

重庆十一中高 2018 级高二 (上) 半期考试

数学 (文科) 试题

考试说明: 1. 考试时间 120 分钟 2. 试题总分 150 分

一、选择题: (本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分, 在每小题给出的四个备选选项中, 只有一项是符合题目要求的)

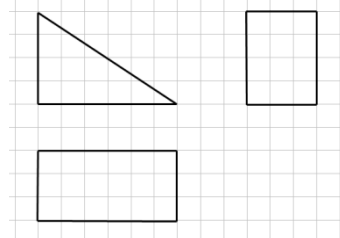
1. 点  $A$  在直线  $l$  上,  $l$  在平面  $\alpha$  外, 用符号表示正确的是 ( )

- A.  $A \in l, l \notin \alpha$     B.  $A \subset l, l \notin \alpha$     C.  $A \in l, l \not\subset \alpha$     D.  $A \subset l, l \not\subset \alpha$

2. 下面四个条件中, 能确定一个平面的条件是 ( )

- A. 空间中任意三点    B. 空间中两条直线    C. 一条直线和一个点    D. 两条平行直线

3. 如图, 网格纸的各小格都是正方形, 粗实线画出的是一个几何体的三视图, 则这个几何体是 ( )

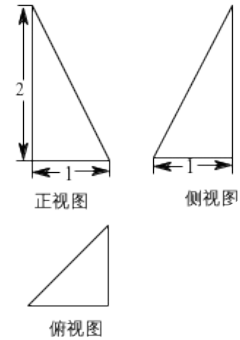


- A. 三棱锥    B. 三棱柱    C. 四棱锥    D. 四棱柱

4. 若空间三条直线  $a, b, c$  满足  $a \perp b, b \parallel c$ , 则直线  $a$  与  $c$  关系一定是 ( ) A. 平行    B. 相交    C. 异面    D. 垂直

5. 某三棱锥的三视图如图所示, 则该三棱锥的体积是

- ( )    A.  $\frac{1}{6}$     B.  $\frac{1}{3}$     C.  $\frac{2}{3}$     D. 1



6. 设  $l$  为直线,  $\alpha, \beta$  是两个不同的平面, 下列命题中正确的是 ( )

- A. 若  $l \parallel \alpha, l \parallel \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$     B. 若  $l \perp \alpha, l \perp \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$   
 C. 若  $l \perp \alpha, l \parallel \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$     D. 若  $\alpha \perp \beta, l \parallel \alpha$ , 则  $l \perp \beta$

7. 已知四边形  $ABCD$  为矩形,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ , 下列判断中正确的是 ( )

- A.  $AB \perp PC$     B.  $AC \perp$  平面  $PBD$   
 C.  $BC \perp$  平面  $PAB$     D. 平面  $PBC \perp$  平面  $PDC$

8. 已知半径为  $\sqrt[3]{\frac{36}{\pi}}$  的球的体积与一个长、宽分别为 6、4 的长方体的体积相等, 则长方体的表面积为 ( )    A. 44    B. 54    C. 88    D. 108

9. 在空间中, 有如下四个命题:

- ① 平行于同一个平面的两条直线是平行直线;  
 ② 垂直于同一条直线的两个平面是平行平面;

③ 若平面  $\alpha$  内有不共线的三个点到平面  $\beta$  距离相等, 则  $\alpha \parallel \beta$  ;

④ 过平面  $\alpha$  的一条斜线有且只有一个平面与平面  $\alpha$  垂直.

其中正确的命题个数 ( )

- A. 1                  B. 2                  C. 3                  D. 4

10. 已知侧棱长为  $2a$  的正三棱锥 (底面为等边三角形) 其底面周长为  $9a$ , 则棱锥的高为 ( )

- A.  $a$                   B.  $2a$                   C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$                   D.  $\frac{\sqrt{3}}{27}a$

