2016年内蒙古呼和浩特市中考数学试卷

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．互为相反数的两个数的和为（　　）

A．0 B．﹣1 C．1 D．2

2．将数字“6”旋转180°，得到数字“9”，将数字“9”旋转180°，得到数字“6”，现将数字“69”旋转180°，得到的数字是（　　）

A．96 B．69 C．66 D．99

3．下列说法正确的是（　　）

A．“任意画一个三角形，其内角和为360°”是随机事件

B．已知某篮球运动员投篮投中的概率为0.6，则他投十次可投中6次

C．抽样调查选取样本时，所选样本可按自己的喜好选取

D．检测某城市的空气质量，采用抽样调查法

4．某企业今年3月份产值为a万元，4月份比3月份减少了10%，5月份比4月份增加了15%，则5月份的产值是（　　）

A．（a﹣10%）（ a+15%）万元 B．a（1﹣90%）（ 1+85%）万元

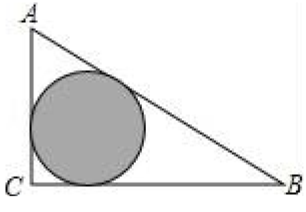
C．a（1﹣10%）（ 1+15%）万元 D．a（1﹣10%+15%）万元

5．下列运算正确的是（　　）

A．$a^2+a^3=a^5$B．$(-2a^2)^3\div(\frac{a}{2})^2=-16a^4$

C．$3a^{-1}=\frac{1}{3a}$D．$(2\sqrt{3}a^2-\sqrt{3}a)^2\div3a^2=4a^2-4a+1$

6．如图，△ABC是一块绿化带，将阴影部分修建为花圃，已知AB=15，AC=9，BC=12，阴影部分是△ABC的内切圆，一只自由飞翔的小鸟将随机落在这块绿化带上，则小鸟落在花圃上的概率为（　　）

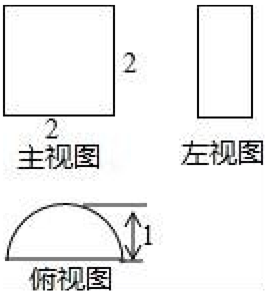


A．$\frac{1}{6}$ B．$\frac{\pi}{6}$ C．$\frac{\pi}{8}$ D．$\frac{\pi}{5}$

7．已知一次函数y=kx+b﹣x的图象与x轴的正半轴相交，且函数值y随自变量x的增大而增大，则k，b的取值情况为（　　）

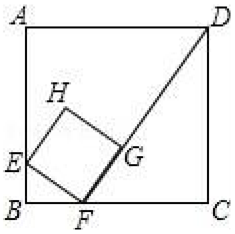
A．k＞1，b＜0 B．k＞1，b＞0 C．k＞0，b＞0 D．k＞0，b＜0

8．一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为（　　）



A．4π B．3π C．$2\pi+4$ D．$3\pi+4$

9．如图，面积为24的正方形ABCD中，有一个小正方形EFGH，其中E、F、G分别在AB、BC、FD上．若$BF=\frac{\sqrt{6}}{2}$，则小正方形的周长为（　　）



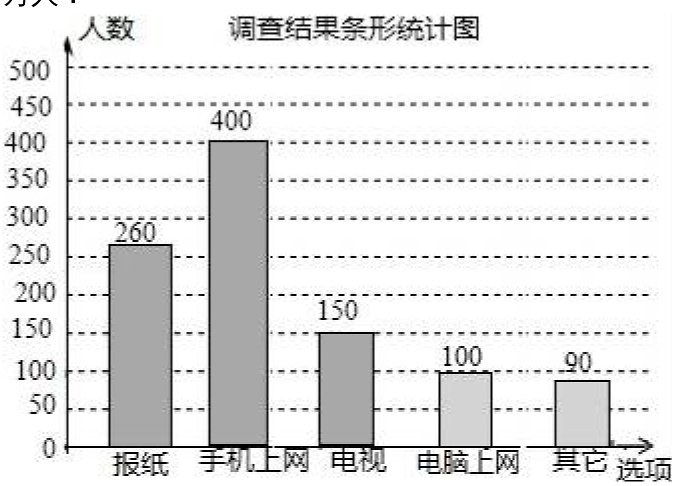
A．$\frac{5\sqrt{6}}{8}$ B．$\frac{5\sqrt{6}}{6}$ C．$\frac{5\sqrt{6}}{2}$ D．$\frac{10\sqrt{6}}{3}$

