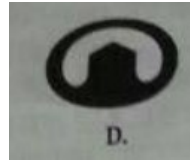
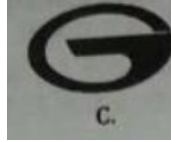


海珠区 2016 届九年级上学期期末考试

数学试题

一、选择题

1、下列汽车标志的图形是中心对称图形的是 ()

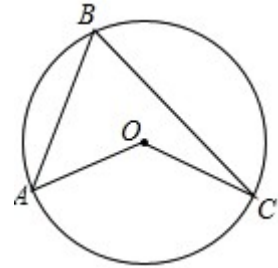


2、下列事件为必然事件的是 ()

- A、明天一定会下雨
- B、经过有交通信号灯的路口，遇到红灯
- C、任意买一张电影票，座位号是 2 的倍数
- D、在一个标准大气压下，水加热到 100°C 时会沸腾。

3、如图，在圆 O 中， $\angle AOC=160^{\circ}$ ，则 $\angle ABC=$ ()

- A、 20°
- B、 40°
- C、 80°
- D、 160°



4、将抛物线 $y=4x^2$ 先向右平移 2 个单位，再向下平移 1 个单位，得到的抛物线解析式为 ()

- A、 $y=4(x+2)^2-1$
- B、 $y=4(x-2)^2-1$
- C、 $y=4(x+2)^2+1$
- D、 $y=4(x-2)^2+1$

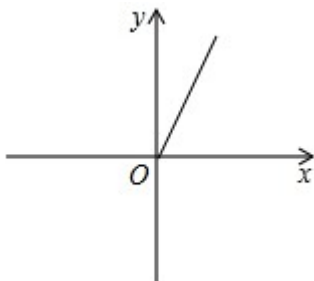
5、关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2-x+a^2-1=0$ 的一个根是 0，则 a 的值为 ()

- A、1
- B、-1
- C、1 或 -1
- D、0

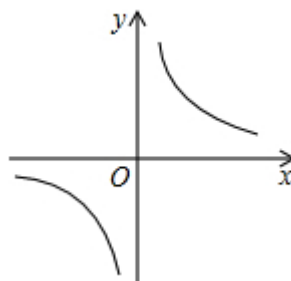
6、抛物线 $y=x^2+kx-1$ 与 x 轴交点的个数为 ()

- A、0 个
- B、1 个
- C、2 个
- D、以上都不对

7、一个直角三角形的两直角边分别为 x，y，其面积为 1，则 y 与 x 之间的关系用图象表示为 ()

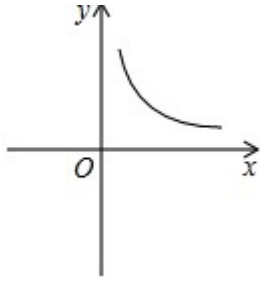


A、

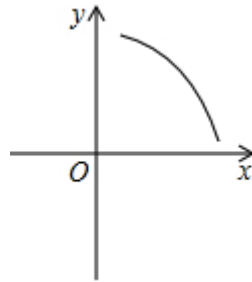


B、

得



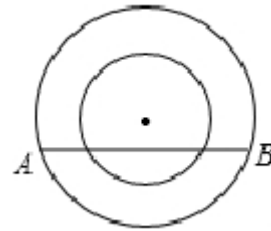
C、



D、

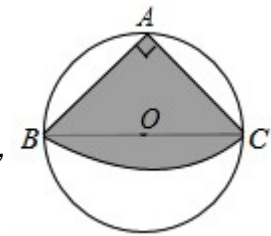
8、如图两个同心圆，大圆的半径为5，小圆的半径为1,若大圆的弦 AB 与小圆有公共点，则弦 AB 的取值范围是 ()

- A、 $8 \leq AB \leq 10$
- B、 $8 < AB \leq 10$
- C、 $4 \leq AB \leq 5$
- D、 $4 < AB \leq 5$



9、如图，从一块直径 BC 是 8m 的圆形铁皮上剪出一个圆心角为 90° 的扇形，将剪下的扇形围成一个圆锥，则圆锥的高是 ()

