绝密★启用前

2010年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷(文史类)

（满分150分，考试时间120分钟）

考生注意

1.本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页.

2.作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.

3.所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位.在试卷上作答一律不得分.

4.用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

一、填空题（本大题满分56分，每小题4分）

1．已知集合$A=\{1,3,m\}$，$B=\{3,4\}$，$A\bigcup B=\{1,2,3,4\}$，则$m=$_______________．

2．不等式$\dfrac{2-x}{x+4}>0$的解集是_______________．

3．行列式$\begin{vmatrix}\cos\dfrac{\pi}{6} & \sin\dfrac{\pi}{6}\\ \sin\dfrac{\pi}{6} & \cos\dfrac{\pi}{6}\end{vmatrix}$的值是_______________．

4．若复数$z=1-2i$（i为虚数单位），则$z\cdot\bar{z}+z=$_______________．

5．将一个总体分为A、B、C三层，其个体数之比为5:3:2．若用分层抽样方法抽取容量为100的样本，则应从C中抽取_______________个个体．

6．已知四棱锥$P—ABCD$的底面是边长为6的正方体，侧棱$PA\perp$底面$ABCD$，且$PA=8$，则该四棱锥的体积是_______________．

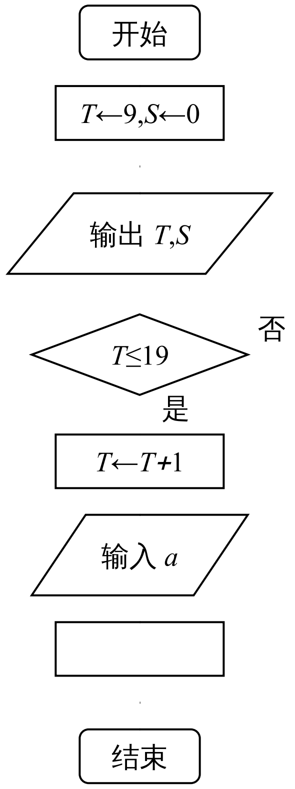
7．圆$C:x^2+y^2-2x-4y+4=0$的圆心到直线$3x+4y+4=0$的距离$d=$_______________．

8．动点P到点$F(2,0)$的距离与它到直线$x+2=0$的距离相等，则点P的轨迹方程为_________．

9．函数$f(x)=\log_3(x+3)$的反函数的图像与y轴的交点坐标是_____．

10．从一副混合后的扑克牌(52张)中随机抽取2张，则“抽出的2张均为红桃”的概率为____________（结果用最简分数表示）．

11．2010年上海世博会园区每天9:00开园，20:00停止入园．在右边的框图中，S表示上海世博会官方网站在每个整点报道的入园总人数，a表示整点报道前1个小时内入园人数，则空白的执行框内应填入_______________．



12．在 n 行 n 列矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-2 & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n-1 & n & 1 \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & n & 1 & 2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ n & 1 & 2 & \cdots & n-3 & n-2 & n-1 \end{pmatrix}$ 中，

记位于第 i 行第 j 列的数为 $a_{ij}(i,j=1,2,\cdots,n)$．

当 $n=9$ 时，$a_{11}+a_{22}+a_{33}+\cdots+a_{99}=$_______________．

13．在平面直角坐标系中，双曲线 Γ 的中心在原点，它的一个焦点坐标为 $(\sqrt{5},0)$，$e_1=(2,1)$、$e_2=(2,-1)$ 分别是两条渐近线的方向向量．任取双曲线 Γ 上的点 P，若 $OP=ae_1+be_2$ $(a、b\in\mathbf{R})$，则 a、b 满足的一个等式是_______________．

14．将直线 $l_1:x+y-1=0$、$l_2:nx+y-n=0$、$l_3:x+ny-n=0(n\in\mathbf{N}^*,n\geq 2)$ 围成的三角形面积记为 S_n，则 $\lim\limits_{n\to\infty}S_n=$_______________．

二、选择题（本大题满分 20 分，每小题 5 分）

15．满足线性约束条件 $\begin{cases} 2x+y\leq 3, \\ x+2y\leq 3, \\ x\geq 0, \\ y\geq 0 \end{cases}$ 的目标函数 $z=x+y$ 的最大值是（ ）

A．1　　B．$\frac{3}{2}$　　C．2　　D．3

16．“$x=2k\pi+\frac{\pi}{4}$ $(k\in\mathbf{Z})$”是“$\tan x=1$”成立的（ ）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

17．若 x_0 是方程 $\lg x+x=2$ 的解，则 x_0 属于区间（ ）

A．(0,1)　　B．(1,1.25)　　C．(1.25,1.75)　　D．(1.75,2)

