1$

38. 已知实数  $x$  满足  $x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} = 0$ , 那么  $x + \frac{1}{x}$  的值为 ( )



A.1 或-2 B.-1 或 2 C.1 D.-2

39. 张老师和李老师同时从学校出发, 步行 15 千米去县城购买书籍, 张老师比李老师每小时多走 1 千米, 结果比李老师早到半小时, 两位老师每小时各走多少千米? 设李老师每小时走  $x$  千米, 依题意得到的方程是 ( )

A.  $\frac{15}{x+1} - \frac{15}{x} = \frac{1}{2}$  B.  $\frac{15}{x} - \frac{15}{x+1} = \frac{1}{2}$

C.  $\frac{15}{x-1} - \frac{15}{x} = \frac{1}{2}$  D.  $\frac{15}{x} - \frac{15}{x-1} = \frac{1}{2}$

40. 党的十六大提出全面建设小康社会, 加快推进社会主义现代化, 力争国民生产总值到 2020 年比 2000 年翻两番。在本世纪的头二十年 (2001 年~2020 年), 要实现这一目标, 以十年为单位计算, 设每个十年的国民生产总值的增长率都是  $x$ , 那么  $x$  满足的方程为 ( )

A.  $(1+x)^2=2$  B.  $(1+x)^2=4$  C.  $1+2x=2$  D.  $(1+x)+2(1+x)=4$

41. 某学校用 420 元钱到商场去购买“84”消毒液, 经过还价, 每瓶便宜 0.5 元, 结果比用原价多买了 20 瓶, 求原价每瓶多少元? 若设原价每瓶  $x$  元, 则可列出方程为 ( )

A.  $\frac{420}{x} - \frac{420}{x-0.5} = 20$  B.  $\frac{420}{x-0.5} - \frac{420}{x} = 20$

C.  $\frac{420}{x} - \frac{420}{x-20} = 0.5$  D.  $\frac{420}{x-20} - \frac{420}{x} = 0.5$

42. 方程  $(x+1)(x-3)=5$  的解是 ( )

A.  $x_1=1, x_2=-3$  B.  $x_1=4, x_2=-2$  C.  $x_1=-1, x_2=3$  D.  $x_1=-4, x_2=2$

43. 若关于  $z$  的一元二次方程  $x^2 - 2x + m = 0$  没有实数根, 则实数  $m$  的取值范围是 ( )

A.  $m < 1$  B.  $m > -1$  C.  $m > 1$  D.  $m < -1$

44. 一元二次方程  $x^2 + x + 2 = 0$  的根的情况是 ( )

A. 有两个不相等的正根 B. 有两个不相等的负根

C. 没有实数根 D. 有两个相等的实数根

45. 用配方法解方程  $x^2 - 4x + 2 = 0$ , 下列配方正确的是 ( )

A.  $(x-2)^2 = 2$  B.  $(x+2)^2 = 2$  C.  $(x-2)^2 = -2$  D.  $(x-2)^2 = 6$

46. 关于  $x$  的方程  $x^2 + px + q = 0$  的两根同为负数, 则 ( )

A.  $p > 0$  且  $q > 0$  B.  $p > 0$  且  $q < 0$

C.  $p < 0$  且  $q > 0$  D.  $p < 0$  且  $q < 0$

47. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + kx + 4k^2 - 3 = 0$  的两个实数根分别是  $x_1, x_2$ , 且满足  $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$ . 则  $k$  的值为 ( )

A.  $-1$  或  $\frac{3}{4}$  B.  $-1$  C.  $\frac{3}{4}$  D. 不存在

48. 下列关于  $x$  的一元二次方程中, 有两个不相等的实数根的方程是 ( )

A.  $x^2 + 4 = 0$  B.  $4x^2 - 4x + 1 = 0$  C.  $x^2 + x + 3 = 0$  D.  $x^2 + 2x - 1 = 0$

49. 某商品原价 200 元, 连续两次降价  $a\%$  后售价为 148 元, 下列所列方程正确的是 ( )

- A.  $200(1+a\%)^2=148$       B.  $200(1-a\%)^2=148$   
 C.  $200(1-2a\%)=148$       D.  $200(1-a^2\%)=148$

50. 下列方程中有实数根的是 ( )

