2012年石家庄市高中毕业班第二次模拟考试

高三数学(理科)

注意事项：

1. 本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.

2. 回答第Ⅰ卷时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.写在本试卷上无效.

3. 回答第Ⅱ卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效.

4. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

第Ⅰ卷(选择题60分)

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合M={5，6，7}，N={5，7，8}，则

A. $M\subseteq N$　B. $M\supseteq N$　C. $M\cap N=\{5,7\}$　D. $M\cup N=\{6,7,8\}$

2. 若F(5，0)是双曲线$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{m}=1$(m是常数）的一个焦点，则m的值为

A. 3　B. 5　C. 7　D. 9

3. 已知函数f(x)，g(x)分别由右表给出，则，$f[g(2)]$的值为

x	1	2	3
$f(x)$	4	1	2

x	1	2	3
$g(x)$	3	2	1

A. 1　B.2　C. 3　D. 4

4. $x(1-\frac{2}{\sqrt{x}})^6$的展开式中的常数项为

A. -60　B. -50　C. 50　D. 60

5. $\frac{1-\tan15^\circ}{1+\tan15^\circ}$的值为

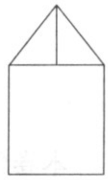
A. 1　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　D. $\sqrt{3}$

6. 已知向量 a=(1，2)，b=(2，3)，则 $\lambda<-4$ 是向量 $\boldsymbol{m}=\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与向量 n=(3，-1)夹角为钝角的

A.充分而不必要条件　　　　B.必要而不充分条件

C.充要条件　　　　　　　　D.既不充分也不必要的条件

7. 一个几何体的正视图与侧视图相同，均为右图所示，则其俯视图可能是



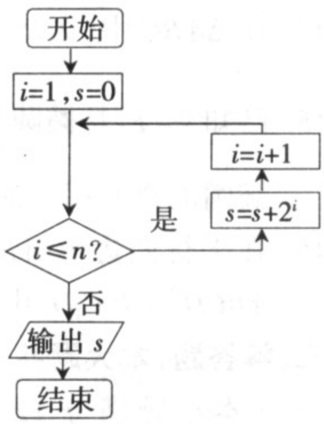
A　　B　　C　　D

8. 从某高中随机选取 5 名高三男生，其身高和体重的数据如下表所示：

身高 x(cm)	160	165	170	175	180
体重 y(kg)	63	66	70	72	74

根据上表可得回归直线方程 $\hat{y}=0.56x+\hat{a}$，据此模型预报身高为 172 cm 的高三男生的体重为

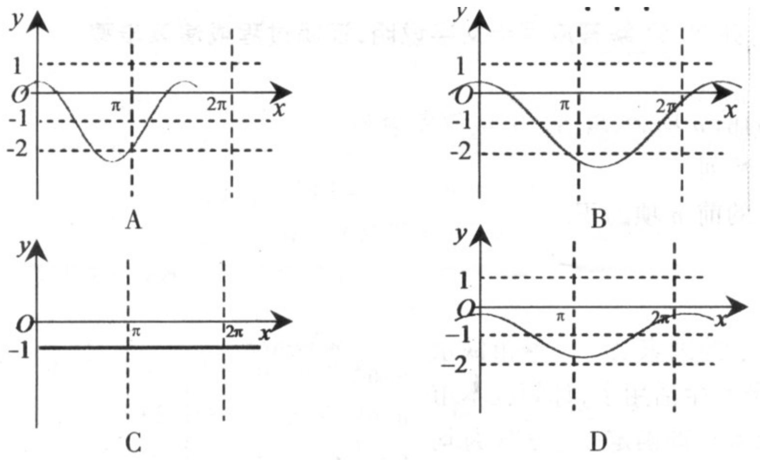
A. 70.09　B. 70.12　C. 70.55　D. 71.05



9. 程序框图如右图，若输出的 s 值为位，则 n 的值为

A. 3　B. 4　C. 5　D. 6

10. 已知 a 是实数，则函数 $f(x)=a\cos ax-1$ 的图象不可能是



11. 已知长方形ABCD，抛物线l以CD的中点E为顶点，经过A、B两点，记抛物线l与AB边围成的封闭区域为M.若随机向该长方形内投入一粒豆子，落入区域M的概率为P.则下列结论正确的是

A.不论边长AB，CD如何变化，P为定值；　B.若$\frac{AB}{CD}$-的值越大，P越大；

C.当且仅当AB=CD时，P最大；　　　　D.当且仅当AB=CD时，P最小.

