

浙江省义乌市2015年中考数学试卷

一、选择题（本题有10小题，每小题4分，共40分）

1. 计算 $(-1) \times 3$ 的结果是

- A. -3 B. -2 C. 2 D. 3

考点：有理数的乘法．

分析：根据有理数的乘法运算法则进行计算即可得解．

解答：解： $(-1) \times 3 = -1 \times 3 = -3$ ．

故选A．

点评：本题考查了有理数的乘法，是基础题，计算时要注意符号的处理．

2. 据报道，2015年第一季度，义乌电商实现交易额约为26 000 000 000元，同比增长22%，将26 000 000 000用科学计数法表示为

- A. 2.6×10^{10} B. 2.6×10^{11} C. 26×10^{10} D. 0.26×10^{11}

考点：科学记数法—表示较大的数．

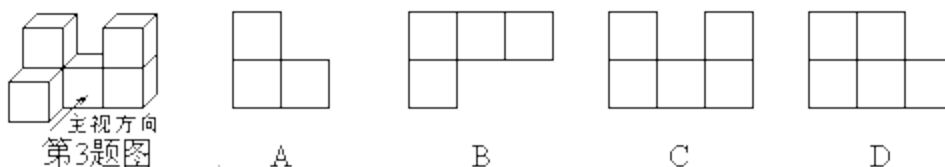
分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

解答：解：将26000 000 000用科学记数法表示为 2.6×10^{10} ．

故选：A．

点评：此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

3. 有6个相同的立方体搭成的几何体如图所示，则它的主视图是



考点：简单组合体的三视图．

分析：根据主视图是从正面看得到的图形，可得答案．

解答：解：从正面看第一层三个小正方形，第二层左边一个小正方形，右边一个小正方形．

故选：C．

点评：本题考查了简单组合体的三视图，从正面看得到的图形是主视图．

4. 下面是一位同学做的四道题：① $2a + 3b = 5ab$ ；② $(3a^3)^2 = 6a^6$ ；③ $a^6 \div a^2 = a^3$ ；④

$a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，其中做对的一道题的序号是

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

考点：同底数幂的除法；合并同类项；同底数幂的乘法；幂的乘方与积的乘方．

分析：①根据合并同类项，可判断①，

②根据积的乘方，可得答案；

③根据同底数幂的除法，可得答案；

④根据同底数幂的乘法，可得答案．

解答：解：①不是同类项不能合并，故①错误；

②积的乘方等于乘方的积，故②错误；

③同底数幂的除法底数不变指数相减，故③错误；

④同底数幂的乘法底数不变指数相加，故④正确；

故选：D．

点评：本题考查了同底数幂的除法，熟记法则并根据法则计算是解题关键．

5. 在一个不透明的袋子中装有除颜色外其它均相同的3个红球和2个白球，从中任意摸出一个球，则摸出白球的概率是

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{5}$

考点：概率公式．

分析：由在一个不透明的袋子中装有除颜色外其它均相同的3个红球和2个白球，直接利用概率公式求解即可求得答案．

解答：解：∵在一个不透明的袋子中装有除颜色外其它均相同的3个红球和2个白球，

∴从中任意摸出一个球，则摸出白球的概率是： $\frac{2}{3+2} = \frac{2}{5}$ ．

故选B．

点评：此题考查了概率公式的应用．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

6. 化简 $\frac{x^2}{x-1} + \frac{1}{1-x}$ 的结果是

- A. $x+1$ B. $\frac{1}{x+1}$ C. $x-1$ D. $\frac{x}{x-1}$

考点：分式的加减法．

专题：计算题．

分析：原式变形后，利用同分母分式的减法法则计算即可得到结果．

解答：解：原式 = $\frac{x^2}{x-1} - \frac{1}{x-1} = \frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} = x+1$ ．

故选A

点评：此题考查了分式的加减法，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

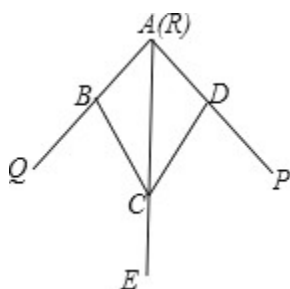
7. 如图，小敏做了一个角平分仪ABCD，其中AB=AD，BC=DC，将仪器上的点A与∠PRQ