10．已知$a\geq2$，$m^2-2am+2=0$，$n^2-2an+2=0$，则$(m-1)^2+(n-1)^2$的最小值是（　　）

A．6 B．3 C．－3 D．0

二、填空题（本题共6小题，每小题3分，共18分.本题要求把正确结果填在答题卡规定的横线上，不要解答过程）

11．如图是某市电视台记者为了解市民获取新闻的主要图径，通过抽样调查绘制的一个条形统计图．若该市约有230万人，则可估计其中将报纸和手机上网作为获取新闻的主要途径的总人数大约为____________万人．



12．已知函数$y=-\frac{1}{x}$，当自变量的取值为$-1<x<0$或$x\geq2$，函数值y的取值____________．

13．在学校组织的义务植树活动中，甲、乙两组各四名同学的植树棵数如下，甲组：9，9，11，10；乙组：9，8，9，10；分别从甲、乙两组中随机选取一名同学，则这两名同学的植树总棵数为19的概率________．

14．在周长为26π的⊙O中，CD是⊙O的一条弦，AB是⊙O的切线，且AB∥CD，若AB和CD之间的距离为18，则弦CD的长为________．

15．已知平行四边形ABCD的顶点A在第三象限，对角线AC的中点在坐标原点，一边AB与x轴平行且AB=2，若点A的坐标为（a，b），则点 D的坐标为________．

16．以下四个命题：

① 对应角和面积都相等的两个三角形全等；

②“若$x^2-x=0$，则$x=0$”的逆命题；

③ 若关于x、y的方程组$\begin{cases}-x+y-a=0\\bx-y+1=0\end{cases}$有无数多组解，则a=b=1；

④ 将多项式$5xy+3y-2x^2y$因式分解，其结果为$-y(2x+1)(x-3)$．

其中正确的命题的序号为________．

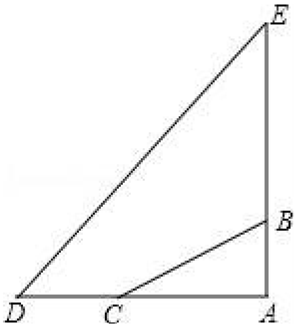
三、解答题（本题共9小题，满分72分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．计算

（1）计算：$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}+|\sqrt{3}-2|+3\tan30°$

（2）先化简，再求值：$\frac{1}{x+1}-\frac{3-x}{x^2-6x+9}\div\frac{x^2+x}{x-3}$，其中$x=-\frac{3}{2}$．

18．在一次综合实践活动中，小明要测某地一座古塔AE的高度．如图，已知塔基顶端B（和A、E共线）与地面C处固定的绳索的长BC为80m．她先测得∠BCA=35°，然后从C点沿AC方向走30m到达D点，又测得塔顶E的仰角为50°，求塔高AE．（人的高度忽略不计，结果用含非特殊角的三角函数表示）



19．已知关于x的不等式组$\begin{cases}5x+2>3(x-1)\\\frac{1}{2}x\leqslant8-\frac{3}{2}x+2a\end{cases}$有四个整数解，求实数a的取值范围．

20．在一次男子马拉松长跑比赛中，随机抽得12名选手所用的时间（单位：分钟）得到如下样本数据：

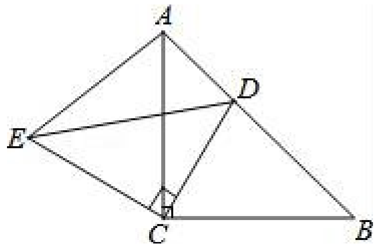
140 146 143 175 125 164 134 155 152 168 162 148

（1）计算该样本数据的中位数和平均数；

（2）如果一名选手的成绩是147分钟，请你依据样本数据中位数，推断他的成绩如何？

21．已知，如图，△ACB和△ECD都是等腰直角三角形，∠ACB=∠ECD=90°，D为AB边上一点．

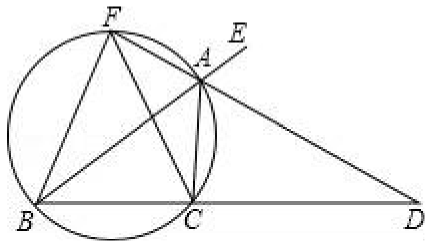
（1）求证：$\triangle ACE \cong \triangle BCD$；
（2）求证：$2CD^2=AD^2+DB^2$．