18．若 ΔABC 的三个内角满足 $\sin A:\sin B:\sin C=5:11:13$，则 ΔABC（ ）

A．一定是锐角三角形　　B．一定是直角三角形

C．一定是钝角三角形　　D．可能是锐角三角形，也可能是钝角三角形

三、解答题（本大题满分 74 分）

19．（本题满分 12 分）

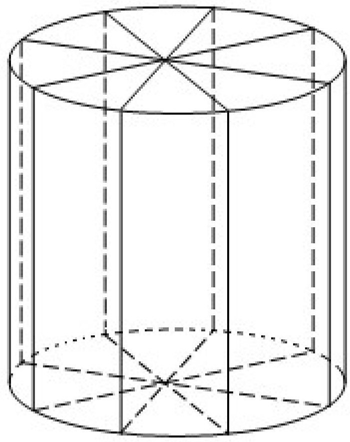
已知 $0<x<\frac{\pi}{2}$，化简：$\lg(\cos x\cdot\tan x+1-2\sin^2\frac{x}{2})+\lg[\sqrt{2}\cos(x-\frac{\pi}{4})]-\lg(1+\sin 2x)$．

20．（本题满分 14 分）第 1 小题满分 7 分，第 2 小题满分 7 分．

如图所示，为了制作一个圆柱形灯笼，先要制作4个全等的矩形骨架，总计耗用9.6米铁丝．再用S平方米塑料片制成圆柱的侧面和下底面（不安装上底面）．

(1) 当圆柱底面半径r取何值时，S取得最大值？并求出该最大值（结果精确到0.01平方米）；

(2) 若要制作一个如图放置的、底面半径为0.3米的灯笼，请作出用于制作灯笼的三视图（作图时，不需考虑骨架等因素）．



21．（本题满分14分）第1小题满分6分，第2小题满分8分．

已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_n=n-5a_n-85, n\in \mathbf{N}^*$．

(1) 证明：$\{a_n-1\}$是等比数列；

(2) 求数列$\{S_n\}$的通项公式，并求出使得$S_{n+1}>S_n$成立的最小正整数n．

22．（本题满分16分）第1小题满分3分，第2小题满分5分，第3小题满分8分．

若实数x、y、m满足$|x-m|<|y-m|$，则称x比y接近m．

(1) 若x^2-1比3接近0，求x的取值范围；

(2) 对任意两个不相等的正数a、b，证明：a^2b+ab^2比a^3+b^3接近$2ab\sqrt{ab}$；

(3) 已知函数$f(x)$的定义域$D=\{x|x\neq k\pi, k\in \mathbf{Z}, x\in \mathbf{R}\}$．任取$x\in D$，$f(x)$等于$1+\sin x$和$1-\sin x$中接近0的那个值．写出函数$f(x)$的解析式，并指出它的奇偶性、最小正周期、最小值和单调性（结论不要求证明）

23．（本题满分18分）第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分8分．

已知椭圆Γ的方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，$A(0,b)$、$B(0,-b)$和$Q(a,0)$为$\Gamma$的三个顶点．

(1) 若点M满足$AM=\frac{1}{2}(AQ+AB)$，求点M的坐标；

(2) 设直线$l_1: y=k_1x+p$交椭圆Γ于C、D两点，交直线$l_2: y=k_2x$于点E．若$k_1\cdot k_2=-\frac{b^2}{a^2}$，证明：$E$为$CD$的中点；

(3) 设点P在椭圆Γ内且不在x轴上，如何构作过PQ中点F的直线l，使得l与椭圆Γ的两个交点P_1、P_2满足$PP_1+PP_2=PQ$？令$a=10$，$b=5$，点P的坐标是$(-8,-1)$．若椭圆Γ上的点P_1、P_2满足$PP_1+PP_2=PQ$，求点P_1、P_2的坐标．

2010年高考数学（理科）上海试题

2010-6-7　　　　班级_____，学号_____，姓名_____________

一、填空题（本大题满分56分，每小题4分）

1．不等式$\frac{2-x}{x+4}>0$的解集是_______________．

2．若复数$z=1-2i$（i为虚数单位），则$z\cdot\bar{z}+z=$_______________．

3．动点 P 到点 $F(2,0)$ 的距离与它到直线 $x+2=0$ 的距离相等，则点 P 的轨迹方程为_________．

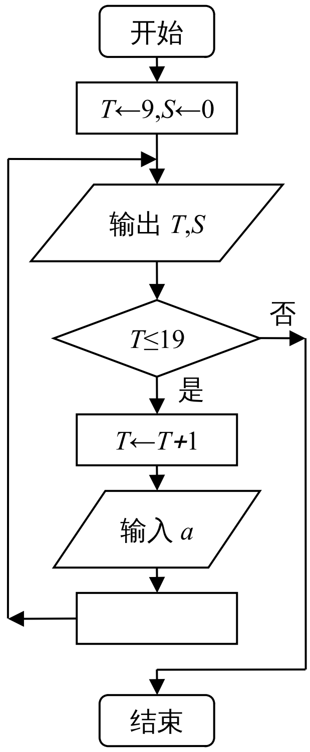
4．行列式 $\begin{vmatrix} \cos\frac{\pi}{3} & \sin\frac{\pi}{6} \\ \sin\frac{\pi}{3} & \cos\frac{\pi}{6} \end{vmatrix}$ 的值是_______________．

5．圆 $C:x^2+y^2-2x-4y+4=0$ 的圆心到直线 $3x+4y+4=0$ 的距离 $d=$_______________．

6．随机变量 ξ 的概率分布由下表给出：

x	7	8	9	10
$P(=x)$	0.3	0.35	0.2	0.15

则该随机变量 ξ 的均值是_______________．



7．2010 年上海世博会园区每天 9:00 开园，20:00 停止入园．在右边的框图中，S 表示上海世博会官方网站在每个整点报道的入园总人数，a 表示整点报道前 1 个小时内入园人数，则空白的执行框内应填入_______________．

