第七章　平行线的证明

7.1 为什么要证明、7.2 定义与命题

专题 推理在实际中的应用

1．甲、乙、丙、丁四个小朋友在院里玩球，忽听“砰”的一声，球击中了李大爷家的窗户.李大爷跑出来查看，发现一块窗户玻璃被打裂了.李大爷问:“是谁闯的祸?”

甲说:“是乙不小心闯的祸.”

乙说:“是丙闯的祸.”

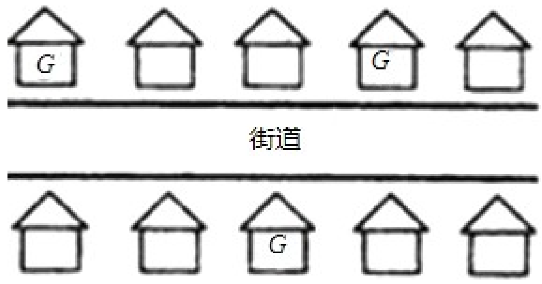
丙说:“乙说的不是实话.”

丁说:“反正不是我闯的祸.”

如果这四个小朋友中只有一个人说了实话,请你帮李大爷判断一下,究竟是谁闯的祸(　)

A.甲　　B. 乙　　C.丙　　D.丁

2．如图，在一条街道的两边各有 1 排房子，每排都有 5 间，如果标号为 G 的房子被涂成灰色，要求每一排中相邻的房子不能同色，两排中直接相对的房子也不能是同种颜色，则剩下的 7 间房子中有__________间的颜色不能被涂成灰色．



3．在元旦晚会上，学校组织了一次关于语文、数学、外语、奥运及日常生活常识的知识竞赛，设定满分 40 分，往下依次为 30 分、20 分、10 分和 0 分共五个评分等级．每个小组分别回答这五个方面的问题，现将 A、B、C、D、E 五个小组的部分得分列表如下：

	语文	数学	外语	常识	奥运	总分	名次
A 组						180	I
B 组							2
C 组							3
D 组		30					4
E 组	40			20			5

表中（1）每一竖行的得分均不相同（包括单科和总分），（2）C 组有 4 个方面得分相同．

求：B、C、D、E 组的总分并填表进行检验．

答案：

1．D 【解析】 本题可分三种情况进行讨论：

① 若甲真，则乙假，丙真，丁真，这种情况下，三人说了实话，显然与条件不符；

② 若甲假，乙真，则丙假，丁真，这种情况下，两人说了实话，显然与条件不符；

③ 若甲假，乙假，则丙真，丁假，这种情况下，只有丙说了实话，符合题目给出的条件．

由于丁说了假话，因此闯祸的人一定是丁．故选 D．

2．6 【解析】 第一排未涂颜色的三间房子，均与标号为 G 的房子相邻，所以均不能被涂成灰色;第二排从左向右数，第一间房子与标号为 G 的房子相对，所以不能被涂成灰色,第二、四间房子与标号为 G 的房子相邻，所以不能被涂成灰色,只有第五间房子既不与标号为 G 的房子相邻也不相对，可以被涂成灰色．所以剩下的 7 间房子中有 6 间的颜色不能被除数涂成灰色．

3．**解**：由表格知：E 组的总分 $E_{总}$ ≥60．

五个组的总分为：5×（10+20+30+40）=500（分）．

若 $E_{总}$ =70，又每一竖行得分不相同，则 5 组的总分之和

≥70+80+90+100+180=520≥500，

矛盾，$\therefore$ $E_{总}$ =60．

同理，$D_{总}$ =70 分．

故 $E_{总}$ =60 分，$D_{总}$ =70 分，$C_{总}$ =80 分，$B_{总}$ =110 分，

或 $E_{总}$ =60 分，$D_{总}$ =70 分，$C_{总}$ =90 分，$B_{总}$ =100 分．

填表对这两种情况分别给予检验（见下表）：

	语文	数学	外语	常识	奥运	总分	名次
A 组	30	40	40	40	30	180	1
B 组	0	10	30	30	40	110	2
C 组	20	20	20	0	20	80	3
D 组	10	30	10	10	10	70	4
E 组	40	0	0	20	0	60	5

