高三自评试题

数学（文科）

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分.共150分.考试时间120分钟．

注意事项：

1．答卷前，考生务必用2B铅笔和0.5毫米黑色签字笔（中性笔）将姓名、准考证号、考试科目、试卷类型填涂在答题卡规定的位置上．

2．第Ⅰ卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．答案不能答在试题卷上．

3．第Ⅱ卷必须用0.5毫米黑色签字笔（中性笔）作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置，不能写在试题卷上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用涂改液、胶带纸、修正带．不按以上要求作答的答案无效．

参考公式：锥体的体积公式为：$V=\frac{1}{3}Sh$,其中S为锥体的底面积，h为锥体的高.

第Ⅰ卷（选择题 共60分）

一、选择题：本大题共12小题．每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合$M=\{m,-3\}$，$N=\{x|2x^2+7x+3<0,x\in\mathbf{Z}\}$,如果$M\cap N\neq\varnothing$,则$m$等于

A．-1　　B．-2　　C．-2或-1　　D．$-\frac{3}{2}$

2．设复数$z=1+\frac{2}{i}$(其中i为虚数单位)，则$z^2+3\overline{z}$的虚部为

A．$2i$　　B．0　　C．-10　　D．2

3．设$x,y\in\mathrm{R}$，则“$x^2+y^2\geq9$”是“$x>3$且$y\geq3$”的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．即不充分也不必要条件

4．已知函数$f(x)=\begin{cases}\log_2 x, x>0\\ 3^{-x}+1, x\leq0\end{cases}$，则$f(f(1))+f\left(\log_3\frac{1}{2}\right)$的值是

A．5　　B．3　　C．-1　　D．$\frac{7}{2}$

5．设 m，n 是两条不同的直线，α，β，γ 是三个不同的平面．有下列四个命题：

① 若 $\alpha // \beta$，$m \subset \alpha$，$n \subset \beta$，则 $m // n$；

② 若 $m \perp \alpha$，$m // \beta$，则 $\alpha \perp \beta$；

③ 若 $n \perp \alpha$，$n \perp \beta$，$m \perp \alpha$，则 $m \perp \beta$；

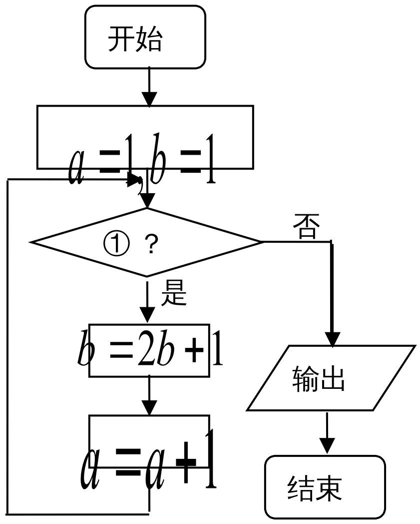
④ 若 $\alpha \perp \gamma$，$\beta \perp \gamma$，$m \perp \alpha$，则 $m \perp \beta$．

其中错误命题的序号是

A.①④　B.①③　C.②③④　D.②③

6．执行如图所示的程序框图，若输出的 b 的值为 31，

则图中判断框内①处应填



A．3　B．4　C．5　D．6

7．函数 $y=\sqrt{9-(x-5)^2}$ 的图象上存在不同的三点到原点的距离构成等比数列，则以下不可能成为该数列的公比的数是

A．$\frac{3}{4}$　B．$\sqrt{2}$　C．$\sqrt{3}$　D．$\sqrt{5}$

8．以下正确命题的个数为

① 命题“存在 $x \in \mathrm{R}$，$x^2-x-2 \geq 0$”的否定是：“不存在 $x \in \mathrm{R}$，$x^2-x-2<0$”；②函数 $f(x)=x^{\frac{1}{3}}-(\frac{1}{2})^x$ 的零点在区间 $(\frac{1}{3},\frac{1}{2})$ 内；③ 函数 $f(x)=e^{-x}-e^x$ 的图象的切线的斜率的最大值是 -2；④线性回归直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 恒过样本中心 $(\bar{x},\bar{y})$，且至少过一个样本点.