的顶点R重合，调整AB和AD，使它们分别落在角的两边上，过点A，C画一条射线

AE，AE就是∠PRQ的平分线。此角平分仪的画图原理是：根据仪器结构，可得

$\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ，这样就有 $\angle QAE = \angle PAE$ 。则说明这两个三角形全等的依据是

- A. SAS B. ASA C. AAS D. SSS



考点：全等三角形的应用．．

分析：在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle ABC$ 中，由于 AC 为公共边， $AB=AD$ ， $BC=DC$ ，利用SSS定理可判定 $\triangle ADC \cong \triangle ABC$ ，进而得到 $\angle DAC = \angle BAC$ ，即 $\angle QAE = \angle PAE$ ．

解答：解：在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle ABC$ 中，

$$\begin{cases} AD=AB \\ DC=BC, \\ AC=AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle ABC$ (SSS) ，

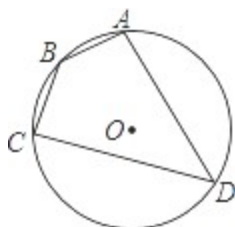
$\therefore \angle DAC = \angle BAC$ ，

即 $\angle QAE = \angle PAE$ ．

故选：D ．

点评：本题考查了全等三角形的应用；这种设计，用SSS判断全等，再运用性质，是全等三角形判定及性质的综合运用，做题时要认真读题，充分理解题意．

8. 如图，四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形， $\odot O$ 的半径为2， $\angle B = 135^\circ$ ，则 \widehat{AC} 的长



A. 2π

B. π

C. $\frac{\pi}{2}$

D. $\frac{\pi}{3}$

考点：弧长的计算；圆周角定理；圆内接四边形的性质．．

分析：连接 OA 、 OC ，然后根据圆周角定理求得 $\angle AOC$ 的度数，最后根据弧长公式求解．

解答：解：连接 OA 、 OC ，

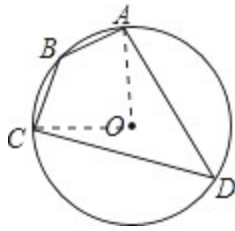
$\therefore \angle B = 135^\circ$ ，

$\therefore \angle D = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle AOC = 90^\circ$ ，

则 \widehat{AC} 的长 $= \frac{90\pi \times 2}{180} = \pi$ ．

故选B ．



点评：本题考查了弧长的计算以及圆周角定理，解答本题的关键是掌握弧长公式 $L = \frac{n\pi R}{180}$.

9. 如果一种变换是将抛物线向右平移2个单位或向上平移1个单位，我们把这种变换称为抛物线的简单变换。已知抛物线经过两次简单变换后的一条抛物线是 $y = x^2 + 1$ ，则原抛物线的解析式不可能的是

- A. $y = x^2 - 1$ B. $y = x^2 + 6x + 5$
 C. $y = x^2 + 4x + 4$ D. $y = x^2 + 8x + 17$

考点：二次函数图象与几何变换 . .

分析：根据图象左移加，右移减，图象上移加，下移减，可得答案 .

解答：解：抛物线是 $y = x^2 + 1$ 向左平移2个单位，向下平移1个单位，得

原抛物线解析式 $y = (x+2)^2 + 1 - 1$ ，

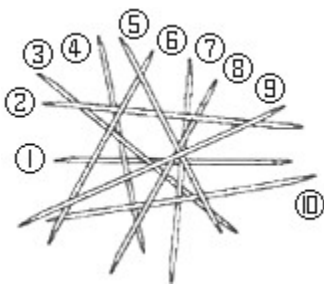
化简，得 $y = x^2 + 4x + 4$ ，

故选：C .

点评：本题考查了二次函数图象与几何变换，用平移规律“左加右减，上加下减”直接代入函数解析式求得平移后的函数解析式，注意由目标函数图象到原函数图象方向正好相反 .

10. 挑游戏棒是一种好玩的游戏，游戏规则：当一根棒条没有被其它棒条压着时，就可以把它往上拿走。如图中，按照这一规则，第1次应拿走⑨号棒，第2次应拿走⑤号棒，…，则第6次应拿走

- A. ②号棒 B. ⑦号棒 C. ⑧号棒 D. ⑩号棒



考点：规律型：图形的变化类 . .

分析：仔细观察图形，找到拿走后图形下面的游戏棒，从而确定正确的选项 .

