章末复习(一)　特殊平行四边形

基础题

知识点 1　菱形的性质与判定

1．对角线互相垂直平分的四边形是(　)

A．一般的平行四边形　　　　B．菱形

C．矩形　　　　　　　　　D．正方形

2．已知菱形的周长等于 40 cm，两对角线的比为 3∶4，则对角线的长分别是(　　)

A．3 cm，4 cm　　　　　　B．6 cm，8 cm

C．12 cm，16 cm　　　　　D．24 cm，32 cm

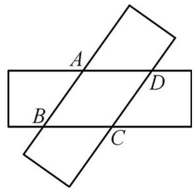
3．如图，剪两张对边平行的纸条随意交叉叠放在一起，转动其中一张，重合部分构成一个四边形，则下列结论中，不一定成立的是(　　)

A．∠ABC＝∠ADC，∠BAD＝∠BCD

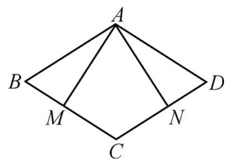
B．AB＝BC

C．AB＝CD，AD＝BC

D．∠DAB＋∠BCD＝180°



4．(厦门中考)如图，在四边形 ABCD 中，AD∥BC，AM⊥BC，垂足为 M，AN⊥DC，垂足为 N.若∠BAD＝∠BCD，AM＝AN，求证：四边形 ABCD 是菱形．



知识点 2　矩形的性质与判定

5．矩形具有而平行四边形不具有的性质是(　　)

A．对角线互相平分　　　　　B．对角线相等

C．对角线互相垂直　　　　　D．四边相等

6．在四边形 ABCD 中，AC、BD 交于点 O，在下列各组条件中，不能判定四边形 ABCD 为矩形的是(　)

A．AB＝CD，AD＝BC，AC＝BD

B．AO＝CO，BO＝DO，∠A＝90°

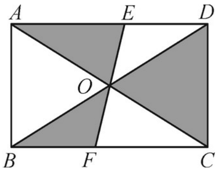
C．∠A＝∠C，∠B＋∠C＝180°，AC⊥BD

D．∠A＝∠B＝90°，AC＝BD

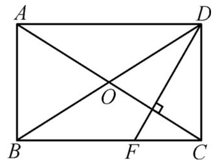
7．如图，矩形 ABCD 的对角线 AC 和 BD 相交于点 O，过点 O 的直线分别交 AD 和 BC 于点 E、F，AB＝2，BC＝3，则图中阴影部分的面积为(　)

A．6

B．3
C．2
D．1



8．如图，四边形 ABCD 中，对角线 AC、BD 相交于点 O，AO＝CO，BO＝DO 中，且∠ABC＋∠ADC＝180°.
(1)求证：四边形 ABCD 是矩形；



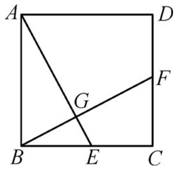
(2)若∠ADF:∠FDC＝3:2，DF⊥AC，则∠BDF 的度数是多少？

知识点 3　正方形的性质与判定

9．下列对正方形的描述错误的是(　)
A．正方形的四个角都是直角
B．正方形的对角线互相垂直
C．邻边相等的矩形是正方形
D．对角线相等的平行四边形是正方形

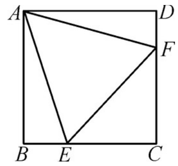
10．下列条件能使菱形 ABCD 是正方形的有(　)
①AC⊥BD；②∠BAD＝90°；③ AB＝BC；④ AC＝BD.
A．①③　　B．②③
C．②④　　D．①②③

11．(泸州中考)如图，正方形 ABCD 中，E、F 分别为 BC、CD 上的点，且 AE⊥BF，垂足为 G，求证：AE＝BF.



12．已知ABCD为正方形，△AEF为等边三角形，求证：

(1)BE＝DF；



(2)∠BAE＝15°.

