

## 2015—2016 学年度高二（上）寒假作业（1）

### ——直线与线性规划

#### 一、填空题：

1. 直线  $x\cos\alpha + y + 2 = 0$  的倾斜角的范围是\_\_\_\_\_.
2. 不等式  $|x| + |y| < 3$  表示的平面区域内的整点个数为\_\_\_\_\_.
3. 两条直线  $3x + y - 3 = 0$  与  $6x + my + 1 = 0$  平行, 则它们间的距离为\_\_\_\_\_.
4. 在平面直角坐标系中, 不等式组 
$$\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
 表示的平面区域的面积是\_\_\_\_\_.
5. 直线过点  $(2, -3)$ , 且在两个坐标轴上的截距互为相反数, 则这样的直线方程是\_\_\_\_\_.
6. 过点  $P(1, 2)$  作直线  $l$ , 使直线  $l$  与点  $M(2, 3)$  和点  $N(4, -5)$  距离相等, 则直线  $l$  的方程为\_\_\_\_\_.
7. 已知  $A(4, 0)$ 、 $B(0, 4)$ , 从点  $P(2, 0)$  射出的光线经直线  $AB$  反射后再射到直线  $OB$  上, 最后经直线  $OB$  反射后又回到  $P$  点, 则光线所经过的路程是\_\_\_\_\_.
8. 设变量  $x$ 、 $y$  满足约束条件 
$$\begin{cases} 2x - y \leq 2 \\ x - y \geq -1 \\ x + y \geq 1 \end{cases}$$
, 则  $z = 2x + 3y$  的最大值为\_\_\_\_\_.
9. 一条直线过点  $P(1, 2)$  且被两条平行直线  $4x + 3y + 1 = 0$  和  $4x + 3y + 6 = 0$  截取的线段长为, 求这条直线的方程\_\_\_\_\_.
10. 在约束条件 
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y + x \leq s \\ y + 2x \leq 4 \end{cases}$$
 下, 当  $3 \leq s \leq 5$  时, 目标函数  $z = 3x + 2y$  的最大值的变化范围是\_\_\_\_\_.
11. 已知  $b > 0$ , 直线  $(b^2 + 1)x + ay + 2 = 0$  与直线  $x - b^2y = 0$  互相垂直, 则  $ab$  的最小值等于\_\_\_\_\_.
12. 已知直线  $l: Ax + By + C = 0$  ( $A, B$  不全为 0), 两点  $P_1(x_1, y_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2)$ , 若  $(Ax_1 + By_1 + C)(Ax_2 + By_2 + C) > 0$ , 且  $|Ax_1 + By_1 + C| > |Ax_2 + By_2 + C|$ , 则正确是\_\_\_\_\_.  
① 直线  $l$  与线段  $P_2P_1$  的延长线相交    ② 直线  $l$  与线段  $P_2P_1$  相交  
③ 直线  $l$  与线段  $P_2P_1$  的延长线相交    ④ 直线  $l$  与直线  $P_2P_1$  不相交
13. 已知定点  $P(6, 4)$  与直线  $l_1: y = 4x$ , 过点  $P$  的直线  $l$  与  $l_1$  交于第一象限的  $Q$  点, 与  $x$  轴正半轴交于点  $M$ , 使  $\triangle OQM$  面积最小的直线  $l$  的方程\_\_\_\_\_.

14. 已知 $\triangle ABC$ 的两个顶点坐标为 $B(1, 4)$ 、 $C(6, 2)$ ，顶点 $A$ 在直线 $x - y + 3 = 0$ 上，若 $\triangle ABC$ 的面积为21. 则顶点 $A$ 的坐标为\_\_\_\_\_.

二、解答题：

15. (1) 若 $x, y$ 满足约束条件
$$\begin{cases} 3x - 5y + 6 \geq 0 \\ 2x + 3y - 15 \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
当且仅当 $x=y=3$ 时， $z=ax-y$ 取得最小值，求实数 $a$ 的

取值范围；

(2) 已知变量 $x, y$ 满足约束条件
$$\begin{cases} x - y - 1 \leq 0 \\ 2x - y - 3 \geq 0 \end{cases}$$
，当目标函数 $z = ax + by$  ( $a > 0, b > 0$ ) 在该约束条件下取到最小值 $2\sqrt{5}$ 时，求 $a^2 + b^2$ 的最小值.

16. 设直线 $l_1: y=2x$ 与直线 $l_2: x+y=3$ 交于 $P$ 点.

(1) 当直线 $l$ 过 $P$ 点，且与直线 $l_0: 2x+y=0$ 平行时，求直线 $l$ 的方程；

(2) 当直线 $l$ 过 $P$ 点，且原点 $O$ 到直线 $l$ 的距离为1时，求直线 $l$ 的方程.

17. 在直线  $l: 3x - y - 1 = 0$  上求一点  $P$ , 使得  $P$  到  $A(4, 1)$  和  $B(0, 4)$  的距离之差最大.

解: 如图所示, 设点  $B$  关于  $l$  的对称点为  $B'$ , 连结  $AB'$  并延长交  $l$  于  $P$ , 此时的  $P$  满足  $PA - PB$  的值最大.

18. 有一批同规格的钢条, 每根钢条有两种切割方式, 可截成长度为  $a$  的钢条 2 根, 长度为  $b$  的钢条 1 根; 或截成长度为  $a$  的钢条 1 根, 长度为  $b$  的钢条 3 根. 现长度为  $a$  的钢条至少需要 15 根, 长度为  $b$  的钢条至少需要 27 根. 问: 如何切割可使钢条用量最省?

19. 设直线  $l$  的方程为  $(a+1)x+y-2-a=0$  ( $a \in \mathbf{R}$ ) .

(1) 若直线  $l$  在两坐标轴上的截距相等, 求直线  $l$  的方程;

(2) 若  $a > -1$ , 直线  $l$  与  $x$ 、 $y$  轴分别交于  $M$ 、 $N$  两点, 求  $\triangle OMN$  面积取最小值时, 直线  $l$  对应的方程.

20. 过点  $M(2, 4)$  作互相垂直的两条直线  $l_1, l_2$ , 直线  $l_1$  与  $x$  轴正半轴交于点  $A$ , 直线  $l_2$  与  $y$  轴正半轴

交于点  $B$ .

(1) 当  $\triangle AOB$  的面积达到最大值时, 求四边形  $AOBM$  外接圆方程;

(2) 若直线  $AB$  将四边形  $OAMB$  分割成面积相等的两部分, 求  $\triangle AOB$  的面积.