- A、4
- B、 $4\sqrt{2}$
- C、 $\sqrt{15}$
- D、 $\sqrt{30}$

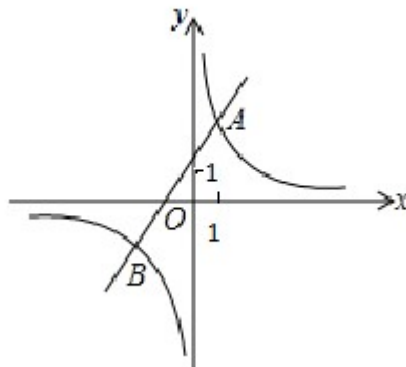
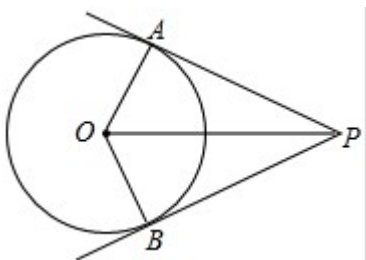


10、已知二次函数 $y = a(x-h)^2 + k$ 的图象过 (0,5) 和 (10,8) 两点，若 $a < 0, 0 < h < 10$ ，则 h 的值可能为 ()

- A、1
- B、3
- C、5
- D、7

二、填空题

- 11、在平面直角坐标系中，点 A (-2, -3) 关于原点对称的点 A' 的坐标是_____。
- 12、若 10 件外观相同的产品中有 1 件不合格，现从中随机抽取 1 件进行检测，则抽到不合格产品的概率为_____。
- 13、已知圆 O 的内接六边形周长为 12cm，则圆 O 的面积是_____cm² (结果保留 π)
- 14、两年前生产某种药品的成本是 5000 元，现在生产这种药品的成本是 3000 元，设平均每年降价的百分率为 x，根据题意列出的方程是_____。
- 15、如图 PA, PB 是圆 O 的切线，切点分别是 A, B，若 $\angle AOB = 120^\circ$ ，OA=1，则 AP 的长为_____。



第 16 题

16、已知反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ 的图象与一次函数 $y_2 = ax + b$ 的图象交于点 A (1,4) 和点 (m, -

2) , 则满足 $y_1 > y_2$ 的自变量 x 的取值范围是_____。

三、解答题

17、 (本题满分 10 分, 每小题 5 分)

解下列方程

(1) $x^2 - 2x - 3 = 0$

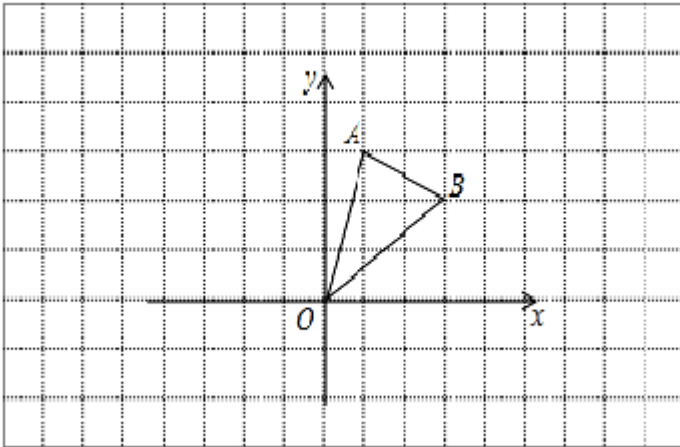
(2) $x(x + 4) = 3x + 12$

18、 (本题满分 10 分)

如图, $\triangle AOB$ 的三个顶点都在网格的格点上, 每个小正方形的边长均为 1 个单位长度。

(1) 在网格中画出 $\triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 后的 $\triangle A_1OB_1$ 的图形;

(2) 求旋转过程中边 OB 扫过的面积 (结果保留 π)



19、

20、

21、 (本题满分 10 分)

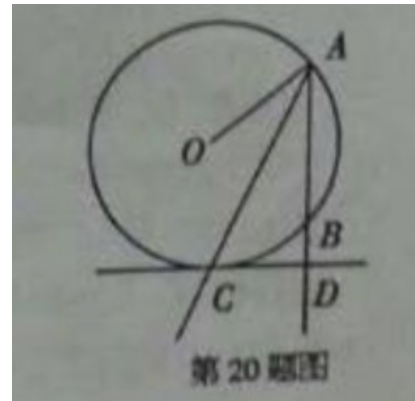
在一个布袋中装有 2 个红球和 2 个篮球, 它们除颜色外其他都相同。

(1) 搅匀后从中摸出一个球记下颜色, 不放回再继续再摸第二个球, 求两次都摸到红球的概率;