8．对于不等于 1 的正数 a，函数 $f(x)=\log_a(x+3)$ 的反函数的图像都经过点 P，则点 P 的坐标为_______________．

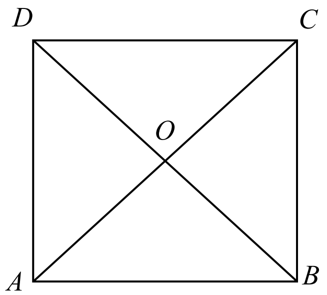
9．从一副混合后的扑克牌(52 张)中，随机抽取 1 张，事件 A 为“抽得红桃 K”，事件 B 为“抽得黑桃”，则概率 $P(A\cup B)=$______________(结果用最简分数表示)．

10．在 n 行 n 列矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-2 & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n-1 & n & 1 \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & n & 1 & 2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ n & 1 & 2 & \cdots & n-3 & n-2 & n-1 \end{pmatrix}$ 中

$a_{ij}(i,j=1,2,\cdots,n)$．当 $n=9$ 时，$a_{11}+a_{22}+a_{33}+\cdots+a_{99}=$_______________．

11．将直线 l_1：$nx+y-n=0$、l_2：$x+ny-n=0(n\in\mathbf{N}^*)$、$x$ 轴、y 轴围成的封闭区域的面积记为 S_n，

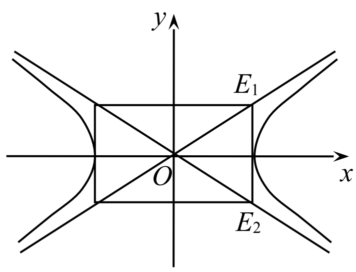
则 $\lim\limits_{n\to\infty} S_n=$_______________．



12．如图所示，在边长为 4 的正方形纸片 $ABCD$ 中，AC 与 BD 相交于点 O，剪去 ΔAOB，将剩余部分沿 OC、OD 折叠，使 OA、OB 重合，则以 $A(B)$、C、D、O 为顶点的四面体的体积是_______________．

13．如图所示，直线 $x=2$ 与双曲线 $\Gamma:\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 的渐近线交于 E_1、E_2 两点，记 $OE_1=e_1$，$OE_2=e_2$，任取双曲线 Γ 上的点 P，若 $OP=ae_1+be_2(a,b\in R)$，

则 a、b 满足的一个等式是_______________．



14．从集合$U=\{a,b,c,d\}$的子集中选出4个不同的子集，

需同时满足以下两个条件：

(1) $\varnothing,U$都要选出；(2)对选出的任意两个子集A和B，必有$A\subseteq B$或$A\supseteq B$．

那么，共有___________种不同的选择．

二、选择题（本大题满分20分，每小题5分）

15．“$x=2k\pi+\frac{\pi}{4}$ ($k\in\mathbf{Z}$)”是“$\tan x=1$”成立的 ( )

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

16．直线l的参数方程是$\begin{cases}x=1+2t\\ y=2-t\end{cases}(t\in\mathbf{R})$，则$l$的方向向量$d$可以是 ( )

A．(1,2)　　B．(2,1)　　C．(-2,1)　　D．(1,-2)

17．若x_0是方程$\left(\frac{1}{2}\right)^x=x^{\frac{1}{3}}$的解，则$x_0$属于区间 ( )

A．$\left(\frac{2}{3},1\right)$　　B．$\left(\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right)$　　C．$\left(\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right)$　　D．$\left(0,\frac{1}{3}\right)$

18．某人要作一个三角形，要求它的三条高的长度分别是$\frac{1}{13}$、$\frac{1}{11}$、$\frac{1}{5}$，则此人将 ( )

A．不能作出满足要求的三角形　　B．作出一个锐角三角形

C．作出一个直角三角形　　D．作出一个钝角三角形

三、解答题（本大题满分74分）

19．（本题满分12分）

已知$0<x<\frac{\pi}{2}$，化简：$\lg(\cos x\cdot\tan x+1-2\sin^2\frac{x}{2})+\lg[\sqrt{2}\cos(x-\frac{\pi}{4})]-\lg(1+\sin 2x)$．

20．（本题满分13分）第1小题满分5分，第2小题满分8分．

已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_n=n-5a_n-85,n\in\mathbf{N}^*$．

(1) 证明：$\{a_n-1\}$是等比数列；

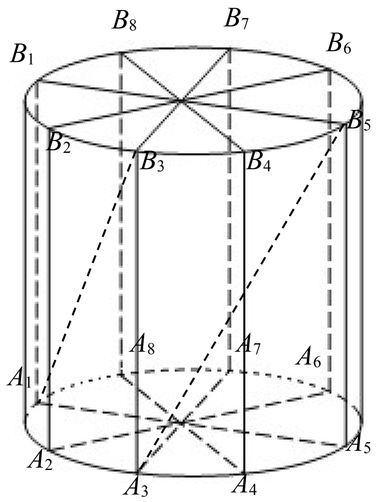
(2) 求数列$\{S_n\}$的通项公式，并指出n为何值时，S_n取得最小值，并说明理由．