A．3　B．1　C．0　D．2

9．下图是某赛季甲、乙两名篮球运动员每场比赛得分的茎叶图，则甲、乙两人这几场比赛得分的中位数之和是

甲		乙
64	1	7
54	2	42
879	3	2851
32	4	15

A．68　B．70　C．69　D．71

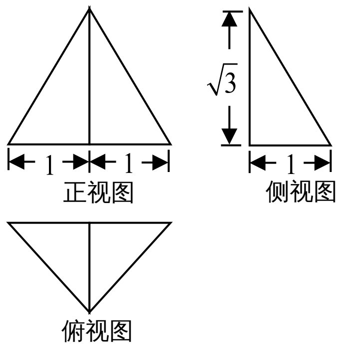
10．已知函数 $f(x)=\cos x+\frac{1}{2}x, x\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$，$\sin x_0=\frac{1}{2}, x_0\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$．那么下面命题中真命题的序号是

① $f(x)$ 的最大值为 $f(x_0)$　　② $f(x)$ 的最小值为 $f(x_0)$

③ $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{2},x_0]$ 上是增函数　　④ $f(x)$ 在 $[x_0,\frac{\pi}{2}]$ 上是增函数

A．①③　　B．①④　　C．②③　　D．②④

11．一个几何体的三视图如图所示，其中正视图是一个正三角形，则这个几何体的



A．外接球的半径为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B．表面积为 $\sqrt{7}+\sqrt{3}+1$

C．体积为 $\sqrt{3}$　　D．外接球的表面积为 4π

12．过双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点

$F(-c,0)(c>0)$ 作圆 $x^2+y^2=\frac{a^2}{4}$ 的切线，切点为 E，延长 FE 交双曲线右支于点 P，若

$OF+OP=2OE$，则双曲线的离心率为

A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{\sqrt{10}}{5}$　　C．$\frac{\sqrt{10}}{2}$　　D．$\sqrt{10}$

第Ⅱ卷（非选择题 共90分）

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分．

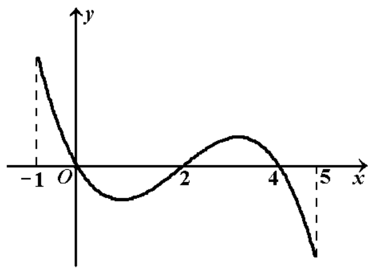
13．若 $\tan\alpha=2$，则 $\sin\alpha\cos\alpha=$______.

14．已知直线 $y=x+a$ 与圆 $x^2+y^2=4$ 交于 A、B 两点，且 $OA\cdot OB=0$，其中 O 为坐标原点，则正实数 a 的值为______.

15．设等轴双曲线 $y^2-x^2=1$ 的两条渐近线与直线 $x=2$ 围成的三角形区域（包含边界）为 M，$P(x,y)$ 为 M 内的一个动点，则目标函数 $z=2x-y$ 的最大值为_____.

16．已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-1,5]$，部分对应值如下表，$f(x)$ 的导函数 $y=f'(x)$ 的图象如图所示．下列关于 $f(x)$ 的命题：

x	－1	0	4	5
$f(x)$	1	2	2	1



① 函数 $f(x)$ 的极大值点为 0，4；

② 函数 $f(x)$ 在 $[0,2]$ 上是减函数；

③ 如果当 $x\in[-1,t]$ 时，$f(x)$ 的最大值是 2，那么 t 的最大值为 4；

④ 当 $1<a<2$ 时，函数 $y=f(x)-a$ 有 4 个零点；

⑤ 函数 $y=f(x)-a$ 的零点个数可能为 0、1、2、3、4 个．

其中正确命题的序号是__________________．

三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

17．**（本小题满分 12 分）**

已知向量 $\vec{m}=(\sin x,\sqrt{3}\sin x),\vec{n}=(\sin x,-\cos x)$，设函数 $f(x)=\vec{m}\cdot\vec{n}$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 在 $[0,\frac{3\pi}{2}]$ 上的单调递增区间；

（Ⅱ）在 ΔABC 中，a，b，c 分别是角 A，B，C 的对边，A 为锐角，若 $f(A)+\sin(2A-\frac{\pi}{6})=1$，$b+c=7$，$\Delta ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$，求边 a 的长．

18．**（本小题满分 12 分）**

一汽车厂生产 A,B,C 三类轿车,每类轿车均有舒适型和标准型两种型号,某月的产量如表所示(单位:辆)，若按 A,B,C 三类用分层抽样的方法在这个月生产的轿车中抽取 50 辆,则 A 类轿车有 10 辆.