(2) 在这 4 个球中加入 x 个用一颜色的红球或篮球后, 进行如下试验, 搅匀后随机摸出 1 个球记下颜色, 然后放回, 多次重复这个试验, 通过大量重复试验后发现, 抽到红球的概率稳定在 0.80, 请推算加入的是哪种颜色的球以及 x 的值大约是多少?

20、 (本题满分 10 分)

如图，已知 OA 是圆 O 的半径，点 B 在圆 O 上， $\angle OAB$ 的平分线 AC 交圆 O 于点 C ， $CD \perp AB$ 于点 D ，求证： CD 是圆 O 的切线。



21、（本题满分 10 分）

已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2mx + m^2 - m = 0$ 有两个实数根 a 、 b ；

- (1) 求实数 m 的取值范围；
- (2) 求代数式 $a^2 + b^2 - 3ab$ 的最大值。

22、（本题满分 12 分）

某公司购进一种化工原料若干千克，价格为每千克 30 元，物价部门规定其销售单价每千克不高于 60 元且不低于 30 元，经市场调查发现，日销售量 y （千克）是销售单价 x （元）的一次函数，且当 $x=60$ 时， $y=80$ ，当 $x=50$ 时， $y=100$ 。

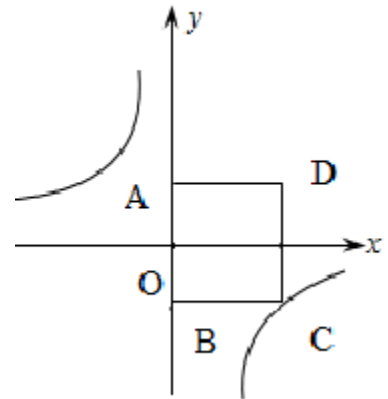
- (1) 求 y 与 x 的函数解析式；
- (2) 求该公司销售该原料日获利 w （元）与销售单价 x （元）之间的函数解析式；
- (3) 求当销售单价为多少元时，该公司日获利最大？最大利润是多少元？

23、（本题满分 12 分）

如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 A 在 y 轴正半轴上，点 B 的坐标为 $(0, -3)$ ，反比例函数 $y = -\frac{15}{x}$ 的图象经过点 C 。

(1) 求点 C 的坐标

(2) 若点 P 是反比例函数图象上的一点且 $S_{\triangle PAD} = S_{\text{正方形}ABCD}$; 求点 P 的坐标。



24、 (本题满分 14 分)

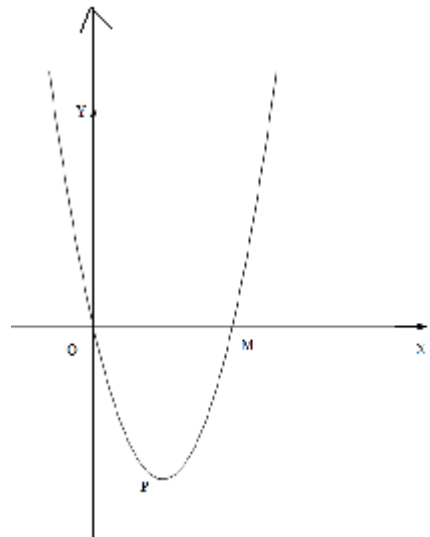
如图，在平面直角坐标系 xoy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 与 x 轴交于点 O 、 M 。对称轴

为直线 $x=2$ ，以 OM 为直径作圆 A ，以 OM 的长为边长作菱形 $ABCD$ ，且点 B 、 C 在第四象限，点 C 在抛物线对称轴上，点 D 在 y 轴负半轴上；

(1) 求证： $4a+b=0$ ；

(2) 若圆 A 与线段 AB 的交点为 E ，试判断直线 DE 与圆 A 的位置关系，并说明你的理由。

(3) 若抛物线顶点 P 在菱形 $ABCD$ 的内部且 $\angle OPM$ 为锐角时，求 a 的取值范围。



25、 (本题满分 14 分)