22．某一公路的道路维修工程，准备从甲、乙两个工程队选一个队单独完成．根据两队每天的工程费用和每天完成的工程量可知，若由两队合做此项维修工程，6 天可以完成，共需工程费用 385200 元，若单独完成此项维修工程，甲队比乙队少用 5 天，每天的工程费用甲队比乙队多 4000 元，从节省资金的角度考虑，应该选择哪个工程队？

23．已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的图象在二四象限，一次函数为 $y=kx+b$（$b>0$），直线 $x=1$ 与 x 轴交于点 B，与直线 $y=kx+b$ 交于点 A，直线 $x=3$ 与 x 轴交于点 C，与直线 $y=kx+b$ 交于点 D．
（1）若点 A，D 都在第一象限，求证：$b>-3k$；
（2）在（1）的条件下，设直线 $y=kx+b$ 与 x 轴交于点 E 与 y 轴交于点 F，当$\frac{ED}{EA}=\frac{3}{4}$且$\triangle OFE$ 的面积等于$\frac{27}{2}$时，求这个一次函数的解析式，并直接写出不等式$\frac{k}{x}>kx+b$ 的解集．

24．如图，已知 AD 是$\triangle ABC$ 的外角$\angle EAC$ 的平分线，交 BC 的延长线于点 D，延长 DA 交$\triangle ABC$ 的外接圆于点 F，连接 FB，FC．
（1）求证：$\angle FBC=\angle FCB$；
（2）已知 $FA \cdot FD=12$，若 AB 是$\triangle ABC$ 外接圆的直径，$FA=2$，求 CD 的长．



25．已知二次函数 $y=ax^2-2ax+c$（$a<0$）的最大值为 4，且抛物线过点（$\frac{7}{2}$，$-\frac{9}{4}$），点 P（t，0）是 x 轴上的动点，抛物线与 y 轴交点为 C，顶点为 D．
（1）求该二次函数的解析式，及顶点 D 的坐标；
（2）求$|PC-PD|$的最大值及对应的点 P 的坐标；
（3）设 Q（0，2t）是 y 轴上的动点，若线段 PQ 与函数 $y=a|x|^2-2a|x|+c$ 的图象只有一个公共点，求 t 的取值．

2016年内蒙古呼和浩特市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．互为相反数的两个数的和为（　　）

A．0 B．－1 C．1 D．2

【考点】相反数．

【分析】直接利用相反数的定义分析得出答案．

【解答】解：互为相反数的两个数的和为：0．

故选：A．

2．将数字“6”旋转180°，得到数字“9”，将数字“9”旋转180°，得到数字“6”，现将数字“69”旋转180°，得到的数字是（　　）

A．96 B．69 C．66 D．99

【考点】生活中的旋转现象．

【分析】直接利用中心对称图形的性质结合69的特点得出答案．

【解答】解：现将数字“69”旋转180°，得到的数字是：69．

故选：B．

3．下列说法正确的是（　　）

A．“任意画一个三角形，其内角和为360°”是随机事件

B．已知某篮球运动员投篮投中的概率为0.6，则他投十次可投中6次

C．抽样调查选取样本时，所选样本可按自己的喜好选取

D．检测某城市的空气质量，采用抽样调查法

【考点】概率的意义；全面调查与抽样调查；随机事件．

【分析】根据概率是事件发生的可能性，可得答案．

【解答】解：A、“任意画一个三角形，其内角和为 360°”是不可能事件，故A错误；

B、已知某篮球运动员投篮投中的概率为0.6，则他投十次可能投中6次，故B错误；

C、抽样调查选取样本时，所选样本要具有广泛性、代表性，故C错误；

D、检测某城市的空气质量，采用抽样调查法，故D正确；

故选：D．

4．某企业今年3月份产值为a万元，4月份比3月份减少了10%，5月份比4月份增加了15%，则5月份的产值是（　　）

A．（a－10%）（ a+15%）万元 B．a（1－90%）（ 1+85%）万元

C．a（1－10%）（ 1+15%）万元 D．a（1－10%+15%）万元

【考点】列代数式．

【分析】由题意可得：4月份的产值为：a（1－10%）， 5月份的产值为：4月的产值×（1+15%），进而得出答案．

【解答】解：由题意可得：4月份的产值为：a（1－10%）， 5月份的产值为：a（1－10%）（1+15%），

故选：C．

5．下列运算正确的是（　　）

A．$a^2+a^3=a^5$B．（－$2a^2$）^{3}÷（$\frac{a}{2}$）^{2}=－$16a^4$

C．$3a^{-1}=\frac{1}{3a}$D．（$2\sqrt{3}a^2-\sqrt{3}a$）^{2}÷$3a^2=4a^2-4a+1$

【考点】整式的除法；合并同类项；幂的乘方与积的乘方；负整数指数幂．
【分析】分别利用合并同类项法则以及整式的除法运算法则和负整指数指数幂的性质分别化简求出答案．
【解答】解：A、a^2+a^3，无法计算，故此选项错误；

