

2015—2016 学年度高二（上）寒假作业（6）——综合试卷

一、填空题：

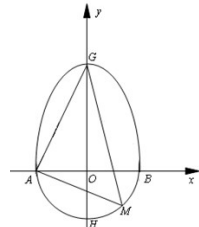
- 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, |x| > 0$ ”的否定是_____命题（填“真”或“假”）。
- 抛物线 $y = 2x^2$ 的焦点为_____。
- 在平面直角坐标系 xOy 中，若圆 $x^2 + (y - 1)^2 = 4$ 上存在 A, B 两点关于点 $P(1, 2)$ 成中心对称，则直线 AB 的方程为_____。
- 在平面内，已知双曲线 $C: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的焦点为 F_1, F_2 ，则 $|PF_1 - PF_2| = 6$ 是点 P 在双曲线 C 上的_____条件（填充要、充分不必要、必要不充分、既不充分又不必要）
- 在平面直角坐标系 xOy 中，若点 $P(m, 1)$ 到直线 $4x - 3y - 1 = 0$ 的距离为 4，且点 P 在不等式 $2x + y \geq 3$ 表示的平面区域内，则 $m =$ _____。
- 若圆锥曲线 $\frac{x^2}{k-2} + \frac{y^2}{k+5} = 1$ 的焦距与 k 无关，则它的焦点坐标是_____。
- 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ，点 A, B_1, B_2, F 依次为其左、下、上顶点和右焦点，若直线 AB_2 与直线 B_1F 的交点恰在椭圆的右准线上，则椭圆的离心率为_____。
- 在平面直角坐标系 xOy 中，若中心在坐标原点的双曲线的一条准线方程为 $x =$ _____，且它的一个顶点与抛物线 $y^2 = -4x$ 的焦点重合，则该双曲线的渐近线方程为_____。

- 过平面区域 $\begin{cases} x - y + 2 \geq 0, \\ y + 2 \geq 0, \\ x + y + 2 \leq 0 \end{cases}$ 内一点 P 作圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 的两条切线，切点分别为 A, B ，

记 $\angle APB = \alpha$ ，则当 α 最小时， $\cos \alpha =$ _____。

- 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的一条渐近线被圆 $(x - 2)^2 + y^2 = 4$ 所截得的弦长为 2，则该双曲线的实轴长为_____。
- 直线 $x - y + 3 = 0$ 与曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的交点个数是_____。
- 已知三棱锥 $S - ABC$ 的所有顶点都在球 O 的球面上， $\triangle ABC$ 是边长为 1 的正三角形， SC 为球 O 的直径，且 $SC = 2$ ，则此棱锥的体积为_____。

- 已知半椭圆 $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (y \geq 0, a > b > 0)$ 和半圆 $x^2 + y^2 = b^2 (y \leq 0)$ 组成的曲线 C 如图所示。曲线 C 交 x 轴于点 A, B ，交 y 轴于点 G, H ，点 M 是半圆上异于 A, B 的任意一点，当点 M 位于点 $(\frac{\sqrt{6}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3})$ 时， $\triangle AGM$ 的面积最大，则半椭圆的方程为_____。



- 已知三个正数 a, b, c ，满足 $a \leq b + c \leq 3a$ ， $3b^2 \leq a(a + c) \leq 5b^2$ ，则

$\frac{b - 2c}{a}$ 的最小值是_____。

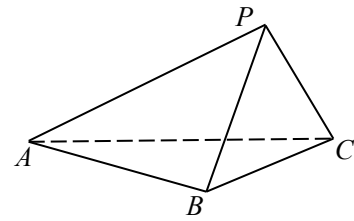
二、解答题：

- （本小题满分 14 分）已知命题 p ：曲线 $C_1: \frac{x^2}{2m} - \frac{y^2}{m-1} = 1$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆，命题 q ：直线 $l: mx + y + 2 = 0$ 与线段 AB 有交点，其中 $A(-2, -1), B(3, 2)$ ，命题 s ： $m^2 - 4am - 5a^2 < 0 (a < 0)$ 。

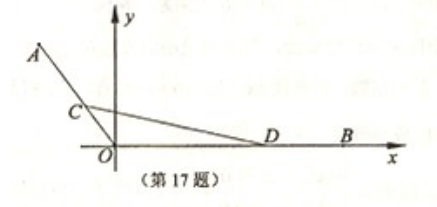
- (1) 若“ $p \wedge \neg q$ ”为真，求 m 取值范围；
(2) 若 $\neg p$ 是 $\neg s$ 的必要不充分条件，求 a 的取值范围；

16. (本小题满分 14 分) 如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，已知平面 $PBC \perp$ 平面 ABC .

- (1) 若 $AB \perp BC$, $CP \perp PB$, 求证 : $CP \perp PA$;
(2) 若过点 A 作直线 $l \perp$ 平面 ABC , 求证 : $l \parallel$ 平面 PBC .

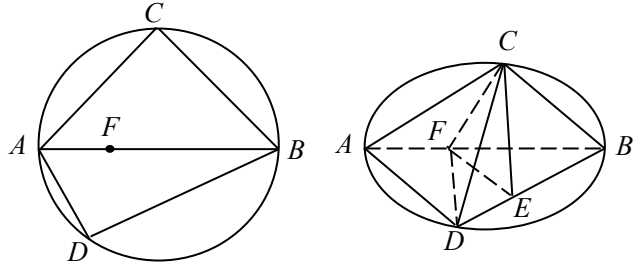


17. (本小题满分 14 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(-3, 4), B(9, 0)$, C, D 分别为线段 OA, OB 上的动点, 且满足 $AC=BD$.
- (1) 若 $AC=4$, 求直线 CD 的方程;
- (2) 证明: $\triangle OCD$ 的外接圆恒过定点 (异于原点 O).



18. (本小题满分 16 分) 如图: C, D 是以 AB 为直径的圆上两点, $AB = 2AD = 2$, $AC = BC$, F 是 AB 上一点, 且 $AF = AB$, 将圆沿直径 AB 折起, 使点 C 在平面 ABD 的射影 E 在 BD 上.

- (1) 求证: $AD \perp$ 平面 BCE ;
- (2) 求证: $AD \parallel$ 平面 CEF ;
- (3) 求三棱锥 $A-CFD$ 的体积.



19. (本小题满分 16 分) 已知抛物线 D 的顶点是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的中心, 焦点与该椭圆的右焦点重合.

(1) 求抛物线 D 的方程;

(2) 过椭圆 C 右顶点 A 的直线 l 交抛物线 D 于 M 、 N 两点.

① 若直线 l 的斜率为 1, 求 MN 的长;

② 是否存在垂直于 x 轴的直线 m 被以 MA 为直径的圆 E 所截得的弦长为定值? 如果存在, 求出 m 的方程; 如果不存在, 说明理由.

20. (本小题满分 16 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的上顶点到焦点的距离为 2, 离心率为 $\frac{1}{2}$.

(1) 求 a , b 的值.

(2) 设 P 是椭圆 C 长轴上的一个动点, 过点 P 作斜率为 k 的直线 l 交椭圆 C 于 A 、 B 两点.

(i) 若 $k=1$, 求 $\triangle OAB$ 面积的最大值;

(ii) 若 $PA^2 + PB^2$ 的值与点 P 的位置无关, 求 k 的值.