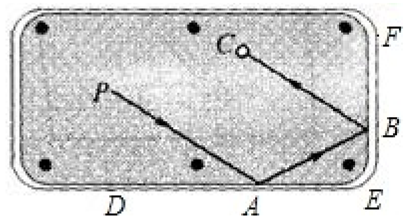
	语文	数学	外语	常识	奥运	总分	名次

A组	30	40	4O	4O	30	180	1
B组	1O	1O	1O	3O	40	1OO	2
C组	2O	2O	2O	1O	20	9O	3
D组	0	3O	3O	O	1O	7O	4
E组	40	O	O	20	0	60	5

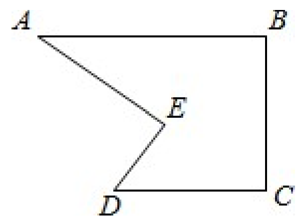
7.3 平行线的判定

专题 平行线的判定的实际应用

1．如图，台球运动中，如果母球 P 击中边点 A，经桌边反弹后击中相邻的另一桌边的点 B，再次反弹．那么母球 P 经过的路线 BC 与 PA 一定平行．请说明理由．



2．小明到工厂去进行社会实践活动时，发现工人师傅生产了一种如图所示的零件，要求AB∥CD，∠BAE=35°，∠AED=90°．小明发现工人师傅只是量出∠BAE=35°，∠AED=90°后，又量了∠EDC=55°，于是他就说AB与CD肯定是平行的，你知道什么原因吗？

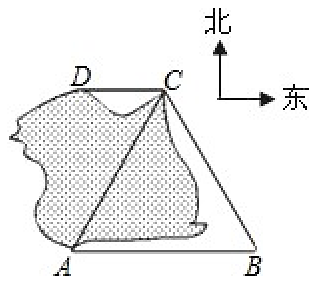


3．如图，某湖上风景区有两个观望点A，C和两个度假村B，D．度 假村D在C的正西方向，度假村B在C的南偏东30°方向，度假村B到两个观望点的距离都等于2km．

（1）求道路CD与CB的夹角；

（2）如果度假村D到C是直公路，长为1km，D到A是环湖路，度假村B到两个观望点的总路程等于度假村D到两个观望点的总路程．求出环湖路的长；

（3）根据题目中的条件，能够判定DC∥AB吗？若能，请写出判断过程；若不能，请你加上一个条件，判定DC∥AB．



答案：

1．**解：**∵∠PAD=∠BAE，∠PAB=180°-∠PAD-∠BAE，

∴∠PAB=180°-2∠BAE．

同理，∠ABC=180°-2∠ABE．

∵∠BAE+∠ABE=90°，

∴∠PAB+∠ABC=360°-2（∠BAE+∠ABE）=180°．

∴BC∥PA．

2．**解：**AB 与 CD 平行．

理由是：延长 AE 交 DC 于 M，

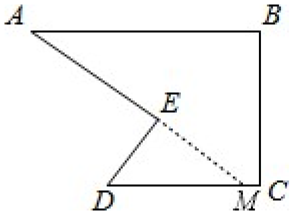
∵∠AED=90°，∠EDC=55°，

∴∠AMD=∠AED-∠EDC=35°，

∵∠BAE=35°，

∴∠BAE=∠AMD，

∴AB∥DC．



3．**解：**（1）如图所示，过 C 作 CM⊥CD 交 AB 与 M，则∠DCM=90°，∠MCB=30°，

∴CD 与 CB 的夹角为 90°+30°=120°；

（2）环湖路的长=AB+BC-CD=3km；

（3）不能判定 DC∥AB．

加上的条件可以是：CA 平分∠DCB．

证明：∵AB=AC，

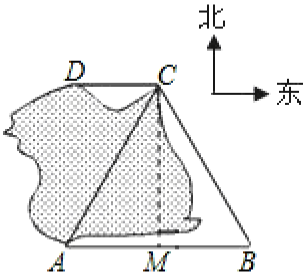
∴∠CAB=∠ACB，

∵CA 平分∠DCB，

∴∠DCA=∠ACB，

∴∠DCA=∠CAB，

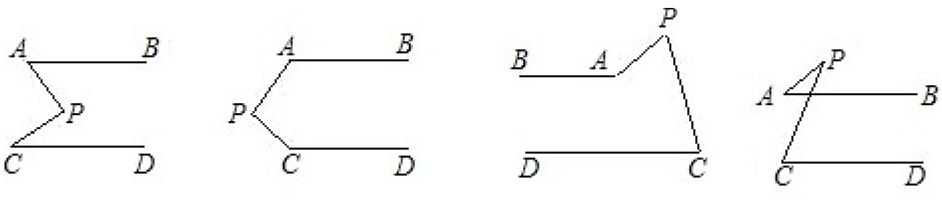
∴DC∥AB．



7.4 平行线的性质

专题 与平行线有关的探究题

1．如图，AB∥CD，分别探讨下面四个图形中∠APC 与∠PAB、∠PCD 的关系，请你从所得到的关系中任选一个加以说明．（适当添加辅助线，其实并不难）



(1)　　(2)　　(3)　　(4)