12. 设不等式组$\begin{cases} x>0, \\ y>0, \\ y\leqslant -nx+4n. \end{cases}$ $(n\in N^*)$ 表示的平面区域为D_n a_n表示区域D_n中整点的个数

(其中整点是指横、纵坐标都是整数的点），则$\frac{1}{2012}(a_2+a_4+a_6+\cdots+a_{2012})$=

A. 1012　B. 2012　C. 3021　D. 4001

第II卷(非选择题共90分）

本卷包括必考题和选考题两部分，第13题～第21题为必考题，每个试题考生都必须作答.第22题～第24题为选考题，考生根据要求作答.

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 复数$\frac{1+i}{1-ai}$ （i为虚数单位)是纯虚数，则实数a的值为________.

14. 在ΔABC中，$\angle B=\frac{\pi}{6}$，$\sqrt{3}$，则BC的长度为_______.

15. 已知 F_1 F_2 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ （a>b>0)的两个焦点，若椭圆上存在一点 P 使得

$\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{3}$，则椭圆的离心率 e 的取值范围为________.

16. 在平行四边形 ABCD 中有 $AC^2+BD^2=2(AB^2+AD^2)$，类比这个性质，在平行六面体中

$ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中有 $AC_1^2+BD_1^2+CA_1^2+DB_1^2=$________

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

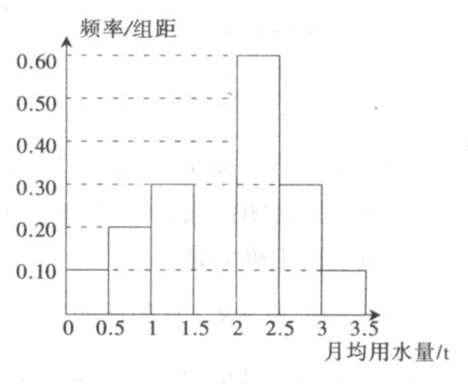
已知 S_n 是等比数列{a_n}的前 n 项和，S_4、S_{10}、S_7 成等差数列.

(I)求证而 a_3,a_9,a_6 成等差数列；

(II)若 $a_1=1$，求数列 W{$a^3{}_n$}的前 n 项的积

.

18. (本小题满分 12 分)



我国是世界上严重缺水的国家之一，城市缺水问题较为突出.某市为了节约生活用水，计划在本市试行居民生活用水定额管理（即确定一个居民月均用水量标准〜用水量不超过 a 的部分按照平价收费，超过 a 的部分按照议价收费）.为了较为合理地确定出这个标准，通过抽样获得了 100 位居民某年的月均用水量(单位:t)，制作了频率分布直方图，

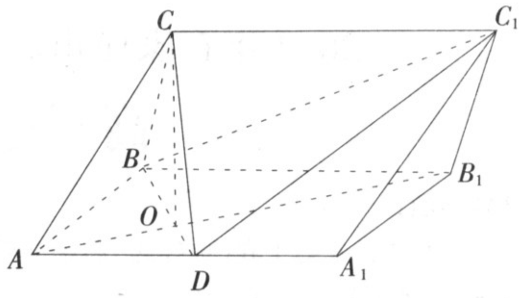
(I)由于某种原因频率分布直方图部分数据丢失，请在图中将其补充完整；

(II)用样本估计总体，如果希望 80%的居民每月的用水量不超出标准&则月均用水量的最低标准定为多少吨，并说明理由；

(III)若将频率视为概率，现从该市某大型生活社区随机调查 3 位居民的月均用水量(看作有放回的抽样），其中月均用水量不超过（II)中最低标准的人数为 x，求 x 的分布列和均值.

19. (本小题满分 12 分)

在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 ABB_1A_1 为矩形，



AB=1，$AA_1=\sqrt{2}$，D 为 AA_1 中点，BD 与 AB_1 交于

点 0，C0⊥侧面 ABB_1A_1

(I)证明：BC⊥AB_1；

(II)若 OC=OA,求二面角 C_1-BD-C 的余弦值.