21．（本题满分 14 分）第 1 小题满分 5 分，第 2 小题满分 8 分．

如图所示，为了制作一个圆柱形灯笼，先要制作 4 个全等的矩形骨架，总计耗用 9.6 米铁丝．骨架将圆柱底面 8 等分．再用 S 平方米塑料片制成圆柱的侧面和下底面（不安装上底面）．

(1) 当圆柱底面半径 r 取何值时，S 取得最大值？并求出该最大值（结果精确到 0.01 平方米）；

(2) 在灯笼内，以矩形骨架的顶点为端点，安装一些霓虹灯．当灯笼底面半径为 0.3 米时，求图中两根直线型霓虹灯 A_1B_3、A_3B_5 所在异面直线所成角的大小（结果用反三角函数值表示）．



22．（本题满分 18 分）第 1 小题满分 3 分，第 2 小题满分 5 分，第 3 小题满分 10 分．

若实数 x、y、m 满足 $|x-m|>|y-m|$，则称 x 比 y 远离 m．

(1) 若 x^2-1 比 1 远离 0，求 x 的取值范围；

(2) 对任意两个不相等的正数 a、b，证明：a^3+b^3 比 a^2b+ab^2 远离 $2ab\sqrt{ab}$；

(3) 已知函数 $f(x)$ 的定义域 $D=\{x\mid x\neq\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z},x\in\mathbf{R}\}$．任取 $x\in D$，$f(x)$ 等于 $\sin x$ 和 $\cos x$ 中远离 0 的那个值．写出函数 $f(x)$ 的解析式，并指出它的基本性质（结论不要求证明）

23．（本题满分 18 分）第 1 小题满分 3 分，第 2 小题满分 6 分，第 3 小题满分 9 分．

已知椭圆 Γ 的方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，点 P 的坐标为 $(-a,b)$．

(1) 若直角坐标平面上的点 M、$A(0,-b)$、$B(a,0)$ 满足 $PM=\frac{1}{2}(PA+PB)$，求点 M 的坐标；

(2) 设直线 $l_1: y=k_1x+p$ 交椭圆 Γ 于 C、D 两点，交直线 $l_2: y=k_2x$ 于点 E．若 $k_1 \cdot k_2 = -\frac{b^2}{a^2}$，证明：$E$ 为 CD 的中点；

(3) 对于椭圆 Γ 上的点 $Q(a\cos\theta, b\sin\theta)(0<\theta<\pi)$，如果椭圆 Γ 上存在不同的两点 P_1、P_2 使 $\overrightarrow{PP_1}+\overrightarrow{PP_2}=\overrightarrow{PQ}$，写出求作点 P_1、P_2 的步骤，并求出使 P_1、P_2 存在的 θ 的取值范围．

文科参考答案

一、填空题

1．2；　2．(-4,2)；　3．0.5；　4．6-2i；　5．20；　6．96；　7．3；

8．$y^2=8x$；　9．(0,-2)；　10．$\frac{3}{51}$；　11．$S\leftarrow S+a$；12．45；　13．$4ab=1$；14．$\frac{1}{2}$

．

二、选择题

15．C；　16．A；　17．C；　18．C．

三、解答题

19．原式$=\lg(\sin x+\cos x)+\lg(\cos x+\sin x)-\lg(\sin x+\cos x)^2=0$．

20．(1) 设圆柱形灯笼的母线长为 l，则 $l=1.2-2r(0<r<0.6)$，$S=-3\pi(r-0.4)^2+0.48\pi$，

所以当 $r=0.4$ 时，S 取得最大值约为 1.51 平方米；

(2) 当 $r=0.3$ 时，$l=0.6$，作三视图略．

21．(1) 当 $n=1$ 时，$a_1=-14$；当 $n\geq 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=-5a_n+5a_{n-1}+1$，所以 $a_n-1=\frac{5}{6}(a_{n-1}-1)$，

又 $a_1-1=-15\neq 0$，所以数列$\{a_n-1\}$是等比数列；

(2) 由(1)知：$a_n-1=-15\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}$，得 $a_n=1-15\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}$，从而 $S_n=75\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}+n-90$

$(n\in\mathbf{N}^*)$；

由 $S_{n+1}>S_n$，得 $\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}<\frac{2}{5}$，$n>\log_{\frac{5}{6}}\frac{2}{25}+1\approx 14.9$，最小正整数 $n=15$．

22．(1) $x\in(-2,2)$；

(2) 对任意两个不相等的正数 a、b，有 $a^2b+ab^2>2ab\sqrt{ab}$，$a^3+b^3>2ab\sqrt{ab}$，

因为 $|a^2b+ab^2-2ab\sqrt{ab}|-|a^3+b^3-2ab\sqrt{ab}|=-(a+b)(a-b)^2<0$，

所以 $|a^2b+ab^2-2ab\sqrt{ab}|<|a^3+b^3-2ab\sqrt{ab}|$，即 a^2b+ab^2 比 a^3+b^3 接近 $2ab\sqrt{ab}$；