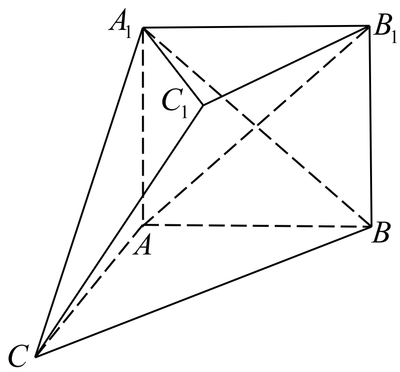
（Ⅰ）求 z 的值；

（Ⅱ）用随机抽样的方法从 B 类舒适型轿车中抽取 8 辆,经检测它们的得分如下：9.4, 8.6，9.2，9.6，8.7，9.3，9.0，8.2. 把这 8 辆轿车的得分看作一个总体,从中任取一个分数 a .记这 8 辆轿车的得分的平均数为 $\bar{x}$，定义事件 $E=\{\left|a-\bar{x}\right|\le 0.5$，且函数 $f\left(x\right)=ax^2-ax+2.31$ 没有零点}，求事件 E 发生的概率.

	轿车 A	轿车 B	轿车 C
舒适型	100	150	z
标准型	300	450	600

19．（本小题满分 12 分）

如图，在多面体 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，四边形 ABB_1A_1 是正方形，$AC=AB=1$，$A_1C=A_1B$，$B_1C_1 // BC$，$B_1C_1=\dfrac{1}{2}BC$.



（Ⅰ）求证：面 $A_1AC\perp$ 面 ABC；

（Ⅱ）求证：$AB_1 //$ 面 A_1C_1C.

20．（本小题满分 12 分）

已知集合 $A=\left\{x\left|x=-2n-1,n\in \mathrm{N}^*\right.\right\}$，

$B=\left\{x\left|x=-6n+3,n\in \mathrm{N}^*\right.\right\}$，设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,若 $\{a_n\}$ 的任一项 $a_n\in A\cap B$,且首项 a_1 是 $A\cap B$ 中的最大数, $-750<S_{10}<-300$.

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

（Ⅱ）若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=(\dfrac{\sqrt{2}}{2})^{a_n+13n-9}$，

求 $a_1b_2-b_2a_3+a_3b_4-b_4a_5+\cdots+a_{2n-1}b_{2n}-b_{2n}a_{2n+1}$ 的值.

21．（本小题满分 12 分）

已知函数 $f\left(x\right)=\frac{1}{3}x^{3}+ax^{2}+bx\ \left(a,b\in \mathrm{R}\right)$.

（Ⅰ）若曲线 $C:y=f\left(x\right)$ 经过点 $P\left(1,2\right)$，曲线 C 在点 P 处的切线与直线 $x+2y-14=0$ 垂直，求 a,b 的值；

（Ⅱ）在（Ⅰ）的条件下，试求函数 $g\left(x\right)=\left(m^{2}-1\right)\left[f\left(x\right)-\frac{7}{3}x\right]$（$m$ 为实常数，$m\neq \pm 1$）的极大值与极小值之差；

（Ⅲ）若 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left(1,2\right)$ 内存在两个不同的极值点，求证：$0<a+b<2$.