- A.  $x^2+2x+3=0$     B.  $x^2+1=0$     C.  $x^2+3x+1=0$     D.  $\frac{x}{x-1}=\frac{1}{x-1}$

51. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - m = 2x$  有两个不相等的实数根, 则  $m$  的取值范围是 ( )

- A.  $m > -1$     B.  $m < -2$     C.  $m \geq 0$     D.  $m < 0$

52. 解下面方程: (1)  $(x-2)^2=5$  (2)  $x^2-3x-2=0$  (3)  $x^2+x-6=0$ , 较适当的方法分别为 ( )

- A. (1) 直接开平方 (2) 因式分解法 (3) 配方法  
 B. (1) 因式分解法 (2) 公式法 (3) 直接开平方  
 C. (1) 公式法 (2) 直接开平方 (3) 因式分解法  
 D. (1) 直接开平方 (2) 公式法 (3) 因式分解法

53. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - mx + (m-2) = 0$  的根的情况是 ( )

- A. 有两个不相等的实数根    B. 有两个相等的实数根  
 C. 没有实数根                  D. 无法确定

54. 方程  $4(x-3)^2 + x(x-3) = 0$  的根为 ( )

- A.  $x=3$     B.  $x=\frac{12}{5}$     C.  $x_1=-3, x_2=\frac{12}{5}$     D.  $x_1=3, x_2=\frac{12}{5}$

55. 已知  $a, b$  是关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + nx - 1 = 0$  的两实数根, 则式子  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$  的值是 ( )

- A.  $n^2+2$     B.  $-n^2+2$     C.  $n^2-2$     D.  $-n^2-2$

56. 下列方程中, 有两个不等实数根的是 ( )

- A.  $x^2 = 3x - 8$                   B.  $x^2 + 5x = -10$   
 C.  $7x^2 - 14x + 7 = 0$           D.  $x^2 - 7x = -5x + 3$

57. 已知  $a, b, c$  分别是三角形的三边, 则方程  $(a+b)x^2 + 2cx + (a+b) = 0$  的根的情况是 ( )

- A. 没有实数根                                  B. 可能有且只有一个实数根  
 C. 有两个相等的实数根                      D. 有两个不相等的实数根

58. 如果关于  $x$  的一元二次方程  $k^2x^2 - (2k+1)x + 1 = 0$  有两个不相等的实数根, 那么  $k$  的取值范围是 ( )

- A.  $k > -\frac{1}{4}$     B.  $k > -\frac{1}{4}$  且  $k \neq 0$     C.  $k < -\frac{1}{4}$     D.  $k \geq -\frac{1}{4}$  且  $k \neq 0$

59. 关于方程式  $49x^2 - 98x - 1 = 0$  的解, 下列叙述何者正确? ( )

- A. 无解    B. 有两正根    C. 有两负根    D. 有一正根及一负根

60. 如果  $x_1, x_2$  是方程  $x^2 - 2x - 1 = 0$  的两个根, 那么  $x_1 + x_2$  的值为 ( )