解答：解：仔细观察图形发现：

第1次应拿走⑨号棒，

第2次应拿走⑤号棒，

第3次应拿走⑥号棒，

第4次应拿走②号棒，

第5次应拿走⑨号棒，
第6次应拿走⑩号棒，
故选D。

点评：本题考查了图形的变化类问题，解题的关键是仔细观察图形，锻炼了同学们的识图能力。

二、填空题（本题有6小题，每小题5分，共30分）

11. 因式分解： $x^2 - 4 = \underline{\quad}$

考点：因式分解-运用公式法．

专题：因式分解．

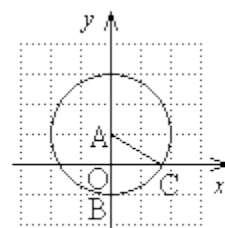
分析：直接利用平方差公式进行因式分解即可．

解答：解： $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$ ．

故答案为： $(x+2)(x-2)$ ．

点评：本题考查了平方差公式因式分解．能用平方差公式进行因式分解的式子的特点是：两项平方项，符号相反．

12. 如图，已知点A(0, 1)，B(0, -1)，以点A为圆心，AB为半径作圆，交x轴的正半轴于点C，则 $\angle BAC$ 等于 $\underline{\quad}$ 度



第12题图

考点：垂径定理；坐标与图形性质；等边三角形的判定与性质；勾股定理．

分析：求出OA、AC，通过余弦函数即可得出答案．

解答：解： $\because A(0, 1), B(0, -1)$ ，

$\therefore AB=2, OA=1$ ，

$\therefore AC=2$ ，

在Rt $\triangle AOC$ 中， $\cos \angle BAC = \frac{OA}{AC} = \frac{1}{2}$ ，

$\therefore \angle BAC = 60^\circ$ ，

故答案为60．

点评：本题考查了垂径定理的应用，关键是求出AC、OA的长．

13. 由于木质衣架没有柔性，在挂置衣服的时候不太方便操作。小

敏设计了一种衣架，在使用时能轻易收拢，然后套进衣服后松

开即可。如图1，衣架杆OA=OB=18cm，若衣架收拢时，

$\angle AOB = 60^\circ$ ，如图2，则此时A，B两点之间的距离是 $\underline{\quad}$ cm

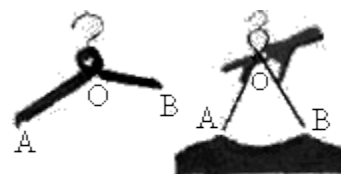


图1 图2
第13题图

考点：等边三角形的判定与性质．

专题：应用题．

分析：根据有一个角是 60° 的等腰三角形的等边三角形进行解答即可．

解答：解： $\because OA=OB, \angle AOB=60^\circ$ ，

$\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形，

$\therefore AB=OA=OB=18\text{cm}$ ，

故答案为：18

点评：此题考查等边三角形问题，关键是有一个角是 60° 的等腰三角形的等边三角形进行分析．

14. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $BC=3$ ， $AC=4$ ，点 P 在以 C 为圆心，5为半径的圆上，连结 PA ， PB 。若 $PB=4$ ，则 PA 的长为

考点：点与圆的位置关系；勾股定理；垂径定理．．

专题：分类讨论．

分析：连结 CP ， PB 的延长线交 $\odot C$ 于 P' ，如图，先计算出 $CB^2+PB^2=CP^2$ ，则根据勾股定理的逆定理得 $\angle CBP=90^\circ$ ，再根据垂径定理得到 $PB=P'B=4$ ，接着证明四边形 $ACBP$ 为矩形，则 $PA=BC=3$ ，然后在 $\text{Rt}\triangle APP'$ 中利用勾股定理计算出 $P'A=\sqrt{73}$ ，从而得到满足条件的 PA 的长为3或 $\sqrt{73}$ ．