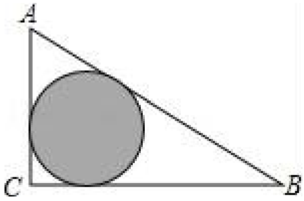
B、（－ $2a^2$）^{3}÷（$\frac{a}{2}$）^{2}=－$8a^6$÷$\frac{a^2}{4}$=－$32a^4$，故此选项错误；

C、$3a^{-1}=\frac{3}{a}$，故此选项错误；

D、（ $2\sqrt{3}a^2-\sqrt{3}a$）^{2}÷$3a^2=4a^2-4a+1$，正确．

故选：D．

6．如图，△ABC是一块绿化带，将阴影部分修建为花圃，已知AB=15，AC=9，BC=12，阴影部分是△ABC的内切圆，一只自由飞翔的小鸟将随机落在这块绿化带上，则小鸟落在花圃上的概率为（　　）



A．$\frac{1}{6}$B．$\frac{\pi}{6}$C．$\frac{\pi}{8}$D．$\frac{\pi}{5}$

【考点】几何概率；三角形的内切圆与内心．
【分析】由AB=15，BC=12，AC=9，得到$AB^2=BC^2+AC^2$，根据勾股定理的逆定理得到△ABC为直角三角形，于是得到△ABC的内切圆半径=$\frac{12+9-15}{2}$=3，求得直角三角形的面积和圆的面积，即可得到结论．

【解答】解：∵AB=15，BC=12，AC=9，
∴$AB^2=BC^2+AC^2$，
∴△ABC为直角三角形，

∴△ABC的内切圆半径=$\frac{12+9-15}{2}$=3，

【考点】命题与定理．

【分析】①正确，根据相似比为1的两个三角形全等即可判断．
②正确．写出逆命题即可判断．
③正确．根据方程组有无数多组解的条件即可判断．
④正确．首先提公因式，再利用十字相乘法即可判断．
【解答】解：①正确．对应角相等的两个三角形相似，又因为面积相等，所以相似比为1，所以两个三角形全等，故正确．
②正确．理由："若 $x^2-x=0$，则 $x=0$"的逆命题为 $x=0$，则 $x^2-x=0$，故正确．

③正确．理由：∵关于x、y的方程组 $\begin{cases}-x+y-a=0\\bx-y+1=0\end{cases}$ 有无数多组解，

$\therefore \frac{-1}{b}=\frac{1}{-1}=\frac{-a}{1}$，

∴ $a=b=1$，故正确．
④正确．理由：$5xy+3y-2x^2y=-y(2x^2-5x-3)=-y(2x+1)(x-3)$，故正确．
故答案为①②③④．

三、解答题（本题共9小题，满分72分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）
17．计算

（1）计算：$(\frac{1}{2})^{-2}+|\sqrt{3}-2|+3\tan30°$

（2）先化简，再求值：$\frac{1}{x+1}-\frac{3-x}{x^2-6x+9}\div\frac{x^2+x}{x-3}$，其中 $x=-\frac{3}{2}$．

【考点】分式的化简求值；实数的运算；负整数指数幂；特殊角的三角函数值．
【分析】（1）分别根据负整数指数幂的计算法则、绝对值的性质及特殊角的三角函数值计算出各数，再根据实数混合运算的法则进行计算即可；
（2）先算除法，再算加减，最后把x的值代入进行计算即可．

【解答】解：（1）原式 $=4+2-\sqrt{3}+3\times\frac{\sqrt{3}}{3}$

$=6-\sqrt{3}+\sqrt{3}$

$=6$；

（2）原式 $=\frac{1}{x+1}-\frac{3-x}{(x-3)^2}\bullet\frac{x-3}{x(x+1)}$

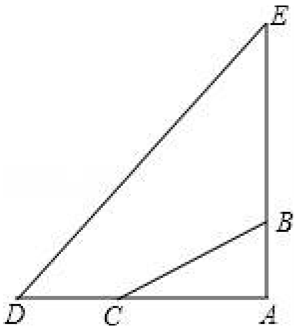
$=\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x(x+1)}$