- A. -1    B. 2    C.  $1 - \sqrt{2}$     D.  $1 + \sqrt{2}$

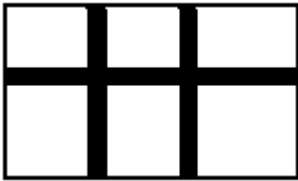
## 填空题

61. 当  $m$  满足\_\_\_\_\_时, 关于  $x$  的方程  $x^2 - 4x + m - \frac{1}{2} = 0$  有两个不相等的实数根.
62. 若关于  $x$  的方程  $x^2 + 2x + k - 1 = 0$  的一个根是 0, 则  $k =$ \_\_\_\_\_.
63. 已知一元二次方程  $2x^2 - 3x - 1 = 0$  的两根为  $x_1, x_2$ , 则  $x_1 \cdot x_2 =$ \_\_\_\_\_.
64. 一元二次方程  $x^2 + mx + 3 = 0$  的一个根为 -1, 则另一个根为\_\_\_\_\_.
65. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - x - m = 0$  有两个不相等的实数根, 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
66. 如果 2 是一元二次方程  $x^2 + bx + 2 = 0$  的一个根, 那么常数  $b$  的值为\_\_\_\_\_.
67. 定义新运算“ $*$ ”, 规则:  $a * b = \begin{cases} a(a \geq b) \\ b(a < b) \end{cases}$ , 如  $1 * 2 = 2$ ,  $(-\sqrt{5}) * \sqrt{2} = \sqrt{2}$ . 若  $x^2 + x - 1 = 0$  的两根为  $x_1, x_2$ , 则  $x_1 * x_2 =$ \_\_\_\_\_.
68. 若  $3a^2 - a - 2 = 0$ , 则  $5 + 2a - 6a^2 =$ \_\_\_\_\_.
69. 若  $n$  ( $n \neq 0$ ) 是关于  $x$  的方程  $x^2 + mx + 2n = 0$  的根, 则  $m+n$  的值为\_\_\_\_\_.
70. 关于  $x$  的一元二次方程  $-x^2 + (2k+1)x + 2 - k^2 = 0$  有实数根, 则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
71. 请你写出一个有一根为 1 的一元二次方程:\_\_\_\_\_.
72. 若把代数式  $x^2 - 2x - 3$  化为  $(x - m)^2 + k$  的形式, 其中  $m, k$  为常数, 则  $m + k =$ \_\_\_\_\_.
73. 如果关于  $x$  的方程  $x^2 - x + k = 0$  ( $k$  为常数) 有两个相等的实数根, 那么  $k =$ \_\_\_\_\_.
74. 有一个两位数, 如果用数字之和去除, 则商 8 余 7, 如果用数字对调后的两位数去除原来的两位数, 则商 4 余 3, 则这个两位数是\_\_\_\_\_.
75. 有一个两位数, 如果用数字之和去除, 则商 8 余 7, 如果用数字对调后的两位数去除原来的两位数, 则商 4 余 3, 则这个两位数是\_\_\_\_\_.
76. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + mx + n = 0$  有两个实数根, 则符合条件的一组  $m, n$  的实数值可以是  $m =$ \_\_\_\_\_,  $n =$ \_\_\_\_\_.
77. 如果  $x_1, x_2$  是方程  $x^2 - 5x + 6 = 0$  的两个根, 那么  $x_1 \cdot x_2 =$ \_\_\_\_\_.
78. 已知  $x_1, x_2$  是关于  $x$  的方程  $(a-1)x^2 + x + a^2 - 1 = 0$  的两个实数根, 且  $x_1 + x_2 = \frac{1}{3}$ , 则  $x_1 \cdot x_2 =$ \_\_\_\_\_.
79. 已知一元二次方程  $x^2 - 3x - 1 = 0$  的两个根是  $x_1, x_2$ , 则  $x_1 + x_2 =$ \_\_\_\_\_.
80. 请写出一个根为  $x = 1$ , 另一根满足  $-1 < x < 1$  的一元二次方程\_\_\_\_\_.
81. 一元二次方程  $y^2 + 2y - 4 = 0$  的根的情况是\_\_\_\_\_.
82. 一元二次方程  $x^2 - ax - 3a = 0$  的两根之和为  $2a - 1$ , 则两根之积为\_\_\_\_\_.
83. 如果  $(2a + 2b + 1)(2a + 2b - 1) = 63$ , 那么  $a + b$  的值为\_\_\_\_\_.
84. 在方程  $\left(\frac{x-1}{x+3}\right)^2 - 4\left(\frac{x-1}{x+3}\right) + 1 = 0$  中, 如果设  $y = \frac{x-1}{x+3}$ , 那么原方程可以化为关于  $y$  的整式方程是\_\_\_\_\_.
85. 在解方程  $\frac{1}{x^2 - 2x} + 2x = x^2 - 3$  时, 如果设  $y = x^2 - 2x$ , 那么原方程可化为关于  $y$  的一元二次方程的一般形式是\_\_\_\_\_.