已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过 $A (1,0)$, $B (3,0)$, $C (0, -3)$

(1) 求此二次函数的解析式以及顶点 D 的坐标；

(2) 如图①，过此二次函数抛物线图象上一动点 $P (m, n)$ ($0 < m < 3$) 作 y 轴平行线，交直线 BC 于点 E ，是否存在一点 P ，使线段 PE 的长最大？若存在，求出 PE 长的最大值；若不存在，说明理由。

(3) 如图②，过点 A 作 y 轴的平行线交直线 BC 于点 F，连接 DA、DB、四边形 OAFC 沿射线 CB 方向运动，速度为每秒 1 个单位长度，运动时间为 t 秒，当点 C 与点 F 重合时立即停止运动，求运动过程中四边形 OAFC 与四边形 ADBF 重叠部分面积 S 的最大值。

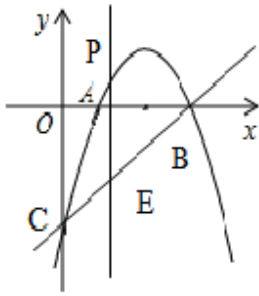


图 1

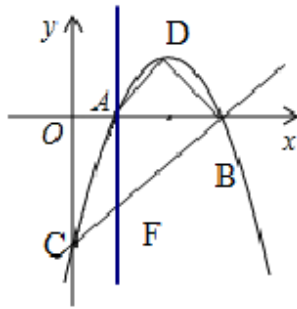
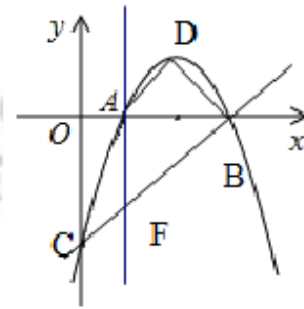


图 2



备用图

参考答案

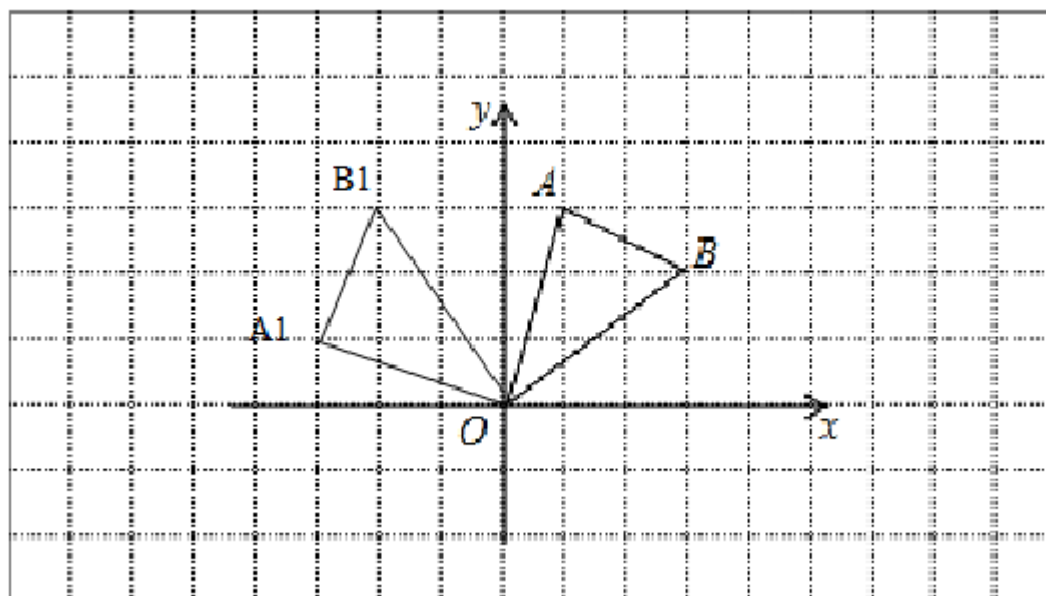
题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	D	C	B	B	C	C	A	D	D