2．利用平行线的性质探究：

如图，直线AC∥BD，连接AB，直线AC，BD及线段AB把平面分成①②③④四个部分，规定线上各点不属于任何部分．当动点P落在某个部分时，连接PA、PB，构成∠PAC、∠APB、∠PBD三个角．当动点P落在第①部分时，小明同学在研究∠PAC、∠APB、∠PBD三个角的数量关系时，利用图1，过点P作PQ∥BD，得出结论：∠APB=∠PAC+∠PBD．请你参考小明的方法解决下列问题：

（1）当动点P落在第②部分时，在图2中画出图形，写出∠PAC、∠APB、∠PBD三个角的数量关系；

（2）当动点P落在第③、第部分时，在图3、图4中画出图形，探究∠PAC、∠APB、∠PBD之间的数量关系，写出结论并选择其中一种情形加以证明．

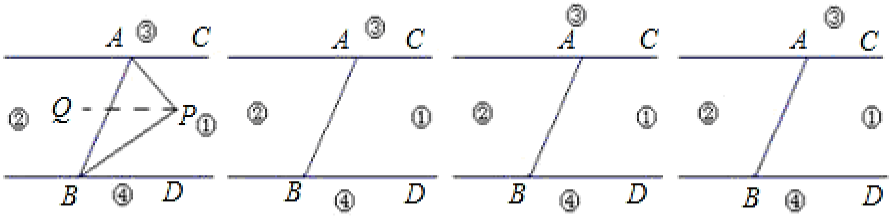
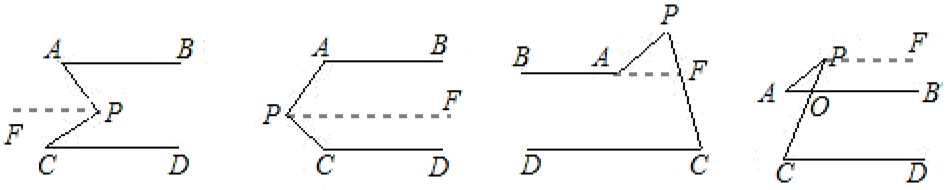


图1　　图2　　图3　　图4

答案：

1．**解**：如图：



(1)　　　　(2)　　　　(3)　　　　(4)

（1）∠APC=∠PAB+∠PCD；

证明：过点 P 作 AB∥PF，

∵AB∥PF，∴AB∥CD∥PF，

∴$\angle APF=\angle PBA, \angle CPF=\angle PCD$（两直线平行，内错角相等），

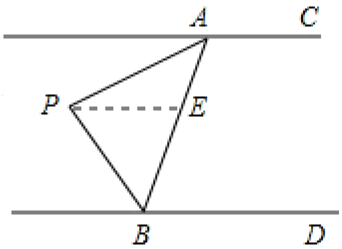
∴∠APC=∠PAB+∠PCD．

（2）∠APC+∠PAB+∠PCD=360°；

（3）∠APC=∠PAB-∠PCD；

（4）∠PCD=∠PAB+∠APC.

2．**解：**（1）如图，当动点 P 落在第②部分时,∠APB=360°-（∠PAC+∠PBD）；



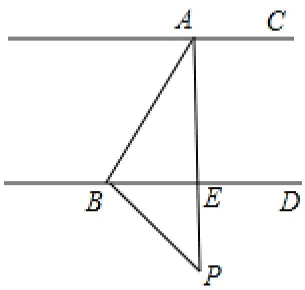
（2）当动点 P 落在第③部分时, ∠PAC=∠APB+∠PBD；

当动点 P 落在第部分时，∠PAC =∠APB+∠PBD．

证明：如图，∵∠PAC=∠AEB，

∠AEB=∠PBD+∠APB，

∴∠PAC= ∠APB +∠PBD．



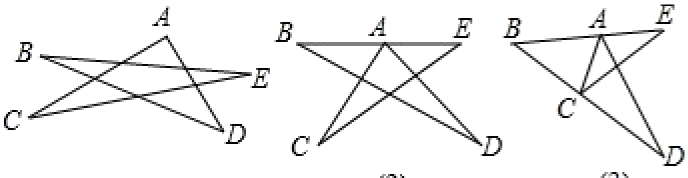
7.5 三角形内角和定理

专题　与三角形内角和外角有关的探究题

1．如下几个图形是五角星和它的变形．

（1）图（1）中是一个五角星，求∠A+∠B+∠C+∠D+∠E；

（2）图（2）中的点 A 向下移到 BE 上时，五个角的和（即∠CAD+∠B+∠C+∠D+∠E）有
无变化？说明你的结论的正确性；
（3）把图（2）中的点 C 向上移到 BD 上时，如图（3）所示，五个角的和（即∠CAD+∠B+ ∠ACE+∠D+∠E）有无变化？说明你的结论的正确性．



(1)　　(2)　　(3)

2．认真阅读下面关于三角形内外角平分线所夹角的探究片段，完成所提出的问题.