86. 多项式  $x^2 + px + 12$  可分解为两个一次因式的积, 整数  $P$  的值可以是\_\_\_\_\_ (只写出一个即可) .
87. 大连某小区准备在每两幢楼房之间, 开辟面积为 300 平方米的一块长方形绿地, 并且长比宽多 10 米, 设长方形绿地的宽为  $x$  米, 则可列方程为\_\_\_\_\_ .
88. 已知一元二次方程有一个根是 2, 那么这个方程可以是\_\_\_\_\_ (填上你认为正确的一个方程即可) .
89. 已知关于  $x$  的方程  $x^2 - (a+2)x + a - 2b = 0$  的判别式等于 0, 且  $x = \frac{1}{2}$  是方程的根, 则  $a + b$  的值为\_\_\_\_\_
90. 方程  $x^2 - 3x - 6 = 0$  与方程  $x^2 - 6x + 3 = 0$  的所有根的乘积是\_\_\_\_\_ .
91. 已知  $a \neq 0, a \neq b, x = 1$  是方程  $ax^2 + bx - 10 = 0$  的一个解, 则  $\frac{a^2 - b^2}{2a - 2b}$  的值是\_\_\_\_\_ .
92. 阅读下面的例题:  
解方程:  $x^2 - |x| - 2 = 0$   
解: (1) 当  $x \geq 0$  时, 原方程化为  $x^2 - x - 2 = 0$ , 解得:  $x_1 = 2, x_2 = -1$  (不合题意, 舍去) .  
(2) 当  $x < 0$  时, 原方程化为  $x^2 + x - 2 = 0$ , 解得:  $x_1 = 1$  (不合题意, 舍去),  $x_2 = -2$   
 $\therefore$  原方程的根是  $x_1 = 2, x_2 = -2$  .  
请参照例题解方程  $x^2 - |x - 3| - 3 = 0$ , 则此方程的根是\_\_\_\_\_ .
93. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + bx + c = 0$  的两个实数根分别为 1 和 2, 则  $b =$  \_\_\_\_\_ ;  $c =$  \_\_\_\_\_ .
94. 已知方程  $x^2 + (a - 3)x + 3 = 0$  在实数范围内恒有解, 并且恰有一个解大于 1 小于 2, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_ .
95. 已知  $x = -1$  是关于  $x$  的方程  $2x^2 + ax - a^2 = 0$  的一个根, 则  $a =$  \_\_\_\_\_ .
96. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 2x - k = 0$  没有实数根, 则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_ .
97. 写出一个两实数根符号相反的一元二次方程: \_\_\_\_\_ .
98. 已知  $2 - \sqrt{5}$  是一元二次方程  $x^2 - 4x + c = 0$  的一个根, 则方程的另一个根是\_\_\_\_\_ .
99. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $(k+1)x^2 + 2x - 1 = 0$  有两个不相同的实数根, 则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_ .
100. 已知一元二次方程  $x^2 + px + 3 = 0$  的一个根为  $-3$ , 则  $P =$  \_\_\_\_\_ .
101. 已知  $x_1, x_2$  是方程  $x^2 - 3x - 2 = 0$  的两个实根, 则  $(x_1 - 2)(x_2 - 2) =$  \_\_\_\_\_ .
102. 已知  $\alpha, \beta$  为方程  $x^2 + 4x + 2 = 0$  的二实根, 则  $\alpha^3 + 14\beta + 50 =$  \_\_\_\_\_ .
103. 等腰  $\triangle ABC$  两边的长分别是一元二次方程  $x^2 - 5x + 6 = 0$  的两个解, 则这个等腰三角形的周长是\_\_\_\_\_ .
104. 三角形的每条边的长都是方程  $x^2 - 6x + 8 = 0$  的根, 则三角形的周长是\_\_\_\_\_ .
105. 某房屋开发公司经过几年的不懈努力, 开发建设住宅面积由 2000 年 4 万平方米, 到 2002 年的 7 万平方米. 设这两年该房屋开发公司开发建设住宅面积的年平均增长率为  $x$ , 则可列方程为\_\_\_\_\_ .
106.  $x^2 + 6x +$  \_\_\_\_\_  $= (x +$  \_\_\_\_\_  $)^2$ ;  $x^2 - 3x +$  \_\_\_\_\_  $= (x -$  \_\_\_\_\_  $)^2$
107. 如果二次三项式  $x^2 - 2(m+1)x + 16$  是一个完全平方, 那么  $m$  的值是\_\_\_\_\_ .
108. 如果一元二次方程  $(m-2)x^2 + 3x + m^2 - 4 = 0$  有一个根为 0, 则  $m =$  \_\_\_\_\_ ;
109. 若方程  $x^2 + px + q = 0$  的两个根是  $-2$  和  $3$ , 则  $P, q$  的值分别为\_\_\_\_\_ .