11. (2,3) 12. $\frac{1}{10}$ 13. 4π 14. $5000(1-x)^2 = 3000$

15. $\sqrt{3}$ 16. $x < -2$ 或 $0 < x < 1$

17. (本题 10 分) 解: (1) 解得 $x_1 = -1$ 或 $x_2 = 3$ (2) 解得 $x_1 = 3$ 或 $x_2 = -4$

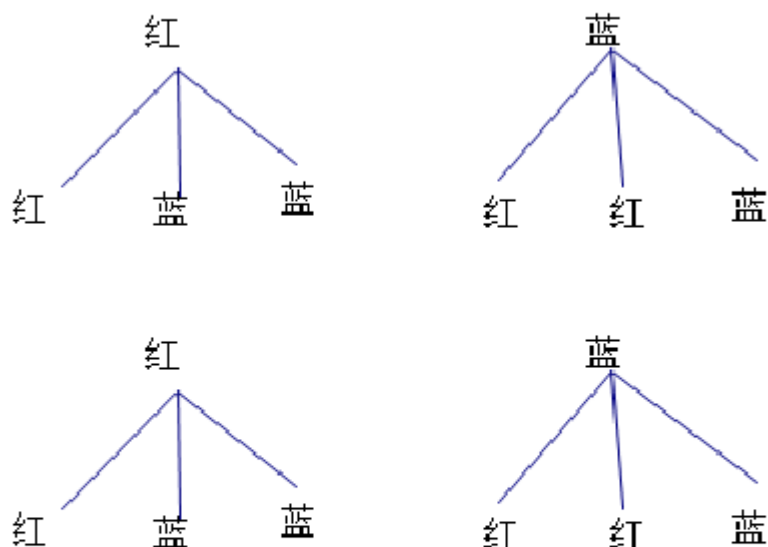
18. (本题 10 分) 解: (1) 如下图所示:



(2) OB 扫过的面积即为扇形的面积, 弧长为 OB , 长为 $\sqrt{10}$, 根据扇形的面积公式, $\frac{n\pi r^2}{360}$

得 $S = \frac{5}{2}\pi$

19. (本题 10 分) 解: (1) 所有的可能性画树状图如下



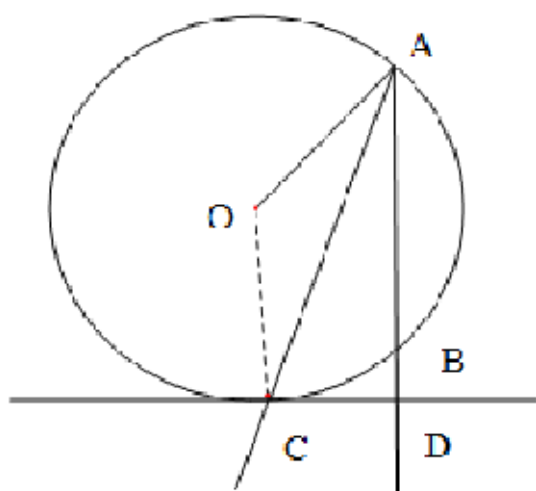
共有 12 种可能。则两次都摸到红球的概率为 $\frac{1}{6}$

(2) 假设是红球, 则依题意得: $\frac{2+x}{4+x} = 0.8$ 解得 $x = 6$

假设是蓝球, 则 $\frac{2}{4+x} = 0.8$ 解得 $x = -1.5$ (不合题意, 舍去)

则加入了 6 个红球, 才能使概率为 0.8

20. (本题 10 分) 证明: 连接 OC , 如图所示:



$\because AC$ 为 $\angle OAB$ 的平分线, $\therefore \angle OAC = \angle DAC$, $\therefore \angle OAC = \angle DAC = \angle OCA$

$\because CD \perp AB \therefore \angle ADC = 90^\circ$ 则在三角形 ACD 中, $\angle DAC + \angle ACD = 90^\circ$

$\therefore \angle OCA + \angle ACD = 90^\circ$, 则 $\angle OCD = 90^\circ$, 则 $OC \perp CD$, 则 CD 是圆 O 的切线

21. (本题 10 分) 解: (1) 依题意得: $\Delta \geq 0$, 则 $4m^2 - 4(m^2 - m) \geq 0$, 解得 $m \geq 0$

(2) $a^2 + b^2 - 3ab$ 可以变换为 $(a+b)^2 - 2ab - 3ab$, 得 $(a+b)^2 - 5ab$, 根据根与系数的关

系得: $a+b=2m$, $ab=m^2-m$, 则原式 $= (2m)^2 - 5(m^2-m)$

化为顶点式为 $-(m-\frac{5}{2})^2 + \frac{25}{4}$, 由(1)得 $m \geq 0$, 则最大值为 $\frac{25}{4}$.