20. (本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系中，已知直线 l:y=-1，定点 F(0，1)，过平面内动点 P 作 PQ⊥l 于 Q

点，且 $\overrightarrow{QP}\cdot\overrightarrow{QF}=\overrightarrow{FP}\cdot\overrightarrow{FQ}$.

(I)求动点 P 的轨迹 E 的方程；

(II)过点 P 作圆 $x^2+(y-2)^2=4$ 的两条切线，分别交 x 轴于点 B、C，当点 P 的纵坐标 $y_0>4$ 时，

试用 y_0 表示线段 BC 的长，并求 ΔPBC 面积的最小值.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=ae^{2x}+be^{x}$ (A，B∈R，e 为自然对数的底数)，$g(x)=x$.

(Ⅰ)当 b=2 时，若$F(x)=f(x)-g(x)$存在单调递增区间，求 a 的取值范围；

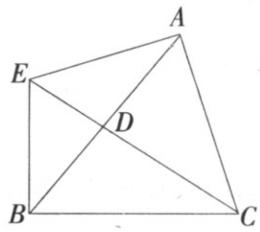
(Ⅱ)当 a>0 时，设$y=f(x)$的图象 C_1 与$y=g(x)$的图象 C_2 相交于两个不同的点 P、Q，过线段 PQ 的中点作 x 轴的垂线交 C_1 于点$M(x_0,y_0)$，求证$f'(x_0)<1$.

请考生在第 22～24 三题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题记分.

22. (本小题满分 10 分)选修 4-1 几何证明选讲

已知四边形 ACBE,AB 交 CE *于* D *点*，$\angle BCE=\angle ACE$，

BE^2=DE-EC.



(Ⅰ) 求证:$\Delta EBD\backsim\Delta ACD$；

(ⅠⅠ) 求证：A、E、B、C 四点共圆.

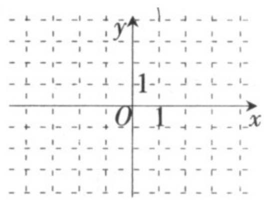
23. (本小题满分 10 分)选修 4-4 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中，以 O 为极点，X 轴的正半轴为极轴，取与直角坐标系相同的长度单位建立极坐标系.曲线 C_1 的参数方程为：$\begin{cases}x=a\cos\varphi,\\ y=\sin\varphi.\end{cases}$（$\varphi$为参数）；射线 C_2 的极坐标方程为：$\theta=\frac{\pi}{4}$,且射线 C_2 与曲线 C_1 的交点的横坐标为$\frac{\sqrt{6}}{3}$

(Ⅰ)求曲线 C_1 的普通方程；

(Ⅱ)设 A、B 为曲线 C_1 与 y 轴的两个交点，M 为曲线 C_1 上不同于 A、B 的任意一点，若直线 AM 与 MB 分别与 x 轴交于 P,Q 两点，求证|OP|.|OQ|为定值.

24. (本小题满分 10 分)选修 4-5 不等式选讲



设函数$f(x)=|3x+6|+1$.

(I)画出函数$y=f(x)$的图象；

(II)若不等式，$f(x)\geqslant ax$恒成立，求实数a的取值范围.

2012年石家庄市高中毕业班第二次模拟考试

高三数学(理科答案)

一、 选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1-5 CDADB 6-10 ABBCB 11-12 AC

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 1 14. 1或2 15. $\left[\frac{1}{2},1\right)$ 16. $4(AB^2+AD^2+AA_1^2)$

三、解答题：本大题共6小题，共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17. 解：（I） 当$q=1$时，$2S_{10}\neq S_4+S_7$

所以$q\neq 1$ ……………………………………………………..2分

由$2S_{10}=S_4+S_7$,得$\frac{2a_1\left(1-q^{10}\right)}{1-q}=\frac{a_1(1-q^4)}{1-q}+\frac{a_1\left(1-q^7\right)}{1-q}$

$\because a_1\neq 0,q\neq 1\therefore 2q^{10}=q^4+q^7$ ， ………………………….4分

则$2a_1q^8=a_1q^2+a_1q^5$，

$\therefore 2a_9=a_3+a_6$，所以a_3,a_9,a_6成等差数列. ……………………….6分

(II)依题意设数列$\left\{a_n^{\ 3}\right\}$的前n项的积为T_n，

$T_n = a_1^3 \cdot a_2^3 \cdot a_3^3 \ldots a_n^3$

$= 1^3 \cdot q^3 \cdot (q^2)^3 \ldots (q^{n-1})^3 = q^3 \cdot (q^3)^2 \ldots (q^3)^{n-1}$