中档题

13．菱形，矩形，正方形都具有的性质是(　)

A．对角线相等且互相平分

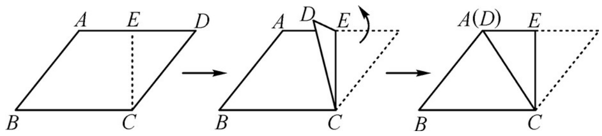
B．对角线相等且互相垂直平分

C．对角线互相平分

D．四条边相等，四个角相等

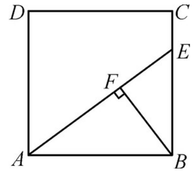
14．如图，菱形ABCD中，E是AD的中点，将△CDE沿CE折叠后，点A和点D恰好重合，若菱形ABCD的面积为4，则菱形ABCD的周长是(　)

A．8　　B．16　　C．8　　D．16



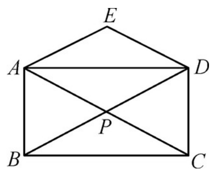
15．(哈尔滨中考)在矩形 ABCD 中，$AD=5$，$AB=4$，点 E，F 在直线 AD 上，且四边形 BCFE 为菱形．若线段 EF 的中点为点 M，则线段 AM 的长为________．

16．正方形 ABCD 的边长为 4，点 E 是正方形边上的点，$AE=5$，$BF\perp AE$，垂足为点 F，求 BF 的长．



17．已知四边形 ABCD 是矩形，对角线 AC 和 BD 相交于点 P，若在矩形的上方加一个△DEA，且使 $DE\parallel AC$，$AE\parallel BD$.

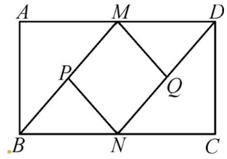
(1)求证：四边形 DEAP 是菱形；



(2)若 $AE=CD$，求∠DPC 的度数．

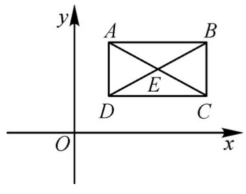
18．如图，在矩形ABCD中，M、N分别是AD、BC的中点，P、Q分别是BM、DN的中点．

(1)求证：四边形MPNQ是菱形；



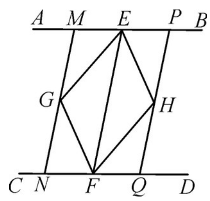
(2)若$AB=2$，$BC=4$，求四边形MPNQ的面积．

19．(厦门中考)如图，在平面直角坐标系中，点$A(2,n)$，$B(m,n)(m>2)$，$D(p,q)(q<n)$，点B，D在直线$y=x+1$上．四边形ABCD的对角线AC，BD相交于点E，且$AB\parallel CD$，$CD=4$，$BE=DE$，$\triangle AEB$的面积是2．求证：四边形ABCD是矩形．



20．(南京中考)如图，AB∥CD，点 E、F 分别在 AB、CD 上，连接 EF，∠AEF、∠CFE 的平分线交于点 G，∠BEF、∠DFE 的平分线交于点 H.

(1)求证：四边形 EGFH 是矩形；



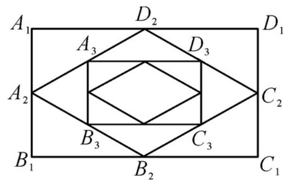
(2)小明在完成(1)的证明后继续进行了探索，过 G 作 MN∥EF，分别交 AB、CD 于点 M、N，过 H 作 PQ∥EF，分别交 AB、CD 于点 P、Q，得到四边形 MNQP，此时，他猜想四边形 MNQP 是菱形，请在下列框中补全他的证明思路．

由 AB∥CD，MN∥EF，PQ∥EF，易证四边形 MNQP 是平行四边形，要证平行四边形 MNQP 是菱形，只要证 MN＝NQ，由已知条件：________________，MN∥EF，故只要证 GM＝FQ，即证△MGE≌△QFH，易证_________________，__________________，故只要证∠EMG＝∠QFH，易证∠MGE＝∠GEF，∠QFH＝∠EFH，__________________，即可得证．

综合题

21．如图，矩形$A_1B_1C_1D_1$的边长$A_1D_1=8$，$A_1B_1=6$，顺次连接$A_1B_1C_1D_1$各边的中点得到$A_2B_2C_2D_2$，顺次连接$A_2B_2C_2D_2$各边的中点得到$A_3B_3C_3D_3$，…，依此类推．