$=\frac{x+1}{x(x+1)}$

$=\frac{1}{x}$，

当 $x=-\frac{3}{2}$ 时，原式 $=\frac{1}{-\frac{3}{2}}=-\frac{2}{3}$．

18．在一次综合实践活动中，小明要测某地一座古塔AE的高度．如图，已知塔基顶端B（和A、E共线）与地面C处固定的绳索的长BC为80m．她先测得∠BCA=35°，然后从C点沿AC方向走30m到达D点，又测得塔顶E的仰角为50°，求塔高AE．（人的高度忽略不计，结果用含非特殊角的三角函数表示）



【考点】解直角三角形的应用-仰角俯角问题．

【分析】根据锐角三角函数关系，得出 $\cos\angle ACB=\frac{AC}{AB}$，得出AC的长即可；利用锐角三角函数关系，得出 $\tan\angle ADE=\frac{AE}{AD}$，求出AE即可．

【解答】解：在Rt△ABC中，∠ACB=35°，BC=80m，

$\therefore \cos\angle ACB=\frac{AC}{AB}$，

∴AC=80cos35°，

在Rt△ADE中，$\tan\angle ADE=\frac{AE}{AD}$，

∵AD=AC+DC=80cos35°+30，

∴AE=（80cos35°+30）tan50°．

答：塔高AE为（80cos35°+30）tan50°m．

19．已知关于 x 的不等式组$\begin{cases}5x+2>3(x-1)\\ \frac{1}{2}x\leqslant 8-\frac{3}{2}x+2a\end{cases}$有四个整数解，求实数 a 的取值范围．

【考点】一元一次不等式组的整数解．

【分析】分别求出不等式组中两不等式的解集，根据不等式组有四个整数解，即可确定出 a 的范围．

【解答】解：解不等式组$\begin{cases}5x+2>3(x-1) & ①\\ \frac{1}{2}x\leqslant 8-\frac{3}{2}x+2a & ②\end{cases}$，

解不等式①得：$x>-\frac{5}{2}$，

解不等式②得：$x\leq a+4$，

∵不等式组有四个整数解，

∴$1\leq a+4<2$，

解得：$-3\leq a<-2$．

20．在一次男子马拉松长跑比赛中，随机抽得 12 名选手所用的时间（单位：分钟）得到如下样本数据：

140 146 143 175 125 164 134 155 152 168 162 148

（1）计算该样本数据的中位数和平均数；

（2）如果一名选手的成绩是 147 分钟，请你依据样本数据中位数，推断他的成绩如何？

【考点】中位数；算术平均数．

【分析】（1）根据中位数和平均数的概念求解；

（2）根据（1）求得的中位数，与 147 进行比较，然后推断该选手的成绩．

【解答】解：（1）将这组数据按照从小到大的顺序排列为：

125，134，140，143，146，148，152，155，162，164，168，175，

则中位数为：$\frac{148+152}{2}=150$，

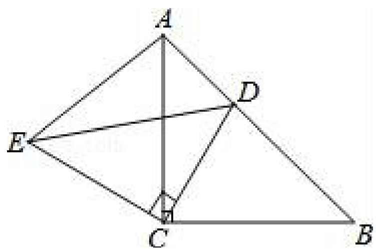
平均数为：$\frac{125+134+140+143+146+148+152+155+162+164+168+17}{12}=151$；

（2）由（1）可得，中位数为 150，可以估计在这次马拉松比赛中，大约有一半选手的成绩快于 150 分钟，有一半选手的成绩慢于 150 分钟，这名选手的成绩为 147 分钟，快于中位数 150 分钟，可以推断他的成绩估计比一半以上选手的成绩好．

21．已知，如图，△ACB 和△ECD 都是等腰直角三角形，∠ACB=∠ECD=90°，D 为 AB 边上一点．

（1）求证：△ACE≌△BCD；

（2）求证：$2CD^2=AD^2+DB^2$．



【考点】全等三角形的判定与性质．

【分析】（1）本题要判定△ACE≌△BCD，已知△ACB 和△ECD 都是等腰直角三角形，∠ACB=∠ECD=90°，则 DC=EA，AC=BC，∠ACB=∠ECD，又因为两角有一个公共的角∠ACD，所以∠BCD=∠ACE，根据 SAS 得出△ACE≌△BCD．