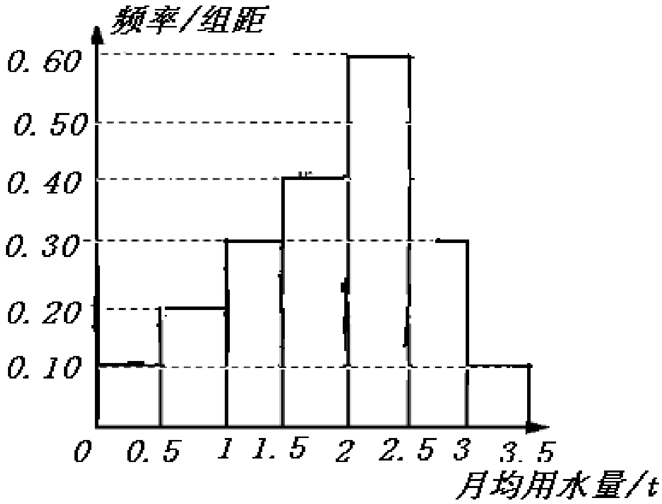
$= (q^3)^{1+2+3\ldots(n-1)} = (q^3)^{\frac{n(n-1)}{2}}$，…………………8 分

又由（Ⅰ）得 $2q^{10} = q^4 + q^7$，

$\therefore 2q^6 - q^3 - 1 = 0$，解得 $q^3 = 1(舍), q^3 = -\frac{1}{2}$ …………………10 分

所以 $T_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{n(n-1)}{2}}$． ……………………………………………12 分

18. 解:（Ⅰ）



………………………………3 分

（Ⅱ）月均用水量的最低标准应定为 2.5 吨.样本中月均用水量不低于 2.5 吨的居民有 20 位，占样本总体的 20%，由样本估计总体，要保证 80%的居民每月的用水量不超出标准，月均用水量的最低标准应定为 2.5 吨……………………………………………6 分

（Ⅲ）依题意可知,居民月均用水量不超过（Ⅱ）中最低标准的概率是 $\frac{4}{5}$，则 $X \sim B(3, \frac{4}{5})$，

$P(X=0) = (\frac{1}{5})^3 = \frac{1}{125}$　　　$P(X=1) = C_3^1 \frac{4}{5} (\frac{1}{5})^2 = \frac{12}{125}$

$P(X=2) = C_3^2 (\frac{4}{5})^2 (\frac{1}{5}) = \frac{48}{125}$　　　$P(X=3) = (\frac{4}{5})^3 = \frac{64}{125}$ ………………8 分

分布列为

X	0	1	2	3

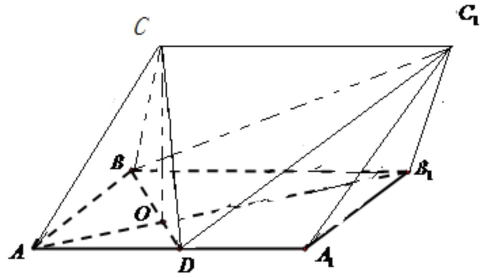
P	$\frac{1}{125}$	$\frac{12}{125}$	$\frac{48}{125}$	$\frac{64}{125}$

……………………………………………………………………………………10 分

$E(X)=3\times\frac{4}{5}=\frac{12}{5}$ ……………………………………………………………12 分

19. 解：（Ⅰ）因为 ABB_1A_1 是矩形，

D 为 AA_1 中点，$AB=1$，$AA_1=\sqrt{2}$，



$AD=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

所以在直角三角形 ABB_1 中，

$\tan\angle AB_1B=\frac{AB}{BB_1}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

在直角三角形 ABD 中，

$\tan\angle ABD=\frac{AD}{AB_1}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