(1)求四边形$A_2B_2C_2D_2$的边长，并证明四边形$A_2B_2C_2D_2$是菱形；



(2)四边形$A_{10}B_{10}C_{10}D_{10}$是矩形还是菱形？$A_{10}B_{10}$的长是多少？(第(2)问写出结果即可)

参考答案

基础题

1.A　2.C　3.D

4.证明：∵AD∥BC，∴∠BAD＋∠B＝180°.
∵∠BAD＝∠BCD，∴∠BCD＋∠B＝180°.∴AB∥CD.∴四边形ABCD为平行四边形．∴∠B＝∠D.
∵AM⊥BC，AN⊥DC，∴∠AMB＝∠AND＝90°.
∵AM＝AN，∴△AMB≌△AND.∴AB＝AD.∴四边形ABCD是菱形．
5.B　6.C　7.B
8.(1)证明：∵AO＝CO，BO＝DO，∴四边形ABCD是平行四边形．∴∠ABC＝∠ADC.
∵∠ABC＋∠ADC＝180°，∴∠ABC＝∠ADC＝90°.∴四边形ABCD是矩形．
（2）∵∠ADC＝90°，∠ADF∶∠FDC＝3∶2，∴∠FDC＝36°.
∵DF⊥AC，∴∠DCO＝90°－36°＝54°.
∵四边形ABCD是矩形，∴OC＝OD.∴∠ODC＝54°.∴∠BDF＝∠ODC－∠FDC＝18°.
9.D　10.C
11.证明：∵四边形ABCD是正方形，∴AB＝BC，∠ABC＝∠BCF＝90°.∴∠BAE＋∠AEB＝90°.
又∵AE⊥BF，∴∠CBF＋∠AEB＝90°.∴∠BAE＝∠CBF.
在△ABE与△BCF中，
∴△ABE≌△BCF(ASA)．∴AE＝BF.
12.证明：(1)∵四边形ABCD为正方形，∴AB＝AD，∠B＝∠D.
∵△AEF为等边三角形，∴AE＝AF.
在Rt△ABE和Rt△ADF中，
∴Rt△ABE≌Rt△ADF(HL)．
∴BE＝DF.
（2）由(1)可知△ABE≌△ADF，
∴∠BAE＝∠DAF.
又∠BAD＝90°，∠EAF＝60°，∴∠BAE＋∠DAF＝30°.∴∠BAE＝15°.
中档题
13.C　14.A　15.5.5或0.5
16.由勾股定理得BE＝＝＝3，
∵BF⊥AE，∴$S_{\triangle ABE}$＝AE·BF＝AB·BE，即×5×BF＝×4×3，解得BF＝.
17.(1)证明：∵DE∥AC，AE∥BD，∴四边形DEAP为平行四边形．
∵四边形ABCD为矩形，∴AP＝AC，DP＝BD，AC＝BD.∴AP＝PD.∴四边形DEAP为菱形．
（2）∵四边形DEAP为菱形，∴AE＝PD.∵AE＝CD，∴PD＝CD＝PC.∴△PDC为等边三角形．∴∠DPC＝60°.
18(1)证明：∵四边形ABCD是矩形，∴AD∥BC，AD＝BC.
∵M、N分别是AD、BC的中点，∴DM＝BN.
又∵DM∥BN，∴四边形DMBN是平行四边形，∴BM＝DN，BM∥DN，
∵P、Q分别是BM、DN的中点，∴MP＝NQ.
又∵MP∥NQ，∴四边形MPNQ是平行四边形．连接MN.
∵AD∥BC，AD＝BC，M、N分别AD、BC的中点，∴DM＝CN.∴四边形DMNC是矩形．∴∠DMN＝∠C＝90°.
∵Q是DN中点，∴MQ＝NQ.∴四边形MPNQ是菱形．
（2）∵AB＝2，BC＝4，M为AD中点，Q为DN中点，
∴平行四边形DMBN的面积是×2×4＝4.∴△DMN的面积是2.∴△MQN的面积是1.
同理：△MPN的面积是1，∴四边形MPNQ的面积是1＋1＝2..
19.证明：∵AB∥CD，∴∠ABD＝∠CDB，∠BAC＝∠ACD.
又∵BE＝DE，∴△ABE≌△CDE.∴AE＝CE.∴四边形ABCD为平行四边形．∴AB＝CD＝4.∴m＝6.
∵点B在直线y＝x＋1上，∴n＝4.∴A(2，4)，B(6，4)．∴AB∥CD∥x轴．
∵△AEB的面积是2，∴ȚABCD的面积是8.
又∵CD＝4，∴ȚABCD的高是2.∴q＝2.
把q＝2代入直线y＝x＋1得p＝2，∴点D(2，2)．∴点C(6，2)．∴AD∥BC∥y轴．∴四边形ABCD是矩形．
20.(1)证明：∵EH平分∠BEF，FH平分∠DFE，∴∠FEH＝∠BEF，∠EFH＝∠DFE.
∵AB∥CD，∴∠BEF＋∠DFE＝180°.∴∠FEH＋∠EFH＝(∠BEF＋∠DFE)＝×180°＝90°.
∵∠FEH＋∠EFH＋∠EHF＝180°，∴∠EHF＝180°－(∠FEH＋∠EFH)＝180°－90°＝90°.