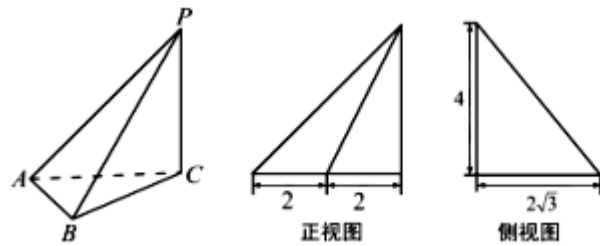
11. 三棱锥  $P-ABC$  及其

三视图中的正视图和侧视图

如图所示, 则  $PB = ( )$

- A.  $2\sqrt{11}$                   B.  $\sqrt{38}$

- C.  $4\sqrt{2}$                   D.  $2\sqrt{7}$

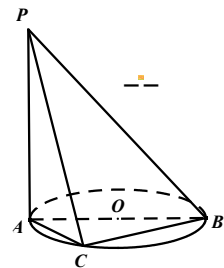


12. 用一张正方形的纸把一个棱长为 1 的正方体形礼品盒完全包好, 不将纸撕开, 则所需纸的最小面积是 ( )

- A. 8                  B.  $\frac{9\sqrt{2}}{2}$                   C.  $5\sqrt{2}$                   D. 6

二、填空题: (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 把答案分别填写在答题卡相应位置)

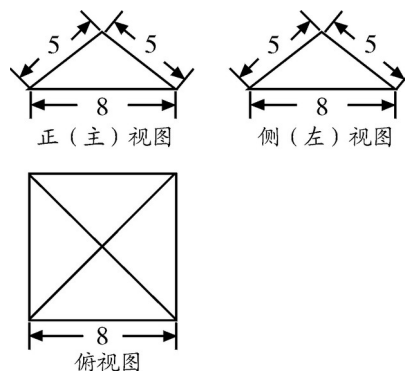
13. 如图所示,  $AB$  为圆  $O$  的直径,  $C$  为圆周上异于  $A, B$  的任意一点,  $PA \perp$  平面  $ABC$ , 则三棱锥  $P-ABC$  中  $\triangle PBC$  的形状为\_\_\_\_\_



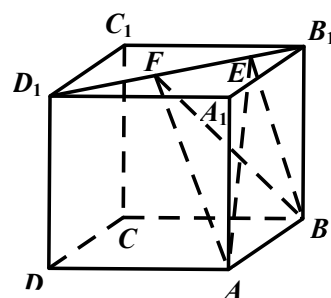
14. 若直线  $a \subset$  平面  $\alpha$ , 直线  $b \subset$  平面  $\beta$ ,  $\alpha \parallel \beta$ , 则直线  $a$  和  $b$  可能

位置关系为\_\_\_\_\_ (请选答: 平行, 相交, 异面)

15. 一个几何体的三视图及其尺寸如图所示，则该几何体的侧面积为\_\_\_\_\_



16. 正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 1，线段  $B_1D_1$  上有两个动点  $E, F$ ，且  $EF = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，则三棱锥  $B - AEF$  的体积为是



三、解答题：(本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分)

已知圆柱的高是  $8\text{ cm}$ ，表面积是  $130\pi\text{ cm}^2$ ，求它的底面半径.

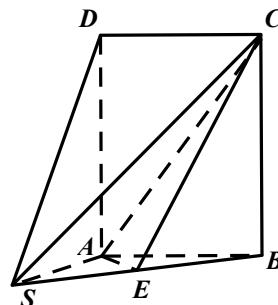
18. (本小题满分 12 分)

如图，在四棱锥  $S - ABCD$  中，底面四边形  $ABCD$  平行四边形， $AD \perp$  平面  $SAB$ .

(1) 若  $SA = 3, AB = 4, SB = 5$ ，求证：

$SA \perp$  平面  $ABCD$ ;

(2) 若点  $E$  是  $SB$  的中点，求证： $SD \parallel$  平面  $ACE$ .



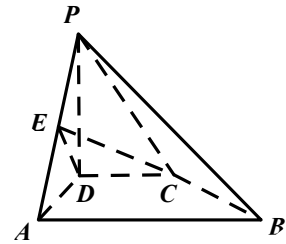
19. (本小题满分 12 分)

如图，在四棱锥  $P-ABCD$  中， $PD$  垂直于底面  $ABCD$ ，底面  $ABCD$  是直角梯形，

$DC \parallel AB, \angle BAD = 90^\circ$ ，且  $AB = 2AD = 2DC = 2PD = 4$ ， $E$  为  $PA$  的中点.