所以 $\angle AB_1B=\angle ABD$，

又 $\angle BAB_1+\angle AB_1B=90^\circ$，

$\angle BAB_1+\angle ABD=90^\circ$，

所以在直角三角形 ABO 中，故 $\angle BOA=90^\circ$，

即 $BD\perp AB_1$，……………………………………………………………………3 分

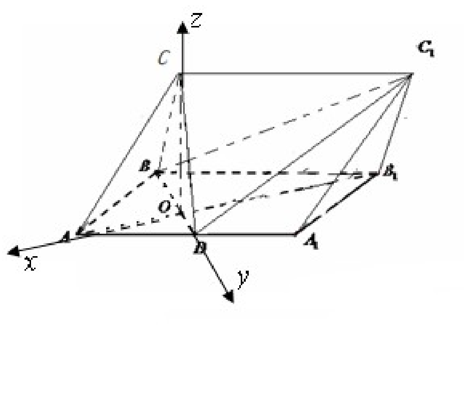
又因为 $CO\perp$ 侧面 ABB_1A_1，$AB_1\subset$ 侧面 ABB_1A_1，所以 $CO\perp AB_1$

所以，$AB_1\perp$ 面 BCD，$BC\subset$ 面 BCD， 故 $BC\perp AB_1$ ………………………5 分

（Ⅱ）

解法一：

如图，由（Ⅰ）可知，OA,OB,OC 两两垂直，分别以 OA,OB,OC 为 x 轴、y 轴、z 轴建立空间直角坐标系 $O-xyz$．



在 $Rt\triangle ABD$ 中，可求得 $OB=\frac{\sqrt{6}}{3}$，$OD=\frac{\sqrt{6}}{6}$，

$OC=OA=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

在 $Rt\triangle ABB_1$ 中，可求得 $OB_1=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

故 $D\left(0,\frac{\sqrt{6}}{6},0\right)$，$B\left(0,-\frac{\sqrt{6}}{3},0\right)$，$C\left(0,0,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$，

$B_1\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3},0,0\right)$

所以 $\overrightarrow{BD}=\left(0,\frac{\sqrt{6}}{2},0\right)$, $\overrightarrow{BC}=\left(0,\frac{\sqrt{6}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$, $\overrightarrow{BB_1}=\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{6}}{3},0\right)$

可得，$\overrightarrow{BC_1}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB_1}=\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3},\frac{2\sqrt{6}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ ……………………………………8 分

设平面 BDC_1 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，则 $\boldsymbol{m}\cdot BD=0,\boldsymbol{m}\cdot BC_1=0$，

即 $\begin{cases}-\frac{2\sqrt{3}}{3}x+\frac{2\sqrt{6}}{3}y+\frac{\sqrt{3}}{3}z=0\\ \frac{\sqrt{6}}{2}y=0\end{cases}$，取 $x=1,y=0,z=2$，

则 $\boldsymbol{m}=(1,0,2)$， ……………………………………10 分

又面 BCD $\boldsymbol{n}=(1,0,0)$，

故 $\cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

所以，二面角 C_1-BD-C 的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ……………………………………12 分

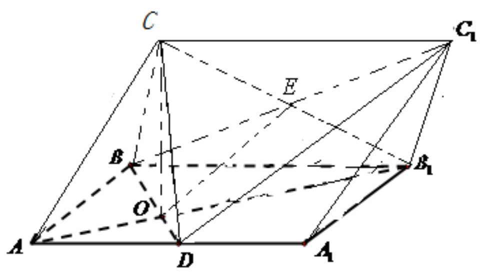
解法二：连接 CB_1 交 C_1B 于 E，连接 OE，

因为 $CO\perp$ 侧面 ABB_1A_1，所以 $BD\perp OC$，

又 $BD\perp AB_1$，

所以 $BD\perp$ 面 COB_1，故 $BD\perp OE$

所以 $\angle EOC$ 为二面角 C_1-BD-C 的平面角……………………………………8 分



$BD=\frac{\sqrt{6}}{2}$，$AB_1=\sqrt{3}$，$\frac{AD}{BB_1}=\frac{AO}{OB_1}=\frac{1}{2}$，

$OB_1=\frac{2}{3}AB_1=\frac{2}{3}\sqrt{3}$，

$OC=OA=\frac{1}{3}AB_1=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

在 $Rt\triangle COB_1$ 中，$B_1C=\sqrt{OC^2+OB_1^2}=\sqrt{\frac{1}{3}+\frac{4}{3}}=\frac{\sqrt{15}}{3}$，……………………10 分

又 $\angle EOC=\angle OCE$　$\cos\angle EOC=\frac{OC}{CB_1}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