(3) $f(x)=\begin{cases}1+\sin x, & x\in(2k\pi-\pi,2k\pi)\\ 1-\sin x, & x\in(2k\pi,2k\pi+\pi)\end{cases}=1-|\sin x|, x\neq k\pi$, $k\in\mathbf{Z}$，

$f(x)$是偶函数，$f(x)$是周期函数，最小正周期 $T=\pi$，函数 $f(x)$的最小值为 0，

函数 $f(x)$在区间 $[k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi)$ 单调递增，在区间 $(k\pi,k\pi+\frac{\pi}{2}]$ 单调递减，$k\in\mathbf{Z}$．

23．(1) $M(\frac{a}{2},-\frac{b}{2})$；

(2) 由方程组 $\begin{cases}y=k_1x+p\\ \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\end{cases}$，消 y 得方程 $(a^2k_1^2+b^2)x^2+2a^2k_1px+a^2(p^2-b^2)=0$，

因为直线$l_1: y=k_1x+p$交椭圆Γ于C、D两点，

所以$\Delta>0$，即$a^2k_1^2+b^2-p^2>0$，

设$C(x_1,y_1)$、$D(x_2,y_2)$，CD中点坐标为(x_0,y_0)，

则$\begin{cases} x_0=\dfrac{x_1+x_2}{2}=-\dfrac{a^2k_1p}{a^2k_1^2+b^2} \\ y_0=k_1x_0+p=\dfrac{b^2p}{a^2k_1^2+b^2} \end{cases}$，

由方程组$\begin{cases} y=k_1x+p \\ y=k_2x \end{cases}$，消$y$得方程$(k_2-k_1)x=p$，

又因为$k_2=-\dfrac{b^2}{a^2k_1}$，所以$\begin{cases} x=\dfrac{p}{k_2-k_1}=-\dfrac{a^2k_1p}{a^2k_1^2+b^2}=x_0 \\ y=k_2x=\dfrac{b^2p}{a^2k_1^2+b^2}=y_0 \end{cases}$，

故E为CD的中点；

(3) 因为点P在椭圆Γ内且不在x轴上，所以点F在椭圆Γ内，可以求得直线OF的斜率k_2，由$PP_1+PP_2=PQ$知F为P_1P_2的中点，根据(2)可得直线l的斜率$k_1=-\dfrac{b^2}{a^2k_2}$，从而得直线l的方程．

$F(1,-\dfrac{1}{2})$，直线OF的斜率$k_2=-\dfrac{1}{2}$，直线l的斜率$k_1=-\dfrac{b^2}{a^2k_2}=\dfrac{1}{2}$，

解方程组$\begin{cases} y=\dfrac{1}{2}x-1 \\ \dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{25}=1 \end{cases}$，消$y$：$x^2-2x-48=0$，解得$P_1(-6,-4)$、$P_2(8,3)$．

2010年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学（文科）

一、填空题（本大题满分56分）本大题共有14题，考生必须在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得4分，否则一律得零分。

1.已知集合 $A=\{1,3,m\}$，$B=\{3,4\}$，$A\cup B=\{1,2,3,4\}$ 则 $m=$__2__。

解析：考查并集的概念，显然m=2

2.不等式 $\frac{2-x}{x+4}>0$ 的解集是__$\{x\mid -4<x<2\}$__。

解析：考查分式不等式的解法 $\frac{2-x}{x+4}>0$ 等价于（x-2）(x+4)<0,所以-4<x<2

3.行列式 $\begin{vmatrix}\cos\frac{\pi}{6} & \sin\frac{\pi}{6}\\ \sin\frac{\pi}{6} & \cos\frac{\pi}{6}\end{vmatrix}$ 的值是__0.5__。

解析：考查行列式运算法则 $\begin{vmatrix}\cos\frac{\pi}{6} & \sin\frac{\pi}{6}\\ \sin\frac{\pi}{6} & \cos\frac{\pi}{6}\end{vmatrix}=\cos\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{6}-\sin\frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi}{6}=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$

4.若复数 $z=1-2i$（i 为虚数单位），则 $z\cdot\bar{z}+z=$__$6-2i$__。

解析：考查复数基本运算 $z\cdot\bar{z}+z=(1-2i)(1+2i)+1-2i=6-2i$

5.将一个总数为 A、B、C 三层，其个体数之比为5:3:2。若用分层抽样方法抽取容量为100的样本，则应从 C 中抽取__20__个个体。

解析：考查分层抽样应从 C 中抽取 $100\times\frac{2}{10}=20$

6.已知四棱椎 $P-ABCD$ 的底面是边长为6的正方形，侧棱 $PA\perp$ 底面 $ABCD$，且 $PA=8$，则该四棱椎的体积是__96__。

解析：考查棱锥体积公式 $V=\frac{1}{3}\times 36\times 8=96$

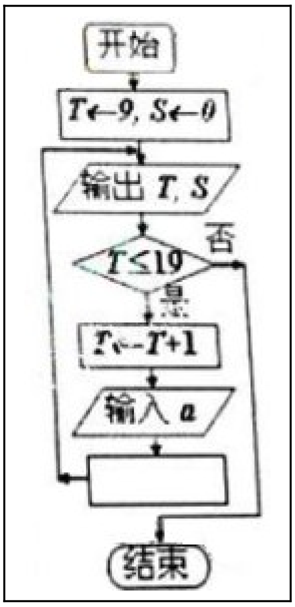
7.圆 $C:x^2+y^2-2x-4y+4=0$ 的圆心到直线 $3x+4y+4=0$ 的距离 $d=$__3__。