110. 已知方程  $x^2 - 3x + 1 = 0$  的两根是  $x_1, x_2$ ; 则:  $x_1^2 + x_2^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

### 应用题

- 1、某厂今年一月份生产甲型机床 64 台, 乙型机床若干台, 从二月份起, 甲型机床的逐月增长率比乙型机床逐月增加 6 台, 已知二月份生产的甲型机床是乙型机床的 4 倍, 三月份甲、乙两型机床共生产 105 台, 求甲型机床的月增长率及一月份生产乙型机床的台数。
- 2、为了绿化事业, 某中学在 2002 年植树 400 棵, 谋划到 2004 底, 使这三年的植树总数达到 1324 棵, 求该校植树平均每年增长的百分数;
- 3、某科技公司研制成功一种新产品, 决定向银行贷款 200 万元资金用于生产这种产品, 签定的合同约定两年到期时一次性还本付息, 利息为本金的 8%, 该产品投放市场后, 由于产销对路, 使公司在两年到期时除还清贷款的本金和利息外, 还盈余 72 万元。若该公司在生产期间每年比上一年资金增长的百分数相同, 试求这个百分数。
- 4、要建成一面积为  $130\text{m}^2$  的仓库, 仓库的一边靠墙 (墙宽  $16\text{m}$ ), 并在与墙平行的一边开一个宽  $1\text{m}$  的门, 现有能围成  $32\text{m}$  的木板。求仓库的长与宽各是多少?
- 5、某人将 2000 元人民币按一年定期存入银行, 到期后支取 1000 元用作购物, 剩下的 1000 元及应得利息又全部按一年定期存入银行。若存款的利率不变, 到期后得本金和利息共 1320 元。求这种存款方式的年利率。
- 6、要在长 32m, 宽 20m 的长方形绿地上修建宽度相同的道路, 六块绿地面积共  $570\text{m}^2$ , 问道路宽应为多宽?  

- 7、某工人计划在一定的时间内完成 200 个机器零件, 实际制造时每天比原计划多制造 5 个, 结果提前 2 天完成任务, 求这个工人实际工作的天数?
- 8、轮船顺水航行 80 公里所需的时间和逆水航行 60 公里所需的时间相同, 已知水流的速度是 3 公里/小时, 求轮船在静水中的速度。

- 9、某少年军校的师生到距学校 15km 的部队营地参观学习。一部分人骑自行车走，过了 40 分钟，其余的人乘汽车出发，结果他们同时到达。已知汽车的速度是自行车的 3 倍，求两车的速度。
- 10、甲、乙两同学同时从学校出发，步行 10 千米来到张村，甲比乙每小时多走 1 千米，结果甲比乙早到 20 分钟，求甲、乙两人每小时各走多少千米？
- 11.一块矩形铁板，长是宽的 2 倍，如在四个角上截去长为 5cm 的小正方形，然后把四边折起来，做成一个没有盖子的盒子，盒子的容积为  $3000\text{cm}^3$ ，求长、宽。
12. 一个三位数，百位上的数字是 2，十位上的数字比个位上的数字小 3，这个三位数各数位上的数字之积的 6 倍比这个三位数少 20，求此数。
- 某商场将某商品的售价从原来的每件 40 元经过两次调价后，调至每件 32.4 元。
- ① 若该商品两次调价的降价率相同，求降价率。
- ② 经调查，该商品每降价 0.2 元，即可多销售 10 件，若该商品原来每月可销售 500 件，那么两次调价后，每月可销售该商品多少件？
13. A、B 两地相距 10km，甲步行从 A 地前往 B 地，1.5 小时后乙骑车也从 A 地前往 B 地，结果甲、乙二人同时到达 B 地，如果乙骑车每小时走的距离比甲每小时所走距离的 2 倍还多 2 千米，求甲、乙二人的速度。
- 14.一项工程，甲队单独做比甲、乙两队合做完工的天数多 5 天，如甲、乙两队先合做 4 天，再由乙队单独做 3 天，才能完成工程的一半，问剩下的一半工程由乙队单做，还需多少天。
15. 装配车间，原计划在若干天内装配出 44 台机床，最初 3 天按计划进行，以后为了赶进度，每天多装配 2 台，因此提前 2 天且超额 4 台完成任务，问原计划每天装配多少台机床。