故二面角 C_1-BD-C 的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$. ....12 分

20.解：（Ⅰ）设 $P(x,y)$，则 $Q(x,-1)$，

∵ $\overrightarrow{QP}\cdot\overrightarrow{QF}=\overrightarrow{FP}\cdot\overrightarrow{FQ}$，

∴ $(0,y+1)\cdot(-x,2)=(x,y-1)\cdot(x,-2)$． …………………2分

即 $2(y+1)=x^2-2(y-1)$，即 $x^2=4y$，

所以动点 P 的轨迹 E 的方程 $x^2=4y$ ．…………………………4分

（Ⅱ）

解法一：设 $P(x_0,y_0),B(b,0),C(c,0)$，不妨设 $b>c$ ．

直线 PB 的方程: $y=\frac{y_0}{x_0-b}(x-b)$，化简得 $y_0x-(x_0-b)y-y_0b=0$ ．

又圆心 $(0,2)$ 到 PB 的距离为 2，$\frac{|2(x_0-b)+y_0b|}{\sqrt{y_0^2+(x_0-b)^2}}=2$，

故 $4[y_0^2+(x_0-b)^2]=4(x_0-b)^2+4(x_0-b)y_0b+y_0^2b^2$，易知 $y_0>4$，上式化简得

$(y_0-4)b^2+4x_0b-4y_0=0$， 同理有 $(y_0-4)c^2+4x_0c-4y_0=0$ ． …………6 分

所以 $b+c=\frac{-4x_0}{y_0-4}$，$bc=\frac{-4y_0}{y_0-4}$，…………………8 分

则 $(b-c)^2=\frac{16(x_0^2+y_0^2-4y_0)}{(y_0-4)^2}$ ．

因 $P(x_0,y_0)$ 是抛物线上的点，有 $x_0^2=4y_0$，

则 $(b-c)^2=\frac{16y_0^2}{(y_0-4)^2}$，$b-c=\frac{4y_0}{y_0-4}$ ．………………10 分

所以 $S_{\Delta PBC}=\frac{1}{2}(b-c)\cdot y_0=\frac{2y_0}{y_0-4}\cdot y_0=2[(y_0-4)+\frac{16}{y_0-4}+8]$

$\geq 4\sqrt{16}+8=32$ ．

当 $(y_0-4)^2=16$ 时，上式取等号，此时 $x_0=4\sqrt{2},y_0=8$ ．

因此 $S_{\Delta PBC}$ 的最小值为 32． ……………………12 分

解法二：设 $P(x_0,y_0)$，则 $y_0=\frac{x_0^2}{4}$，PB、PC 的斜率分别为 k_1、k_2，

则 PB：$y-\frac{x_0^2}{4}=k_1(x-x_0)$，令 $y=0$ 得 $x_B=x_0-\frac{x_0^2}{4k_1}$，同理得 $x_C=x_0-\frac{x_0^2}{4k_2}$；

所以 $|BC|=|x_B-x_C|=|\frac{x_0^2}{4k_2}-\frac{x_0^2}{4k_1}|=\frac{x_0^2}{4}\cdot|\frac{k_1-k_2}{k_1k_2}|$，……………6 分

下面求 $|\frac{k_1-k_2}{k_1k_2}|$，

由 $(0,2)$ 到 PB：$y-\frac{x_0^2}{4}=k_1(x-x_0)$ 的距离为 2，得 $\frac{|k_1x_0+2-\frac{x_0^2}{4}|}{\sqrt{k_1^2+1}}=2$，

因为 $y_0>4$，所以 $x_0^2>16$，

化简得 $(x_0^2-4)k_1^2+x_0\cdot(4-\frac{x_0^2}{2})k_1+(\frac{x_0^2}{4})^2-x_0^2=0$，

同理得 $(x_0^2-4)k_2^2+x_0\cdot(4-\frac{x_0^2}{2})k_2+(\frac{x_0^2}{4})^2-x_0^2=0$ …………………8 分

所以 k_1、k_2 是 $(x_0^2-4)k^2+x_0\cdot(4-\frac{x_0^2}{2})k+(\frac{x_0^2}{4})^2-x_0^2=0$ 的两个根.