解析：考查点到直线距离公式

圆心（1,2）到直线 $3x+4y+4=0$ 距离为 $\frac{|3\times 1+4\times 2+4|}{5}=3$

8.动点 P 到点 $F(2,0)$ 的距离与它到直线 $x+2=0$ 的距离相等，则 P 的轨迹方程为__$y^2=8x$

。



解析：考查抛物线定义及标准方程

定义知 P 的轨迹是以 $F(2,0)$ 为焦点的抛物线，p=2 所以其方程为

$y^2=8x$

9.函数 $f(x)=\log_3(x+3)$ 的反函数的图像与 y 轴的交点坐标是___(0,-2)

。

解析：考查反函数相关概念、性质

法一：函数 $f(x)=\log_3(x+3)$ 的反函数为 $y=3^x-3$，另 x=0，有 y=-

2

法二：函数 $f(x)=\log_3(x+3)$ 图像与 x 轴交点为（-2,0），利用对称性

可知，函数 $f(x)=\log_3(x+3)$ 的反函数的图像与 y 轴的交点为（0，-

2）

10. 从一副混合后的扑克牌（52 张）中随机抽取 2 张，则"抽出的 2 张均为红桃"的概率

为___ $\frac{3}{51}$ ____(结果用最简分数表示）。

解析：考查等可能事件概率

"抽出的 2 张均为红桃"的概率为 $\frac{C_{13}^2}{C_{52}^2}=\frac{3}{51}$

11. 2010 年上海世博会园区每天 9:00 开园，20:00 停止入园。在右边的框图中，S 表示上海世博会官方网站在每个整点报道的入园总人数，a 表示整点报道前 1 个小时内入园人数，则空白的执行框内应填入__S←$S+a$___。

解析：考查算法

12.在 n 行 m 列矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-2 & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n-1 & n & 1 \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & n & 1 & 2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ n & 1 & 2 & \cdots & n-3 & n-2 & n-1 \end{pmatrix}$ 中，

记位于第 i 行第 j 列的数为 $a_{ij}(i,j=1,2\cdots,n)$。当 $n=9$ 时，$a_{11}+a_{22}+a_{33}+\cdots+a_{99}=$45

。

解析：$a_{11}+a_{22}+a_{33}+\cdots+a_{99}=$1+3+5+7+9+2+4+6+8=45

13.在平面直角坐标系中，双曲线 Γ 的中心在原点，它的一个焦点坐标为 $(\sqrt{5},0)$，

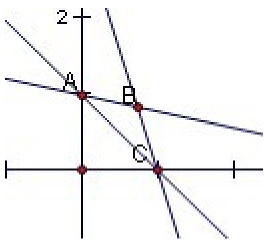
$e_1=(2,1)$、$e_2=(2,-1)$ 分别是两条渐近线的方向向量。任取双曲线 Γ 上的点 P，若 $OP=ae_1+be_2$（a、$b\in R$），则 a、b 满足的一个等式是_$4ab=1$____。

解析：因为 $e_1=(2,1)$、$e_2=(2,-1)$ 是渐进线方向向量，所以双曲线渐近线方程为 $y=\pm\frac{1}{2}x$，又 $c=\sqrt{5},\therefore a=2,b=1$

双曲线方程为 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$，$OP=ae_1+be_2=(2a+2b,a-b)$，

$\therefore\frac{(2a+2b)^2}{4}-(a-b)^2=1$，化简得 $4ab=1$

14.将直线 $l_1:x+y-1=0$、$l_2:nx+y-n=0$、$l_3:x+ny-n=0$（$n\in N^*$，$n\geq 2$）围成的三角形面积记为 S_n，则 $\lim\limits_{n\to\infty}S_n=$___$\frac{1}{2}$___。



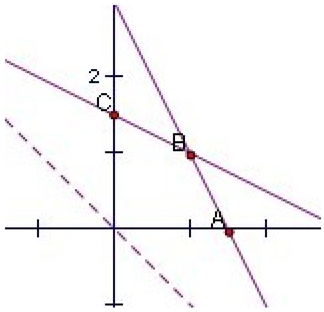
解析：B$(\frac{n}{n+1},\frac{n}{n+1})$ 所以 BO⊥AC，

$S_n=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times(\frac{n}{n+1}\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2})=\frac{n-1}{2(n+1)}$

所以 $\lim\limits_{n\to\infty}S_n=\frac{1}{2}$

二．选择题（本大题满分 20 分）本大题共有 4 题，每题有且只有一个正确答案。考生必须在答题纸的相应编号上，将代表答案的小方格涂黑，选对得 5 分，否则一律得零分。

15.满足线性约束条件 $\begin{cases}2x+y\leq 3,\\x+2y\leq 3,\\x\geq 0,\\y\geq 0\end{cases}$ 的目标函数 $z=x+y$ 的最大值是 [答]（ ）



（A）1.　　（B）$\frac{3}{2}$.　　（C）2.　　（D）3.