（2）由（1）的论证结果得出∠DAE=90°，AE=DB，从而求出 $AD^2+DB^2=DE^2$，即 $2CD^2=AD^2+DB^2$．

【解答】证明：（1）∵△ABC 和△ECD 都是等腰直角三角形，

∴AC=BC，CD=CE，

∵∠ACB=∠DCE=90°，

∴∠ACE+∠ACD=∠BCD+∠ACD，

∴∠ACE=∠BCD，

在△ACE 和△BCD 中，

$$\begin{cases} AC=BC \\ \angle ACE=\angle BCD \\ CD=CE \end{cases}，$$

∴△AEC≌△BDC（SAS）；

（2）∵△ACB 是等腰直角三角形，

∴∠B=∠BAC=45 度．

∵△ACE≌△BCD，

∴∠B=∠CAE=45°

∴∠DAE=∠CAE+∠BAC=45°+45°=90°，

∴$AD^2+AE^2=DE^2$．

由（1）知 AE=DB，

∴$AD^2+DB^2=DE^2$，即 $2CD^2=AD^2+DB^2$．

22．某一公路的道路维修工程，准备从甲、乙两个工程队选一个队单独完成．根据两队每天的工程费用和每天完成的工程量可知，若由两队合做此项维修工程，6 天可以完成，共需工程费用 385200 元，若单独完成此项维修工程，甲队比乙队少用 5 天，每天的工程费用甲队比乙队多 4000 元，从节省资金的角度考虑，应该选择哪个工程队？

【考点】分式方程的应用．

【分析】设甲队单独完成此项工程需要 x 天，乙队单独完成需要（x+5）天，然后依据 6 天可以完成，列出关于 x 的方程，从而可求得甲、乙两队单独完成需要的天数，然后设甲队每天的工程费为 y 元，则可表示出乙队每天的工程费，接下来，根据两队合作 6 天的工程费用为 385200 元列方程求解，于是可得到两队独做一天各自的工程费，然后可求得完成此项工程的工程费，从而可得出问题的答案．

【解答】解：设甲队单独完成此项工程需要 x 天，乙队单独完成需要（x+5）天．

依据题意可列方程：$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+5}=\frac{1}{6}$，

解得：$x_1=10$，$x_2=-3$（舍去）．
经检验：x=10是原方程的解．
设甲队每天的工程费为y元．
依据题意可列方程：$6y+6(y-4000)=385200$，
解得：y=34100．
甲队完成此项工程费用为34100×10=341000元．
乙队完成此项工程费用为30100×15=451500元．
答：从节省资金的角度考虑，应该选择甲工程队．

23．已知反比例函数$y=\frac{k}{x}$的图象在二四象限，一次函数为y=kx+b（b＞0），直线 x=1与x轴交于点B，与直线y=kx+b交于点A，直线x=3与x轴交于点C，与直线y=kx+b交于点D．

（1）若点A，D都在第一象限，求证：b＞﹣3k；

（2）在（1）的条件下，设直线y=kx+b与x轴交于点E与y轴交于点F，当$\frac{ED}{EA}=\frac{3}{4}$且△OFE的面积等于$\frac{27}{2}$时，求这个一次函数的解析式，并直接写出不等式$\frac{k}{x}$＞kx+b的解集．

【考点】反比例函数综合题．

【分析】（1）由反比例函数$y=\frac{k}{x}$的图象在二四象限，得到k＜0，于是得到一次函数为y=kx+b随x的增大而减小，根据A，D都在第一象限，得到不等式即可得到结论；

（2）根据题意得到$\frac{3k+b}{k+b}=\frac{3}{4}$，由三角形的面积公式得到$S_{\triangle OEF}=\frac{1}{2}\times(-\frac{b}{k})\times b=\frac{27}{2}$联立方程组解得$k=-\frac{1}{3}$，b=3，即可得到结论．

【解答】解：（1）证明：∵反比例函数$y=\frac{k}{x}$的图象在二四象限，

∴k＜0，
∴一次函数为y=kx+b随x的增大而减小，
∵A，D都在第一象限，
∴3k+b＞0，
∴b＞﹣3k；

（2）由题意知：$\frac{ED}{EA}=\frac{CD}{AB}$，

$\therefore \frac{3k+b}{k+b}=\frac{3}{4}$①，

$\because E（-\frac{b}{k}，0）$，$F（0，b）$，

$\therefore S_{\triangle OEF}=\frac{1}{2}\times（-\frac{b}{k}）\times b=\frac{27}{2}$②，