22．（本小题满分 14 分）

设 F_1,F_2 分别是椭圆 D：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点，过 F_2 作倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$ 的直线交椭圆 D 于 A，B 两点，F_1 到直线 AB 的距离为 3，连结椭圆 D 的四个顶点得到的菱形面积为 4．

（Ⅰ）求椭圆 D 的方程；

（Ⅱ）过椭圆 D 的左顶点 P 作直线 l_1 交椭圆 D 于另一点 Q．

(i)若点 $N(0,t)$ 是线段 PQ 垂直平分线上的一点,且满足 $\overrightarrow{NP}\cdot\overrightarrow{NQ}=4$,求实数 t 的值;

(ii)过 P 作垂直于 l_1 的直线 l_2 交椭圆 D 于另一点 G，当直线 l_1 的斜率变化时,直线 GQ 是否过 x 轴上的一定点，若过定点，请给出证明，并求出该定点坐标；若不过定点，请说明理由．

高三自评试题

数学 (文科) 参考答案及评分标准

一、选择题：本大题共 12 小题．每小题 5 分，共 60 分．

C D B A A　B D D C A　B C

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分．

13. $\frac{2}{5}$　14. 2　15. 6　16. ①②⑤

三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）由题意得 $f(x)=\sin^2 x-\sqrt{3}\sin x\cos x=\frac{1-\cos 2x}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x$

$=\frac{1}{2}-\sin(2x+\frac{\pi}{6})$ ……………………………………………………………………3 分

令 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\le 2x+\frac{\pi}{6}\le 2k\pi+\frac{3\pi}{2},k\in Z$

解得：$k\pi+\frac{\pi}{6}\le x\le k\pi+\frac{2\pi}{3}$，$k\in Z$

$\because x\in\left[0,\frac{3\pi}{2}\right]$，$\therefore\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{2\pi}{3}$，或 $\frac{7\pi}{6}\le x\le\frac{3\pi}{2}$

所以函数 $f(x)$ 在 $[0,\frac{3\pi}{2}]$ 上的单调递增区间为 $[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}]$，$\left[\frac{7\pi}{6},\frac{3\pi}{2}\right]$ …………………6 分

（Ⅱ）由 $f(A)+\sin(2A-\frac{\pi}{6})=1$ 得：$\frac{1}{2}-\sin(2A+\frac{\pi}{6})+\sin(2A-\frac{\pi}{6})=1$

化简得：$\cos 2A=-\frac{1}{2}$

又因为 $0<A<\frac{\pi}{2}$，解得：$A=\frac{\pi}{3}$ ………………………………………………………………9 分

由题意知：$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=2\sqrt{3}$，解得$bc=8$，

又$b+c=7$,所以$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=(b+c)^2-2bc(1+\cos A)$

$=49-2\times 8\times(1+\frac{1}{2})=25$

故所求边a的长为5．..12 分

18.（本小题满分 12 分）

解：(I)设该厂本月生产轿车为n辆,由题意得:$\frac{50}{n}=\frac{10}{100+300}$,所以$n=2000$．$z$=2000-100-300-150-450-600=400 ....4 分

(II) 8 辆轿车的得分的平均数为$\bar{x}=\frac{1}{8}(9.4+8.6+9.2+9.6+8.7+9.3+9.0+8.2)=9$

....6 分

把 8 辆轿车的得分看作一个总体,从中任取一个分数a对应的基本事件的总数为8个,

由$\left|a-\bar{x}\right|\le 0.5$，且函数$f\left(x\right)=ax^2-ax+2.31$没有零点

$\Rightarrow\begin{cases}\left|a-9\right|\le 0.5\\ \Delta=a^2-9.24a<0\end{cases}\Rightarrow 8.5\le a<9.24$..10 分

$\therefore E$发生当且仅当a的值为：8.6，9.2，8.7，9.0 共 4 个,

$\therefore p\left(E\right)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ ....12 分

19．（本小题满分 12 分）

证明：（Ⅰ）$\because$ 四边形ABB_1A_1为正方形,$\therefore A_1A=AB=AC=1$，$A_1A\perp AB$

$\therefore A_1B=\sqrt{2}$ ....2 分

$\because$ $A_1C=A_1B$ $\therefore A_1C=\sqrt{2}$ $\therefore\angle A_1AC=90^{\circ}$