22. (本题 12 分) 解: (1) 设 $y=kx+b$, 依题意得:

$$\begin{cases} 80 = 60k + b \\ 100 = 50k + b \end{cases} \text{解得: } x = -\frac{3}{2},$$

$$\therefore y = -2x + 200 (30 \leq x \leq 60)$$

$$(2) W = (x-30)(-2x+200) = -2(x-65)^2 + 2450$$

(3) 因为 $30 \leq x \leq 60$, \therefore 当 $x=60$ 时, 有最大值, 则当销售单价为 60 元时, 该公司获利最大, 为 2400 元.

23. (本题 12 分) 解: (1) 点 $B(0, -3)$, 因为 $ABCD$ 为正方形, 则 C 得纵坐标为 -3 ,

$\therefore y = -\frac{15}{x}$ 过点 C , 则当 $y = -3$ 时, $x = 5$, 则 $C(5, -3)$

(2) 根据题意得: $A(0, 2)$, $D(5, 2)$, $S_{ABCD} = 25$, 设点 $P(x, -\frac{15}{x})$,

则①假设点 P 在第二象限时, $S_{\triangle PAD} = \frac{1}{2}AD(-\frac{15}{x}-2) = 25$, 则 $P(-\frac{5}{4}, 12)$

②当点 P 在第四象限时, $S_{\triangle PAD} = \frac{1}{2}AD(2+\frac{15}{x}) = 25$, 则 $P(\frac{15}{8}, -8)$

综上, $P(-\frac{5}{4}, 12)$ 或 $P(\frac{15}{8}, -8)$

24. (本题 14 分) 解: (1) 证明: 依题意得: $M(4,0)$, 则当 $x=4$ 时, $16a+4b=0$

则 $4a+b=0$

作图如下所示:

(2) DE 与圆 A 相切.

AC 、 BD 交于点 N

$\because C$ 、 N 均在抛物线的对称轴上

$\therefore DN=QA$ 又 \because 圆 A 以 OM 为直径且 $OM=4$

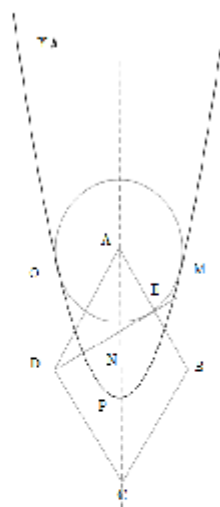
$\therefore OA=2 \therefore DN=BN=2 \therefore DB=4$

$\therefore \triangle ADB$ 与 $\triangle DCB$ 为等边三角形

又 \because 圆 A 与线段 AB 交于点 E , $\therefore E$ 为 AB 的中点

$\therefore DE$ 为 $\triangle DAB$ 的中线 $\therefore DE$ 为 $\triangle DAB$ 的高线,

则 $\angle DEA=90^\circ$, 则 $DE \perp AE$, $\therefore DE$ 与圆 A 相切.



(3) 设 $P(2,m)$, 依题意得当 $\angle OPM=90^\circ$ 时, $AP=QA=AM=2$

即 $m=-2$, 若要使 $\angle OPM$ 为锐角, 则 $m < -2$

将 $P(2,m)$ 代入抛物线解析式 $y=ax^2+bx$ 中,

得 $4a+2b=m$, 由 (1) 得 $4a+b=0$

$\therefore m=4a-8a=-4a < -2$

$\therefore a > \frac{1}{2}$

又 $\because P$ 在菱形 $ABCD$ 内部, 且 $AC=2AN=2\sqrt{3}BN=4\sqrt{3}$

$\therefore m=-4a > -4\sqrt{3}$, 即 $a < \sqrt{3}$

综上所述, 当 $\frac{1}{2} < a < \sqrt{3}$ 时, $\angle OPM$ 为锐角.