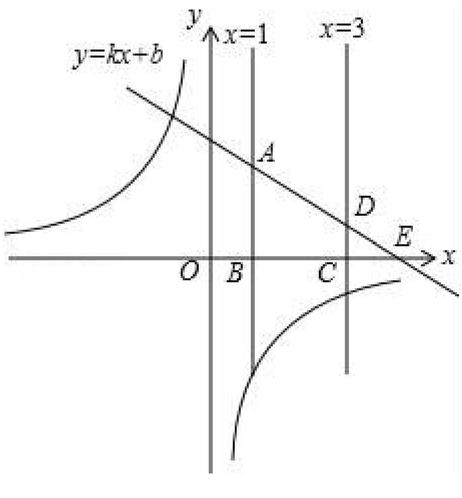
由①②联立方程组解得：$k=-\frac{1}{3}$，$b=3$，

∴这个一次函数的解析式为 $y=-\frac{1}{3}x+3$，

解 $-\frac{1}{3x}=-\frac{1}{3}x+3$ 得 $x_1=\frac{9-\sqrt{85}}{2}$，$x_2=\frac{9+\sqrt{85}}{2}$，

∴直线 $y=kx+b$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的交点坐标的横坐标是 $\frac{9-\sqrt{85}}{2}$ 或 $\frac{9+\sqrt{85}}{2}$，

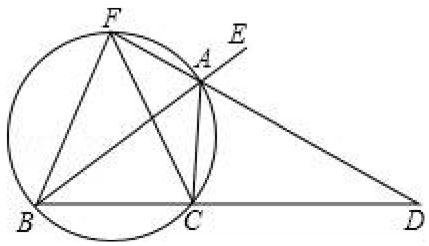
∴不等式 $\frac{k}{x}>kx+b$ 的解集为 $\frac{9-\sqrt{85}}{2}<x<0$ 或 $x>\frac{9+\sqrt{85}}{2}$．



24．如图，已知AD是△ABC的外角∠EAC的平分线，交BC的延长线于点D，延长DA交△ABC的外接圆于点F，连接FB，FC．

（1）求证：∠FBC=∠FCB；

（2）已知FA•FD=12，若AB是△ABC外接圆的直径，FA=2，求CD的长．



【考点】相似三角形的判定与性质；三角形的外接圆与外心．

【分析】（1）由圆内接四边形的性质和邻补角关系证出∠FBC=∠CAD，再由角平分线和对顶角相等得出∠FAB=∠CAD，由圆周角定理得出∠FAB=∠FCB，即可得出结论；

（2）由（1）得：∠FBC=∠FCB，由圆周角定理得出∠FAB=∠FBC，由公共角∠BFA=∠BFD，证出△AFB∽△BFD，得出对应边成比例求出 BF，得出 FD、AD 的长，由圆周角定理得出∠BFA=∠BCA=90°，由三角函数求出∠FBA=30°，再由三角函数求出 CD 的长即可．

【解答】（1）证明：∵四边形 AFBC 内接于圆，

∴∠FBC+∠FAC=180°，

∵∠CAD+∠FAC=180°，

∴∠FBC=∠CAD，

∵AD 是△ABC 的外角∠EAC 的平分线，

∴∠EAD=∠CAD，

∵∠EAD=∠FAB，

∴∠FAB=∠CAD，

又∵∠FAB=∠FCB，

∴∠FBC=∠FCB；

（2）解：由（1）得：∠FBC=∠FCB，

又∵∠FCB=∠FAB，

∴∠FAB=∠FBC，

∵∠BFA=∠BFD，

∴△AFB∽△BFD，

∴$\frac{BF}{FD}=\frac{FA}{BF}$，

∴$BF^2=FA\cdot FD=12$，

∴$BF=2\sqrt{3}$，

∵FA=2，

∴FD=6，AD=4，

∵AB 为圆的直径，

∴∠BFA=∠BCA=90°，

∴$\tan\angle FBA=\frac{AF}{BF}=\frac{2}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴∠FBA=30°，

又∵∠FDB=∠FBA=30°，

$\therefore CD=AD\cdot\cos30°=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$．

25．已知二次函数 $y=ax^2-2ax+c$（$a<0$）的最大值为 4，且抛物线过点（$\frac{7}{2}$，$-\frac{9}{4}$），点 P（t，0）是 x 轴上的动点，抛物线与 y 轴交点为 C，顶点为 D．