$\therefore A_1A\perp AC$ ....4 分

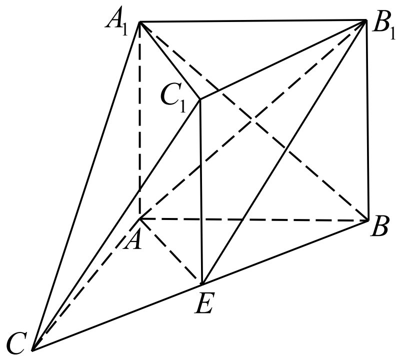
$\because$ $AB\cap AC=A$，$\therefore A_1A\perp$面ABC

又$\because$ $A_1A\subset$面A_1AC，$\therefore$面$A_1AC\perp$面ABC ....6 分

（II）取 BC 的中点 E ，连结 AE ，C_1E ，B_1E

$\because B_1C_1 // BC$ ，$B_1C_1=\frac{1}{2}BC$ ，$\therefore B_1C_1 // EC, B_1C_1=EC$

$\therefore$ 四边形 CEB_1C_1 为平行四边形



$\therefore B_1E // C_1C$

$\because C_1C \subset$ 面 A_1C_1C ，$B_1E \not\subset$ 面 A_1C_1C

$\therefore B_1E //$ 面 A_1C_1C ……………………8 分

$\because B_1C_1 // BC$ ，$B_1C_1=\frac{1}{2}BC$ ，

$\therefore B_1C_1 // BE, B_1C_1=BE$

$\therefore$ 四边形 BB_1C_1E 为平行四边形 $\therefore B_1B // C_1E$ ，且 $B_1B=C_1E$

又 $\because ABB_1A_1$ 是正方形，$\therefore A_1A // C_1E$ ，且 $A_1A=C_1E$

$\therefore AEC_1A_1$ 为平行四边形，$\therefore AE // A_1C_1$ ，$\because A_1C_1 \subset$ 面 A_1C_1C ，$AE \not\subset$ 面 A_1C_1C

$\therefore AE //$ 面 A_1C_1C ……………………………………………………………………10 分

$\because AE \cap B_1E=E$ ，$\therefore$ 面 $B_1AE //$ 面 A_1C_1C

$\because AB_1 \subset$ 面 B_1AE ，$\therefore AB_1 //$ 面 A_1C_1C ………………………………………………12 分

20．（本小题满分 12 分）

解：（I）由题设知：集合 A 中所有元素可以组成以 -3 为首项，-2 为公差的递减等差数列；集合 B 中所有的元素可以组成以 -3 为首项，-6 为公差的递减等差数列.

由此可得，对任意的 $n\in\mathrm{N}^*$，有 $A\cap B=B$

$A\cap B$ 中的最大数为 -3，即 $a_1=-3$ ……………………………………………………3 分

设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，则 $a_n=-3+(n-1)d$，$S_{10}=\frac{10(a_1+a_{10})}{2}=45d-30$

因为$-750 < S_{10} < -300$，$\therefore -750 < 45d - 30 < -300$,即$-16 < d < -6$

由于B中所有的元素可以组成以-3为首项,-6为公差的递减等差数列,

所以$d = -6m(m \in Z, m \neq 0)$,由$-16 < -6m < -6 \Rightarrow m = 2$，所以$d = -12$

所以数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n = 9 - 12n$ （$n \in N^*$） ……………………………………8 分

（Ⅱ）$b_n = (\frac{\sqrt{2}}{2})^{a_n + 13n - 9} = (\frac{\sqrt{2}}{2})^n$ …………………………………………………………………9 分

于是有$a_1b_2 - b_2a_3 + a_3b_4 - b_4a_5 + \cdots + a_{2n-1}b_{2n} - b_{2n}a_{2n+1}$

$= b_2(a_1 - a_3) + b_4(a_3 - a_5) + b_6(a_5 - a_7) + \cdots + b_{2n}(a_{2n-1} - a_{2n+1})$

$= 24(b_2 + b_4 + b_6 + \cdots + b_{2n}) = 24 \times \dfrac{\frac{1}{2}[1 - (\frac{1}{2})^n]}{1 - \frac{1}{2}} = 24(1 - \frac{1}{2^n})$ …………………………12 分