解析：当直线 $z=x+y$ 过点 B(1,1)时，z 最大值为 2

16."$x=2k\pi+\frac{\pi}{4}(k\in Z)$"是"$\tan x=1$"成立的 [答]（ ）

（A）充分不必要条件.　　（B）必要不充分条件.
（C）充分条件.　　（D）既不充分也不必要条件.

解析：$\tan(2k\pi+\frac{\pi}{4})=\tan\frac{\pi}{4}=1$，所以充分；但反之不成立，如 $\tan\frac{5\pi}{4}=1$

17.若 x_0 是方程式 $\lg x+x=2$ 的解，则 x_0 属于区间 [答]（ ）

（A）（0，1）.　（B）（1，1.25）.　（C）（1.25，1.75）　（D）（1.75，2）

解析：构造函数$f(x)=\lg x+x-2$,由$f(1.75)=f(\frac{7}{4})=\lg\frac{7}{4}-\frac{1}{4}<0$

$f(2)=\lg 2>0$ 知 x_0 属于区间（1.75，2）

18.若△ABC的三个内角满足$\sin A:\sin B:\sin C=5:11:13$，则△$ABC$

（A）一定是锐角三角形.　　　（B）一定是直角三角形.

（C）一定是钝角三角形.　　　(D)可能是锐角三角形，也可能是钝角三角形.

解析：由$\sin A:\sin B:\sin C=5:11:13$及正弦定理得 a:b:c=5:11:13

由余弦定理得$\cos c=\frac{5^2+11^2-13^2}{2\times5\times11}<0$，所以角 C 为钝角

三、解答题（本大题满分 74 分）本大题共有 5 题，解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤。

19.（本题满分 12 分）

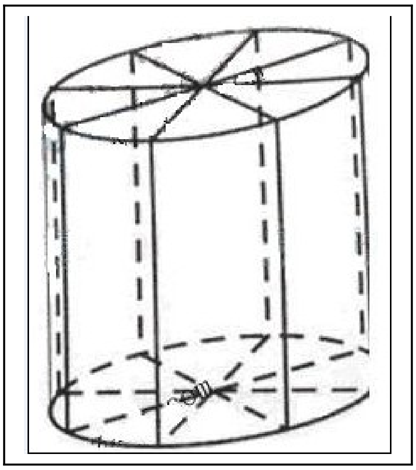
已知$0<x<\frac{\pi}{2}$，化简：

$\lg(\cos x\cdot\tan x+1-2\sin^2\frac{x}{2})+\lg[\sqrt{2}\cos(x-\frac{\pi}{2})]-\lg(1+\sin 2x)$.

解析：原式=lg(sin$x$+cos$x$)+lg(cos$x$+sin$x$)-lg(sin$x$+cos$x$)^2=0．

20.（本大题满分 14 分）本题共有 2 个小题，第 1 小题满分 7 分，第 2 小题满分 7 分.

如图所示，为了制作一个圆柱形灯笼，先要制作 4 个全等的矩形骨架，总计耗用 9.6 米铁丝，再用S平方米塑料片制成圆柱的侧面和下底面（不安装上底面）.



(1)当圆柱底面半径r取何值时，S取得最大值？并求出该最大值（结果精确到 0.01 平方米）；

(2)若要制作一个如图放置的，底面半径为 0.3 米的灯笼，请作出用于灯笼的三视图（作图时，不需考虑骨架等因素）.

解析：(1) 设圆柱形灯笼的母线长为l，则

l=1.2-2r(0<r<0.6)，S=-3π(r-0.4)^2+0.48π，

所以当r=0.4 时，S取得最大值约为 1.51 平方米；

(2) 当r=0.3 时，l=0.6，作三视图略．

21.(本题满分 14 分)本题共有 2 个小题，第一个小题满分 6 分，第 2 个小题满分 8 分。

已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_n=n-5a_n-85$，$n\in N^*$

(1)证明：$\{a_n-1\}$是等比数列；

(2)求数列$\{S_n\}$的通项公式，并求出使得$S_{n+1}>S_n$成立的最小正整数n.

解析：(1) 当n=1 时，a_1=-14；当n≥2 时，a_n=S_n-S_{n-1}=-5a_n+5a_{n-1}+1，所以$a_n-1=\frac{5}{6}(a_{n-1}-1)$，

又 a_1-1=-15≠0，所以数列$\{a_n-1\}$是等比数列；

(2) 由(1)知：$a_n-1=-15\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}$，得 $a_n=1-15\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}$，从而 $S_n=75\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}+n-90$

(n∈**N***)；

由 $S_{n+1}>S_n$，得 $\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}<\frac{2}{5}$，$n>\log_{\frac{5}{6}}\frac{2}{25}+1\approx 14.9$，最小正整数 n=15．

22.（本题满分 16 分）本题共有 3 个小题，第 1 小题满分 3 分，第 2 小题满分 5 分，第 3 小题满分 8 分。

若实数 x、y、m 满足 $|x-m|<|y-m|$，则称 x 比 y 接近 m.