(1) 若正视方向与  $AD$  平行，作出该几何体的正视图并求出正视图面积；

(2) 证明：平面  $CDE \perp$  平面  $PAB$ ；

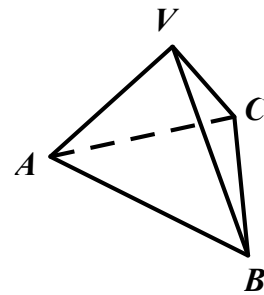


20. (本小题满分 12 分)

在三棱锥  $V-ABC$  中，已知  $VA = VB = AC = BC = 2$ ， $AB = 2\sqrt{3}$ ， $B \dots$

(1) 证明： $AB \perp VC$ ；

(2) 求三棱锥  $V-ABC$  的体积.



21. (本小题满分 12 分)

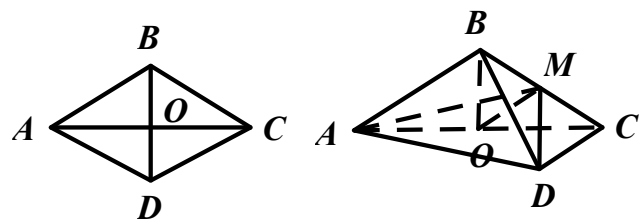
如图，菱形  $ABCD$  的边长为 6， $\angle BAD = 60^\circ$ ， $AC \cap BD = O$ . 将菱形  $ABCD$  沿对角线

$AC$

折起，得到三棱锥  $B-ACD$ ，点  $M$  是棱  $BC$  的中点， $DM = 3\sqrt{2}$ .

(1) 求证： $OM \parallel$  平面  $ABD$ ；

(2) 求三棱锥  $M-ABD$  的体积.

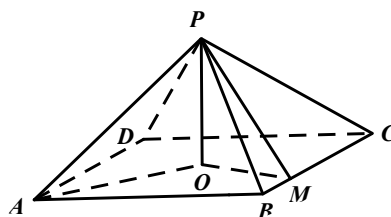


22 . (本小题满分 10 分)

如图，四棱锥  $P-ABCD$  中，底面是以  $O$  为中心的菱形， $PO \perp$  平面  $ABCD$ ， $AB=2$ ， $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$ ， $M$  为  $BC$  上一点，且  $BM = \frac{1}{2}$ 。

(1) 证明： $BC \perp$  平面  $POM$ ；

(2) 若  $MP \perp AP$ ，求三棱锥  $B-APM$  的体积。



## 高 2018 级高二上期半期数学试题 (文) 参考答案

### 选择题

1- 5 CDBDB      6- 10 BCCBA      11- 12 CA

### 填空题

13. 直角三角形      14. 平行或异面      15. 80      16.  $\frac{1}{12}$

### 解答题

17. (本小题满分 12 分)

已知圆柱的高是  $8\text{ cm}$ ，表面积是  $130\pi\text{ cm}^2$ ，求它的底面半径.

解：设圆柱的底面半径为  $r\text{ cm}$ ，则  $2\pi r \cdot 8 + 2\pi r^2 = 130\pi$ ，解得  $r = 5\text{ cm}$

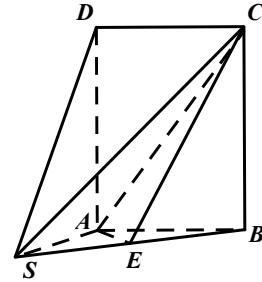
18. (本小题满分 12 分)

如图，在五面体  $SABCD$  中，四边形  $ABCD$  平行四边形，

$AD \perp$  平面  $SAB$ .

(1) 若  $SA = 3, AB = 4, SB = 5$ ，求证： $SA \perp AC$ ；

(2) 若点  $E$  是  $SB$  的中点，求证： $SD \parallel$  平面  $ACE$ .