21.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）$\Rightarrow f'(x) = x^2 + 2ax + b$，

$\because$ 直线$x + 2y - 14 = 0$的斜率为$-\frac{1}{2}$，$\therefore$曲线C在点P处的切线的斜率为2，

$\therefore f'(1) = 1 + 2a + b = 2$ ……①

 曲线$C: y = f(x)$经过点$P(1, 2)$，

$\therefore f(1) = \frac{1}{3} + a + b = 2$ ……②

由①②得：$\begin{cases} a = -\frac{2}{3}, \\ b = \frac{7}{3}. \end{cases}$ ………………………………………………………………………3 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知：$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{7}{3}x$，$\therefore g(x) = \frac{m^2 - 1}{3}(x^3 - 2x^2)$，

$\therefore g'(x)=(m^2-1)x\left(x-\frac{4}{3}\right)$，由 $g'(x)=0\Rightarrow x=0$，或 $x=\frac{4}{3}$.

当 $m^2-1>0$，即 $m>1$，或 $m<-1$ 时，x，$g'(x)$，$g(x)$ 变化如下表

x	$(-\infty,0)$	0	$\left(0,\frac{4}{3}\right)$	$\frac{4}{3}$	$\left(\frac{4}{3},+\infty\right)$
$g'(x)$	+	0	-	0	+
$g(x)$	$\nearrow$	极大值	$\searrow$	极小值	$\nearrow$

由表可知：

$g(x)_{极大}-g(x)_{极小}=g(0)-g\left(\frac{4}{3}\right)=0-\left[-\frac{32}{81}(m^2-1)\right]=\frac{32}{81}(m^2-1)$ ……………5 分

当 $m^2-1<0$，即 $-1<m<1$ 时，x，$g'(x)$，$g(x)$ 变化如下表

x	$(-\infty,0)$	0	$\left(0,\frac{4}{3}\right)$	$\frac{4}{3}$	$\left(\frac{4}{3},+\infty\right)$
$g'(x)$	-	0	+	0	-
$g(x)$	$\searrow$	极小值	$\nearrow$	极大值	$\searrow$

由表可知：

$g(x)_{极大}-g(x)_{极小}=g\left(\frac{4}{3}\right)-g(0)=-\frac{32}{81}(m^2-1)-0=-\frac{32}{81}(m^2-1)$ ………………7 分

综上可知：当 $m>1$，或 $m<-1$ 时，$g(x)_{极大}-g(x)_{极小}=\frac{32}{81}(m^2-1)$；

当 $-1<m<1$ 时，$g(x)_{极大}-g(x)_{极小}=-\frac{32}{81}(m^2-1)$ ……………………………………8 分

（Ⅲ）因为 $f(x)$ 在区间 $(1,2)$ 内存在两个极值点，所以 $f'(x)=0$，

即 $x^2+2ax+b=0$ 在 $(1,2)$ 内有两个不等的实根．

$\therefore \begin{cases} f'(1)=1+2a+b>0, & (1) \\ f'(2)=4+4a+b>0, & (2) \\ 1<-a<2, & (3) \\ \Delta=4(a^2-b)>0. & (4) \end{cases}$ ……………………………………………………………10 分

由（1）+（3）得：$a+b>0$，…………………………………………………………11 分

由（4）得：$a+b<a^2+a$，由（3）得：$-2<a<-1$，

$\therefore a^2+a=(a+\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}<2$，$\therefore a+b<2$．

故 $0<a+b<2$ ………………………………………………………………………12 分

22．（本小题满分 14 分）

解：（Ⅰ）设 F_1，F_2 的坐标分别为 $(-c,0),(c,0)$，其中 $c>0$

由题意得 AB 的方程为：$y=\sqrt{3}(x-c)$

因 F_1 到直线 AB 的距离为 3，所以有 $\frac{\left|-\sqrt{3}c-\sqrt{3}c\right|}{\sqrt{3+1}}=3$，解得 $c=\sqrt{3}$ …………………1 分