（1）若 x^2-1 比 3 接近 0，求 x 的取值范围；

（2）对任意两个不相等的正数 a、b，证明：a^2b+ab^2 比 a^3+b^3 接近 $2ab\sqrt{ab}$；

（3）已知函数 $f(x)$ 的定义域 $D\{x|x\neq k\pi,k\in Z,x\in R\}$. 任取 $x\in D$，$f(x)$ 等于 $1+\sin x$ 和 $1-\sin x$ 中接近 0 的那个值.写出函数 $f(x)$ 的解析式，并指出它的奇偶性、最小正周期、最小值和单调性（结论不要求证明）.

解析：(1) x∈(-2,2)；

(2) 对任意两个不相等的正数 a、b，有 $a^2b+ab^2>2ab\sqrt{ab}$，$a^3+b^3>2ab\sqrt{ab}$，

因为 $|a^2b+ab^2-2ab\sqrt{ab}|-|a^3+b^3-2ab\sqrt{ab}|=-(a+b)(a-b)^2<0$，

所以 $|a^2b+ab^2-2ab\sqrt{ab}|<|a^3+b^3-2ab\sqrt{ab}|$，即 a^2b+ab^2 比 a^3+b^3 接近 $2ab\sqrt{ab}$；

(3) $f(x)=\begin{cases}1+\sin x, & x\in(2k\pi-\pi,2k\pi)\\ 1-\sin x, & x\in(2k\pi,2k\pi+\pi)\end{cases}=1-|\sin x|,x\neq k\pi$，$k$∈**Z**，

$f(x)$是偶函数，$f(x)$是周期函数，最小正周期 $T=\pi$，函数 $f(x)$的最小值为 0，

函数 $f(x)$在区间 $[k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi)$ 单调递增，在区间 $(k\pi,k\pi+\frac{\pi}{2}]$ 单调递减，k∈**Z**．

23（本题满分 18 分）本题共有 3 个小题，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 6 分，第 3 小题满分 8 分.

已知椭圆 Γ 的方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，$A(0,b)$、$B(0,-b)$ 和 $Q(a,0)$ 为 Γ 的三个顶

点.

（1）若点M满足$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AQ}+\overrightarrow{AB})$，求点$M$的坐标；

（2）设直线$l_1: y=k_1x+p$交椭圆Γ于C、D两点，交直线$l_2: y=k_2x$于点E.若$k_1\cdot k_2=-\frac{b^2}{a^2}$，证明：$E$为$CD$的中点；

（3）设点P在椭圆Γ内且不在x轴上，如何构作过PQ中点F的直线l，使得l与椭圆Γ的两个交点P_1、P_2满足$\overrightarrow{PP_1}+\overrightarrow{PP_2}=\overrightarrow{PQ}$ $\overrightarrow{PP_1}+\overrightarrow{PP_2}=\overrightarrow{PQ}$？令$a=10$，$b=5$，点$P$的坐标是（-8，-1），若椭圆$\Gamma$上的点$P_1$、$P_2$满足$\overrightarrow{PP_1}+\overrightarrow{PP_2}=\overrightarrow{PQ}$，求点$P_1$、$P_2$的坐标.

解析：(1) $M(\frac{a}{2},-\frac{b}{2})$；

(2) 由方程组$\begin{cases} y=k_1x+p \\ \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \end{cases}$，消$y$得方程$(a^2k_1^2+b^2)x^2+2a^2k_1px+a^2(p^2-b^2)=0$，

因为直线$l_1: y=k_1x+p$交椭圆Γ于C、D两点，

所以$\Delta>0$，即$a^2k_1^2+b^2-p^2>0$，

设$C(x_1,y_1)$、$D(x_2,y_2)$，CD中点坐标为(x_0,y_0)，

则$\begin{cases} x_0=\frac{x_1+x_2}{2}=-\frac{a^2k_1p}{a^2k_1^2+b^2} \\ y_0=k_1x_0+p=\frac{b^2p}{a^2k_1^2+b^2} \end{cases}$，

由方程组$\begin{cases} y=k_1x+p \\ y=k_2x \end{cases}$，消$y$得方程$(k_2-k_1)x=p$，

又因为$k_2=-\frac{b^2}{a^2k_1}$，所以$\begin{cases} x=\frac{p}{k_2-k_1}=-\frac{a^2k_1p}{a^2k_1^2+b^2}=x_0 \\ y=k_2x=\frac{b^2p}{a^2k_1^2+b^2}=y_0 \end{cases}$，

故E为CD的中点；

(3) 因为点P在椭圆Γ内且不在x轴上，所以点F在椭圆Γ内，可以求得直线OF的斜率k_2，由$\overrightarrow{PP_1}+\overrightarrow{PP_2}=\overrightarrow{PQ}$知$F$为$P_1P_2$的中点，根据(2)可得直线$l$的斜率$k_1=-\frac{b^2}{a^2k_2}$，从而得直线$l$的方程．

$F(1,-\frac{1}{2})$，直线 OF 的斜率 $k_2=-\frac{1}{2}$，直线 l 的斜率 $k_1=-\frac{b^2}{a^2k_2}=\frac{1}{2}$，

解方程组 $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x-1 \\ \frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{25}=1 \end{cases}$，消 y：x^2-2x-48=0，解得 P_1(-6,-4)、P_2(8,3)．