（1）求该二次函数的解析式，及顶点 D 的坐标；

（2）求$|PC-PD|$的最大值及对应的点 P 的坐标；

（3）设 Q（0，2t）是 y 轴上的动点，若线段 PQ 与函数 $y=a|x|^2-2a|x|+c$ 的图象只有一个公共点，求 t 的取值．

【考点】二次函数综合题．

【分析】（1）先利用对称轴公式 $x=-\frac{b}{2a}$计算对称轴，即顶点坐标为（1，4），再将两点代入列二元一次方程组求出解析式；

（2）根据三角形的三边关系：可知 P、C、D 三点共线时$|PC-PD|$取得最大值，求出直线 CD 与 x 轴的交点坐标，就是此时点 P 的坐标；

（3）先把函数中的绝对值化去，可知 $y=\begin{cases}-x^2+2x+3(x\geq0)\\-x^2-2x+3(x<0)\end{cases}$，此函数是两个二次函数的一部分，分三种情况进行计算：①当线段 PQ 过点（0，3），即点 Q 与点 C 重合时，两图象有一个公共点，当线段 PQ 过点（3，0），即点 P 与点（3，0）重合时，两函数有两个公共点，写出 t 的取值；②线段 PQ 与当函数 $y=a|x|^2-2a|x|+c$（$x\geq0$）时有一个公共点时，求 t 的值；③当线段 PQ 过点（-3，0），即点 P 与点（-3，0）重合时，线段 PQ 与当函数 $y=a|x|^2-2a|x|+c$（$x<0$）时也有一个公共点，则当 $t\leq-3$ 时，都满足条件；综合以上结论，得出 t 的取值．

【解答】解：（1）$\because y=ax^2-2ax+c$ 的对称轴为：$x=-\frac{-2a}{2a}=1$，

$\therefore$抛物线过（1，4）和（$\frac{7}{2}$，$-\frac{9}{4}$）两点，

代入解析式得：$\begin{cases}a-2a+c=4\\\frac{49}{4}a-7a+c=-\frac{9}{4}\end{cases}$，

解得：$a=-1$，$c=3$，

$\therefore$二次函数的解析式为：$y=-x^2+2x+3$，

$\therefore$顶点 D 的坐标为（1，4）；

（2）$\because$C、D 两点的坐标为（0，3）、（1，4）；

由三角形两边之差小于第三边可知：

$|PC-PD|\leq|CD|$，

∴P、C、D 三点共线时$|PC-PD|$取得最大值，此时最大值为，

$|CD|=\sqrt{2}$，

由于 CD 所在的直线解析式为 $y=x+3$，
将 P（t，0）代入得 $t=-3$，
∴此时对应的点 P 为（-3，0）；
（3）$y=a|x|^2-2a|x|+c$ 的解析式可化为：

$$y=\begin{cases}-x^2+2x+3(x\geqslant 0)\\-x^2-2x+3(x<0)\end{cases}$$

设线段 PQ 所在的直线解析式为 $y=kx+b$，将 P（t，0），Q（0，2t）代入得：
线段 PQ 所在的直线解析式：$y=-2x+2t$，
∴① 当线段 PQ 过点（0，3），即点 Q 与点 C 重合时，线段 PQ 与函数

$y=\begin{cases}-x^2+2x+3(x\geqslant 0)\\-x^2-2x+3(x<0)\end{cases}$有一个公共点，此时 $t=\frac{3}{2}$，

当线段 PQ 过点（3，0），即点 P 与点（3，0）重合时，$t=3$，此时线段 PQ 与

$y=\begin{cases}-x^2+2x+3(x\geqslant 0)\\-x^2-2x+3(x<0)\end{cases}$有两个公共点，所以当$\leq t<3$ 时，

线段 PQ 与 $y=\begin{cases}-x^2+2x+3(x\geqslant 0)\\-x^2-2x+3(x<0)\end{cases}$有一个公共点，

② 将 $y=-2x+2t$ 代入 $y=-x^2+2x+3$（$x\geq 0$）得：
$-x^2+2x+3=-2x+2t$，
$-x2+4x+3-2t=0$，
令$\triangle=16-4(-1)(3-2t)=0$，

$t=\frac{7}{2}>0$，

所以当 $t=\frac{7}{2}$时，线段 PQ 与 $y=\begin{cases}-x^2+2x+3(x\geqslant 0)\\-x^2-2x+3(x<0)\end{cases}$也有一个公共点，

③ 当线段 PQ 过点（-3，0），即点 P 与点（-3，0）重合时，线段 PQ 只与 $y=-x^2-2x+3$（$x<0$）有一个公共点，此时 $t=-3$，

所以当 $t\leq -3$ 时，线段 PQ 与 $y=\begin{cases}-x^2+2x+3(x\geqslant 0)\\-x^2-2x+3(x<0)\end{cases}$也有一个公共点，

综上所述，t的取值是$\frac{3}{2}\leq t<3$或$t=\frac{7}{2}$或$t\leq-3$．