所以 $k_1+k_2=\frac{x_0(\frac{x_0^2}{2}-4)}{x_0^2-4}$，$k_1k_2=\frac{(\frac{x_0^2}{4})^2-x_0^2}{x_0^2-4}=\frac{x_0^2(\frac{x_0^2}{16}-1)}{x_0^2-4}$，

$|k_1-k_2|=\sqrt{(k_1+k_2)^2-4k_1k_2}=\frac{x_0^2}{x_0^2-4}$，$|\frac{k_1-k_2}{k_1k_2}|=\frac{1}{\frac{x_0^2}{16}-1}$，

$|x_B-x_C|=\frac{x_0^2}{4}\cdot|\frac{k_1-k_2}{k_1k_2}|=\frac{x_0^2}{4}\cdot\frac{1}{\frac{x_0^2}{16}-1}=y_0\cdot\frac{1}{\frac{y_0}{4}-1}=\frac{4y_0}{y_0-4}$，……………10 分

所以 $S_{\Delta PBC}=\frac{1}{2}|BC|\cdot y_0=\frac{2y_0}{y_0-4}\cdot y_0=2[(y_0-4)+\frac{16}{y_0-4}+8]$

$\geq 4\sqrt{16}+8=32$.

当 $(y_0-4)^2=16$ 时，上式取等号，此时 $x_0=4\sqrt{2}, y_0=8$.

因此 $S_{\Delta PBC}$ 的最小值为 32．……………………12 分

21.解:（Ⅰ）当 $b=2$ 时，若 $F(x)=f(x)-g(x)=ae^{2x}+2e^{x}-x$，则

$F'(x)=2ae^{2x}+2e^{x}-1$，

原命题等价于 $F'(x)=2ae^{2x}+2e^{x}-1\ldots 0$ 在 R 上有解．……………2 分

法一：当 $a\ldots 0$ 时，显然成立；

当 $a<0$ 时，$F'(x)=2ae^{2x}+2e^{x}-1=2a(e^{x}+\frac{1}{2a})^2-(1+\frac{1}{2a})$

$\therefore\ -(1+\frac{1}{2a})>0$，即 $-\frac{1}{2}<a<0$.

综合所述 $a>-\frac{1}{2}$.…………………5 分

法二：等价于 $a>\frac{1}{2}\cdot(\frac{1}{e^{x}})^2-\frac{1}{e^{x}}$ 在 R 上有解，即

$\therefore\ a>-\frac{1}{2}$.………………5 分

（Ⅱ）设 $P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2)$，不妨设 $x_1<x_2$，则 $\frac{x_2+x_1}{2}=x_0$，

$ae^{2x_2}+be^{x_2}=x_2$，$ae^{2x_1}+be^{x_1}=x_1$，

两式相减得：$a(e^{2x_2}-e^{2x_1})+b(e^{x_2}-e^{x_1})=x_2-x_1$，……………7 分

整理得

$x_2-x_1=a(e^{x_2}-e^{x_1})(e^{x_2}+e^{x_1})+b(e^{x_2}-e^{x_1})\ldots a(e^{x_2}-e^{x_1})\cdot 2e^{\frac{x_2+x_1}{2}}+b(e^{x_2}-e^{x_1})$

则 $\frac{x_2-x_1}{e^{x_2}-e^{x_1}}\ldots 2ae^{\frac{x_2+x_1}{2}}+b$，于是

$$\frac{x_2-x_1}{e^{x_2}-e^{x_1}}\cdot e^{\frac{x_2+x_1}{2}}\ldots 2ae^{x_2+x_1}+be^{\frac{x_2+x_1}{2}}=f'(x_0)$$ ，…………………9 分

而 $\dfrac{x_2-x_1}{e^{x_2}-e^{x_1}}\cdot e^{\frac{x_2+x_1}{2}}=\dfrac{x_2-x_1}{e^{x_2-x_1}-1}\cdot e^{\frac{x_2-x_1}{2}}$

令 $t=x_2-x_1>0$ ，则设 $G(t)=e^{\frac{t}{2}}-e^{-\frac{t}{2}}-t$ ，则

$$G'(t)=\frac{1}{2}e^{\frac{t}{2}}+\frac{1}{2}e^{-\frac{t}{2}}-1>\frac{1}{2}\cdot 2\cdot\sqrt{e^{\frac{t}{2}}\cdot e^{-\frac{t}{2}}}-1=0$$ ，