证明：(1)  $\because AD \perp$  平面  $SAB, SA \subset$  平面  $SAB,$

$\therefore SA \perp AD, \square SA = 3, AB = 4, SB = 5 \therefore SA^2 + AB^2 = SB^2$ ，即  $SA \perp AB$ ，又  $AB \cap$

$AD = A,$

$\therefore SA \perp$  平面  $ABCD$ ，又  $AC \subset$  平面  $ABCD, \therefore SA \perp AC.$

(2) 连接  $BD$ ，设  $AC \cap BD = O$ ，连接  $OE$ ，

$\square BO = OD, BE = ES, \therefore SD \parallel OE$ ，又  $SD \not\subset$  平面  $ACE, OE \subset$  平面  $ACE$ ，

$\therefore SD \parallel$  平面  $ACE.$

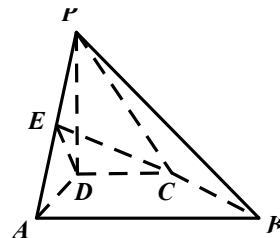
19. (本小题满分 12 分)

如图，在四棱锥  $P-ABCD$  中， $PD$  垂直于底面  $ABCD$ ，底面  $ABCD$  是直角梯形，

$DC \parallel AB, \angle BAD = 90^\circ$ ，且  $AB = 2AD = 2DC = 2PD = 4$ ， $E$  为  $PA$  的中点.

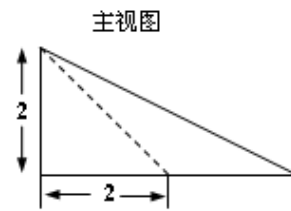
(1) 若正视方向与  $AD$  平行，作出该几何体的正视图并求出正视图面积；

(2) 证明：平面  $CDE \perp$  平面  $PAB$ ；



解 (1) 正视图如下：(没标数据可以不扣分)

$$\text{主视图面积 } S = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4 \text{ cm}^2$$



(2)  $\square PD \perp \text{底面 } ABCD \therefore AB \perp PD$

$\square AB \perp AD, PD \cap AD = D, AD \subset \text{平面 } PAD, PD \subset \text{平面 } PAD$

$\therefore AB \perp \text{平面 } PAD \therefore ED \perp AB$

$\square PD = AD, E \text{ 为 } PA \text{ 的中点} \therefore ED \perp PA$

又  $PA \cap AB = A, PA \subset \text{平面 } PAB, AB \subset \text{平面 } PAB \therefore DE \perp \text{平面 } PAB$

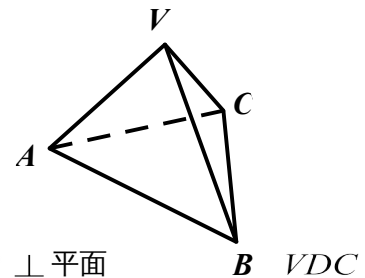
$\because DE \subset \text{平面 } CDE \therefore \text{平面 } CDE \perp \text{平面 } PAB$

20. (本小题满分 12 分)

在三棱锥  $V-ABC$  中, 已知  $VA = VB = AC = BC = 2, AB = 2\sqrt{3}, VC = 1$ .

(3) 证明:  $AB \perp VC$ ;

(4) 求三棱锥  $V-ABC$  的体积.



(1) 证明: 取  $AB$  的中点  $D$ , 连接  $VD, CD$

$\because VA = VB \therefore AB \perp VD$  同理  $AB \perp CD \therefore VD \cap CD = D \therefore AB \perp \text{平面 } VDC$

又  $VC \subset \text{平面 } VDC \therefore AB \perp VC$

(2) 由题可知  $VC = CD = 1$  又  $VC = 1 \therefore S_{VCD} = \frac{\sqrt{3}}{4} \therefore V_{V-ABC} = \frac{1}{3} S_{VCD} \cdot AB = \frac{1}{2}$

21. (本小题满分 12 分)

如图, 菱形  $ABCD$  的边长为 6,  $\angle BAD = 60^\circ, AC \cap BD = O$ . 将菱形  $ABCD$  沿对角线  $AC$  折

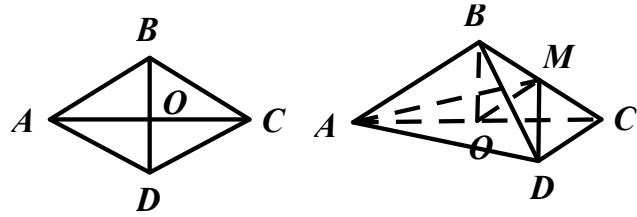
起, 得到三棱锥  $B-ACD$ , 点  $M$  是棱  $BC$  的中点,  $DM = 3\sqrt{2}$ .