同理：$\angle EGF = 90°$.
∵EG 平分$\angle AEF$，EH 平分$\angle BEF$，∴$\angle FEG = \angle AEF$，$\angle FEH = \angle BEF$.
∵点 A、E、B 在同一条直线上，∴$\angle AEB = 180°$，即$\angle AEF + \angle BEF = 180°$.
∴$\angle FEG + \angle FEH = (\angle AEF + \angle BEF) = \times 180° = 90°$，即$\angle GEH = 90°$.
∴四边形 EGFH 是矩形．
（2）答案不唯一，
如：由 $AB\parallel CD$，$MN\parallel EF$，$PQ\parallel EF$，易证四边形 MNQP 是平行四边形，要证平行四边形 MNQP 是菱形，只要证 $MN = NQ$，由已知条件：FG 平分$\angle CFE$，$MN\parallel EF$，故只要证 $GM = FQ$，即可证$\triangle MGE \cong \triangle QFH$，易证 $GE = FH$，$\angle GME = \angle FQH$.故只要证$\angle MGE = \angle QFH$，易证$\angle MGE = \angle GEF$，$\angle QFH = \angle EFH$，$\angle GEF = \angle EFH$，即可得证．

综合题

21.（1）连接 A_1C_1，B_1D_1.已知 $A_1B_1C_1D_1$ 是矩形，∴$A_1C_1 = B_1D_1$.
又 A_2，B_2，C_2，D_2 是中点，根据三角形中位线性质得：$A_2B_2 = C_2D_2 = A_1C_1$，$A_2D_2 = B_2C_2 = B_1D_1$，
∴$A_2B_2 = C_2D_2 = A_2D_2 = B_2C_2$.∴四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 是菱形．
在直角三角形 $A_1B_1C_1$ 中，根据勾股定理得 $A_1C_1 = = = 10$，
∴$A_2B_2 = A_1C_1 = \times 10 = 5$.
所以四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 的边长为 5.
（2）通过观察分析总结各个图形有如下关系：$A_{n+2}B_{n+2}C_{n+2}D_{n+2}$ 与 $A_nB_nC_nD_n$ 相似，$A_{n+2}B_{n+2}C_{n+2}D_{n+2}$ 的边长是 $A_nB_nC_nD_n$ 边长的一半．
例如，$A_3B_3C_3D_3$ 的边长是 $A_1B_1C_1D_1$ 边长的一半，$A_4B_4C_4D_4$ 的边长是 $A_2B_2C_2D_2$ 边长的一半，…因此 $A_{10}B_{10}C_{10}D_{10}$ 的边长是 $A_2B_2C_2D_2$ 的$()^4 =$，
所以 $A_{10}B_{10}C_{10}D_{10}$ 也是菱形，$A_{10}B_{10} = =$.