探究 1：如图 1，在△ABC 中，*O* 是∠*ABC* 与∠*ACB* 的平分线 *BO* 和 *CO* 的交点，通过分析发现∠*BOC*=90°+ $\frac{1}{2}\angle A$,理由如下:

∵BO 和 CO 分别是∠ABC 和∠ACB 的角平分线，

$\therefore \angle 1=\frac{1}{2}\angle ABC$，$\angle 2=\frac{1}{2}\angle ACB$，

$\therefore \angle 1+\angle 2=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)$．

又∵ $\angle ABC+\angle ACB=180^\circ-\angle A$，

$\therefore \angle 1+\angle 2=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle A)=90^\circ-\frac{1}{2}\angle A$，

$\therefore \angle BOC=180^\circ-(\angle 1+\angle 2)=180^\circ-(90^\circ-\frac{1}{2}\angle A)$

$=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$．

探究 2：如图 2,*O* 是∠ABC 与外角∠ACD 的平分线 *BO* 和 *CO* 的交点，试分析∠BOC 与∠A 有怎样的关系？请说明理由.

探究 3：如图 3，*O* 是外角∠*DBC* 与外角∠*ECB* 的平分线 *BO* 和 *CO* 的交点，则∠BOC 与

∠A 有怎样的关系？（只写结论，不需证明）

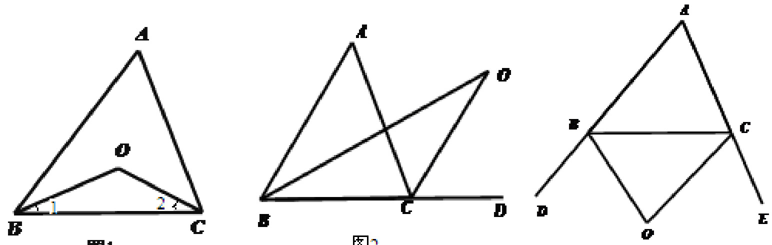
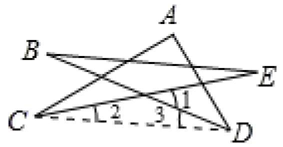


图1　　图2　　图3

答案：

1．**解：**（1）如图，连接 CD．



在△ACD 中，根据三角形内角和定理，得出∠A+∠2+∠3+∠ACE+∠ADB=180°．

∵∠1=∠B+∠E=∠2+∠3，

∴∠A+∠B+∠ACE+∠ADB+∠E=∠A+∠B+∠E+∠ACE+∠ADB=∠A+∠2+∠3+∠ACE+∠ADB=180°.

（2）无变化．

根据平角的定义，得出∠BAC+∠CAD+∠DAE=180°．

∵∠BAC=∠C+∠E，∠EAD=∠B+∠D，

∴∠CAD+∠B+∠C+∠D+∠E=∠BAC+∠CAD+∠DAE=180°；

（3）无变化．

∵∠ACB=∠CAD+∠D，∠ECD=∠B+∠E，

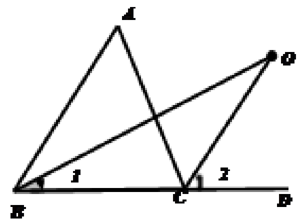
∴∠CAD+∠B+∠ACE+∠D+∠E=∠ACB+∠ACE+∠ECD=180°．

2．**解：**（1）探究 2 的结论：∠BOC= $\frac{1}{2}\angle A$.

理由如下：

∵ BO 和 CO 分别是∠ABC 和∠ACD 的角平分线,所以

$\angle 1=\frac{1}{2}\angle ABC,\angle 2=\frac{1}{2}\angle ACD$



又 $\angle ACD$是ΔABC的一外角

$\therefore \angle ACD=\angle A+\angle ABC$

$\therefore \angle 2=\frac{1}{2}(\angle A+\angle ABC)=\frac{1}{2}\angle A+\angle 1$

$\angle 2$是ΔBOC的一外角

$\therefore \angle BOC=\angle 2-\angle 1=(\frac{1}{2}\angle A+\angle 1)-\angle 1=\frac{1}{2}\angle A$

（2）探究 3 的结论：∠BOC=90° − $\frac{1}{2}\angle A$