所以有 $a^2-b^2=c^2=3$ ……………………①

由题意知：$\frac{1}{2}\times 2a\times 2b=4$，即 $ab=2$ ……②

联立①②解得：$a=2,b=1$

所求椭圆 D 的方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ ……………………………………………4 分

（II）由（I）知: $P(-2,0)$，设 $Q(x_1,y_1)$

根据题意可知直线 l_1 的斜率存在，可设直线斜率为 k ,则直线 l_1 的方程为 $y=k(x+2)$

把它代入椭圆 D 的方程,消去 y ,整理得: $(1+4k^2)x^2+16k^2x+(16k^2-4)=0$

由韦达定理得 $-2+x_1=-\frac{16k^2}{1+4k^2}$,则 $x_1=\frac{2-8k^2}{1+4k^2}$, $y_1=k(x_1+2)=\frac{4k}{1+4k^2}$ ，

$\therefore Q\left(\frac{2-8k^2}{1+4k^2},\frac{4k}{1+4k^2}\right)$ ，线段 PQ 的中点坐标为 $(-\frac{8k^2}{1+4k^2},\frac{2k}{1+4k^2})$ ………………6 分

(i)当 $k=0$ 时, 则有 $Q(2,0)$,线段 PQ 垂直平分线为 y 轴

于是 $\overrightarrow{NP}=(-2,-t),\overrightarrow{NQ}=(2,-t)$

由 $\overrightarrow{NP}\cdot\overrightarrow{NQ}=-4+t^2=4$,解得: $t=\pm2\sqrt{2}$ ……………………………………………8 分

当 $k\neq0$ 时, 则线段 PQ 垂直平分线的方程为 $y-\frac{2k}{1+4k^2}=-\frac{1}{k}(x+\frac{8k^2}{1+4k^2})$

因为点 $N(0,t)$ 是线段 PQ 垂直平分线的一点,

令 $x=0$,得: $t=-\frac{6k}{1+4k^2}$ ，于是 $\overrightarrow{NP}=(-2,-t),\overrightarrow{NQ}=(x_1,y_1-t)$

由 $\overrightarrow{NP}\cdot\overrightarrow{NQ}=-2x_1-t(y_1-t)=\frac{4(16k^4+15k^2-1)}{(1+4k^2)^2}=4$,解得: $k=\pm\frac{\sqrt{14}}{7}$

代入 $t=-\frac{6k}{1+4k^2}$,解得: $t=\pm\frac{2\sqrt{14}}{5}$

综上, 满足条件的实数 t 的值为 $t=\pm2\sqrt{2}$ 或 $t=\pm\frac{2\sqrt{14}}{5}$ ………………………10 分

(ii)设 $G(x_2,y_2)$，由题意知 l_1 的斜率 $k\neq0$,直线 l_2 的斜率为 $-\frac{1}{k}$ ，则 $l_2:y=-\frac{1}{k}(x+2)$

由$\begin{cases} y=-\dfrac{1}{k}(x+2), \\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1, \end{cases}$ 化简得：$(k^2+4)x^2+16x+16-4k^2=0$.

∵此方程有一根为-2 ，得 $x_2=\dfrac{2k^2-8}{k^2+4} \Rightarrow y_2=-\dfrac{4k}{k^2+4}$. ······························12 分

∵ $Q\left(\dfrac{2-8k^2}{1+4k^2},\dfrac{4k}{1+4k^2}\right)$，则 $k_{GQ}=\dfrac{-\dfrac{4k}{k^2+4}-\dfrac{4k}{1+4k^2}}{\dfrac{2k^2-8}{k^2+4}-\dfrac{2-8k^2}{1+4k^2}}=-\dfrac{5k}{4(k^2-1)}$

所以GQ的直线方程为$y-\dfrac{4k}{1+4k^2}=-\dfrac{5k}{4(k^2-1)}(x-\dfrac{2-8k^2}{1+4k^2})$

令 $y=0$ ，则$x=\dfrac{16k(k^2-1)}{5k(1+4k^2)}+\dfrac{2-8k^2}{1+4k^2}=-\dfrac{6}{5}$。

所以直线GQ过x轴上的一定点$(-\dfrac{6}{5},0)$ ···14 分