∴ $y=G(t)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，则

$G(t)=e^{\frac{t}{2}}-e^{-\frac{t}{2}}-t>G(0)=0$ ，于是有 $e^{\frac{t}{2}}-e^{-\frac{t}{2}}>t$ ，

即 $e^t-1>te^{\frac{t}{2}}$ ，且 $e^t-1>0$ ，

∴ $\dfrac{t}{e^t-1}e^{\frac{t}{2}}<1$ ，

即 $f'(x_0)<1$ ．…………………12 分

请考生在第 22～24 三题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题记分

22．选修 4-1 几何证明选讲

证明：(I)依题意，$\dfrac{DE}{BE}=\dfrac{BE}{EC}$ ，$\angle 1=\angle 1$ ，

所以 $\Delta DEB\sim\Delta BEC$,………………2 分

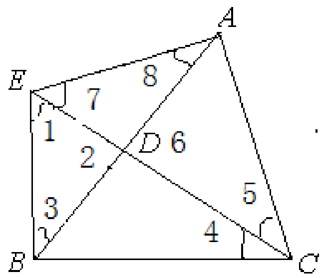
得 $\angle 3=\angle 4$,

因为 $\angle 4=\angle 5$,

所以 $\angle 3=\angle 5$,又 $\angle 2=\angle 6$ ，

可得 $\Delta EBD\sim\Delta ACD$ ……………………5 分

(II)因为



因为 $\Delta EBD\sim\Delta ACD$ ，

所以 $\dfrac{ED}{AD}=\dfrac{BD}{CD}$,即 $\dfrac{ED}{BD}=\dfrac{AD}{CD}$,又 $\angle ADE=\angle CDB$, $\Delta ADE\sim\Delta CDB$,

所以 $\angle 4=\angle 8$ ，………………7 分

因为 $\angle 1+\angle 2+\angle 3=180^{0}$ ，

因为 $\angle 2=\angle 7+\angle 8$ ，即 $\angle 2=\angle 7+\angle 4$ ，由(I)知 $\angle 3=\angle 5$ ，

所以 $\angle 1+\angle 7+\angle 4+\angle 5=180^{0}$,

即 $\angle ACB+\angle AEB=180^{0}$,

所以 A 、 E 、 B 、 C 四点共圆……………….10 分

23．选修 4-4：坐标系与参数方程

解：(I)曲线 C_1 的普通方程为 $\frac{x^2}{a^2}+y^2=1$ ，

射线 C_2 的直角坐标方程为 $y=x(x\geq 0)$ ，…………………3 分

可知它们的交点为 $\left(\frac{\sqrt{6}}{3},\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$ ，代入曲线 C_1 的普通方程可求得 $a^2=2$.

所以曲线 C_1 的普通方程为 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$……………….5 分

(II) $|OP|\cdot|OQ|$ 为定值.

由(I)可知曲线 C_1 为椭圆，不妨设 A 为椭圆 C_1 的上顶点，

设 $M(\sqrt{2}\cos\varphi,\sin\varphi)$，$P(x_P,0)$ ，$Q(x_Q,0)$，

因为直线 MA 与 MB 分别与 x 轴交于 P、 Q 两点，

所以 $K_{AM}=K_{AP}$，$K_{BM}=K_{BQ}$,……………….7 分

由斜率公式并计算得

$x_P=\frac{\sqrt{2}\cos\varphi}{1-\sin\varphi}$ ，$x_Q=\frac{\sqrt{2}\cos\varphi}{1+\sin\varphi}$,

所以 $|OP|\cdot|OQ|=\left|x_P\cdot x_Q\right|=2$.可得 $|OP|\cdot|OQ|$ 为定值……………10 分

24.选修 4-5：不等式选讲

解: (I)由于 $f(x)=\begin{cases}3x+7, & x\geq -2,\\ -3x-5 & x<-2.\end{cases}$…………2 分

则函数的图象如图所示:（图略）……………5 分

(Ⅱ) 由函数 $y=f(x)$ 与函数 $y=ax$ 的图象可知，

当且仅当 $-\frac{1}{2}\le a\le 3$ 时，函数 $y=ax$ 的图象与函数 $y=f(x)$ 图象没有交点，……………7 分

所以不等式 $f(x)\ge ax$ 恒成立，

则 a 的取值范围为 $\left[-\frac{1}{2},3\right]$ ………………….10 分