25.解: (1) 将 $A(1,0)$, $B(3,0)$, $C(0,-3)$ 代入 $y = ax^2 + bx + c$ 中, 得:

$$\begin{cases} a+b+c=0 \\ 9a+3b+c=0 \\ c=-3 \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \\ c=-3 \end{cases} \quad \text{则 } y = -x^2 + 4x - 3$$

\therefore 二次函数对称轴为: $x = -\frac{b}{2a} = 2$

将 $x=2$ 代入 $y = -x^2 + 4x - 3$ 中, 得 $y=1$

$\therefore D(2,1)$

(2) 存在。设直线 BE 的解析式为 $y = kx + b$

将 $B(3,0)$, $C(0,-3)$ 代入上式, 得:

$$\begin{cases} 3k+b=0 \\ b=-3 \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} k=1 \\ b=-3 \end{cases}, \quad \text{则 } y = x - 3$$

$\because PE$ 在同一直线上, 且 $P(m,n)$, 点 E 在直线 BC 上,

\therefore 设 $E(m, m-3)$,

$\because P$ 在抛物线上, $\therefore P(m, -m^2 + 4m - 3)$

$\therefore PE = -m^2 + 4m - 3 - m + 3 = -m^2 + 3m$

$$\therefore PE_{(m-\frac{3}{2})} = -\frac{9}{4} + \frac{9}{2} = \frac{9}{4}$$

(3) 由题意得: $A(1,0)$, $B(3,0)$, $C(0,-3)$, $D(2,1)$

$$\therefore y_{AD} = x - 1, \quad y_{BC} = x - 3$$

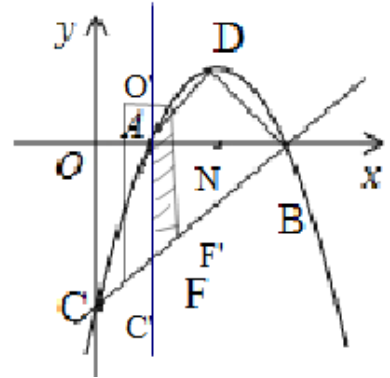
$\therefore AD \parallel BC$ 且与 X 轴正半轴夹角为 45°

$\because AF \parallel y$ 轴, 且 F 在 BC 直线上

$$\therefore F(1, -2) \quad AF = 2$$

① 当 $0 \leq t \leq \sqrt{2}$, 如图, $O'A'C'F'$ 与 $ADBF$ 重叠部分为平行四边形 $A'A'F'F$, 设 $A'F'$ 与 x 轴交于点 N ,

$$\text{则 } AN = A'N = \frac{\sqrt{2}}{2} AA' = \frac{\sqrt{2}}{2} t$$



$\therefore S = S_{\triangle A'F'F} = AF \times AN = \sqrt{2}t$ ，则大值为当 $t = \sqrt{2}$ 时，为 2。

② 当 $\sqrt{2} < t \leq 2\sqrt{2}$ 时，如图，设 $O'C'$ 交 AD 于 P ，

$A'F'$ 交 BD 于 Q ，则 $PC'F'A'$ 为平行四边形，

$\triangle A'DQ$ 为等腰三角形，

$$\therefore S = S_{PC'F'A'} - S_{\triangle A'DQ} = 2 \times 1 - \frac{1}{2} \times (t - \sqrt{2})^2 = -\frac{t^2}{2} + \sqrt{2}t + 1$$

当 $t = \sqrt{2}$ 时，取得最大，又 $\because \sqrt{2} < t \leq 2\sqrt{2}$ ， $\therefore 2 < S \leq 1$

③ 当 $2\sqrt{2} < t \leq 3\sqrt{2}$ ，如图所示：

$O'C'$ 与 BD 交于点 Q ，则 $\triangle BC'Q$ 为等腰直角三角形。

$$\because BC = 3\sqrt{2}, CC' = t, \therefore BC' = 3\sqrt{2} - t.$$

$$\therefore S = S_{\triangle BC'Q} = \frac{1}{2}t^2 - 3\sqrt{2}t + 9 = \frac{1}{2}(t - 3\sqrt{2})^2$$

$$\because 2\sqrt{2} < t \leq 3\sqrt{2}, \therefore 1 < S \leq 0$$

综上， $0 \leq t \leq \sqrt{2}$ ，最大值为 2。