(1) 求证： $OM \parallel$  平面  $ABD$ ；

(2) 求三棱锥  $M-ABD$  的体积.

(1) 证明：

$\because O, M$  分别是  $AC, BC$  中点



$\therefore OM \parallel AB$ ,  $OM \not\subset$  平面  $ABD$ ,  $AB \subset$  平面  $ABD$

$\therefore OM \parallel$  平面  $ABD$

(2).  $OM = OD = 3, DM = 3\sqrt{2} \therefore \angle DOM = 90^\circ, OD \perp OM$

$\because OD \perp AC$   $OM \cap AC = O$ ,

$\therefore OM \cap AC = O \therefore OD \perp$  平面  $ABC$ , 即  $OD \perp$  平面  $ABM$

$\therefore OD = 3$  为三棱锥  $D-ABM$  的高.

$$\square S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} BA \times BM \times \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore V_{M-ABD} = V_{D-ABM} = \frac{1}{3} \times S_{\triangle ABM} \times OD = \frac{9\sqrt{3}}{2}.$$

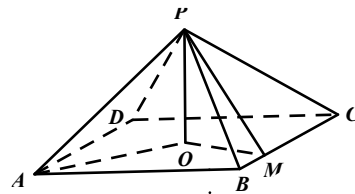
22. (本小题满分 10 分)

如图，四棱锥  $P-ABCD$  中，底面是以  $O$  为中心的菱形， $PO \perp$  平面  $ABCD$ ， $AB = 2$ ，

$\angle BAD = \frac{\pi}{3}$ ， $M$  为  $BC$  上一点，且  $BM = \frac{1}{2}$ .

(1) 证明： $BC \perp$  平面  $POE$ ；

(2) 若  $MP \perp AP$ ，求三棱锥  $B-APM$  的体积.



证明：连接  $OB$  则  $OA \perp OB$ ， $\angle BAD = \frac{\pi}{3} \therefore OB = 1$

$\because BM = \frac{1}{2}, \angle OBM = \frac{\pi}{3} \therefore$  在  $\triangle OBM$  中

$$OM^2 = OB^2 + BM^2 - 2OB \cdot BM \cdot \cos \angle OBM = \frac{3}{4} \therefore OB^2 = OM^2 + BM^2$$

$\therefore OM \perp BM$   $\therefore PO \perp$  平面  $ABCD$   $\therefore PO \perp BC$   $OM \cap OP = O$

$\therefore BC \perp$  平面  $POE$

(2) 解：由 (1) 可知， $OA = AB \cdot \cos \angle OAB = 2 \cdot \cos \frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$

设  $PO = a$ ， $\because PO \perp$  底面  $ABCD$   $\therefore \triangle POA$  为直角三角形

$\therefore PA^2 = PO^2 + OA^2 = a^2 + 3$

$\square \triangle POM$  是直角三角形  $\therefore PM^2 = PO^2 + OM^2 = a^2 + \frac{3}{4}$

连接  $AM$ ，在  $\triangle ABM$  中， $AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos \angle ABM$

$$= 2^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos \frac{2\pi}{3} = \frac{21}{4}$$

$\square MP \perp AP$   $\therefore PA^2 + PM^2 = AM^2$

即  $a^2 + 3 + a^2 + \frac{3}{4} = \frac{21}{4}$ ，得  $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ， $a = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  (舍去)，得  $PO = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore S_{ABM} = \frac{\sqrt{3}}{4}$   $\therefore V_{B-APM} = V_{P-ABM} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABM} \cdot OP = \frac{1}{8}$