解答：解：连结 CP ， PB 的延长线交 $\odot C$ 于 P' ，如图，

$\because CP=5$ ， $CB=3$ ， $PB=4$ ，

$\therefore CB^2+PB^2=CP^2$ ，

$\therefore \triangle CPB$ 为直角三角形， $\angle CBP=90^\circ$ ，

$\therefore CB \perp PB$ ，

$\therefore PB=P'B=4$ ，

$\because \angle C=90^\circ$ ，

$\therefore PB \parallel AC$ ，

而 $PB=AC=4$ ，

\therefore 四边形 $ACBP$ 为矩形，

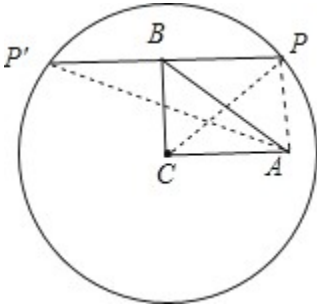
$\therefore PA=BC=3$ ，

在 $\text{Rt}\triangle APP'$ 中， $\because PA=3$ ， $PP'=8$ ，

$\therefore P'A = \sqrt{8^2+3^2} = \sqrt{73}$ ，

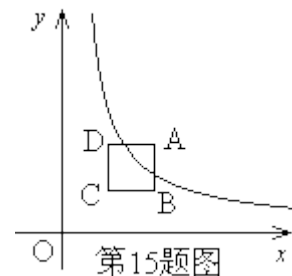
$\therefore PA$ 的长为3或 $\sqrt{73}$ ．

故答案为3或 $\sqrt{73}$ ．



点评：本题考查了点与圆的位置关系：点的位置可以确定该点到圆心距离与半径的关系，反过来已知点到圆心距离与半径的关系可以确定该点与圆的位置关系．也考查了垂径定理和勾股定理．

15. 在平面直角坐标系的第一象限内，边长为1的正方形 $ABCD$ 的边均平行于坐标轴， A 点的坐标为 (a, a) 。如图，



若曲线 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 与此正方形的边有交点，则 a 的取值范围是



考点：反比例函数图象上点的坐标特征．．

分析：根据题意得出C点的坐标 $(a - 1, a - 1)$ ，然后分别把A、C的坐标代入求得a的值，即可求得a的取值范围．

解答：解：∵A点的坐标为 (a, a) ．

根据题意C $(a - 1, a - 1)$ ，

当A在双曲线 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 时，则 $a - 1 = \frac{3}{a - 1}$ ，

解得 $a = \sqrt{3} + 1$ ，

当C在双曲线 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 时，则 $a = \frac{3}{a}$ ，

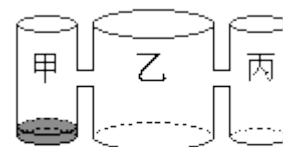
解得 $a = \sqrt{3}$ ，

∴a的取值范围是 $\sqrt{3} \leq a \leq \sqrt{3} + 1$ ．

故答案为 $\sqrt{3} \leq a \leq \sqrt{3} + 1$ ．

点评：本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，点的坐标适合解析式是解题的关键．

16. 实验室里，水平桌面上有甲、乙、丙三个圆柱形容器（容器足够高），底面半径之比为1:2:1，用两个相同的管子在容器的5cm高度处连通（即管子底端离容器底5cm），现三个容器中，只有甲中有水，水位高1cm，如



第16题图

图所示。若每分钟同时向乙和丙注入相同量的水，开始注水1分钟，乙的水位上升 $\frac{5}{6}$

cm，则开始注入 ▲ 分钟的水量后，甲与乙的水位高度之差是0.5cm

考点：一元一次方程的应用．．

专题：分类讨论．

分析：由甲、乙、丙三个圆柱形容器（容器足够高），底面半径之比为1:2:1，注水1分钟，乙的水位上升 $\frac{5}{6}$ cm，得到注水1分钟，丙的水位上升 $\frac{10}{3}$ cm，设开始注入t分钟的水量后，

甲与乙的水位高度之差是0.5cm，甲与乙的水位高度之差是0.5cm有三种情况：①当乙的水位低于甲的水位时，②当甲的水位低于乙的水位时，甲的水位不变时，③当甲的水位低于乙的水位时，乙的水位到达管子底部，甲的水位上升时，分别列方程求解即可．

解答：解：∵甲、乙、丙三个圆柱形容器（容器足够高），底面半径之比为1:2:1，

∴注水1分钟，乙的水位上升 $\frac{5}{6}$ cm，

∴注水1分钟，丙的水位上升 $\frac{10}{3}$ cm，

设开始注入t分钟的水量后，甲与乙的水位高度之差是0.5cm，

甲与乙的水位高度之差是0.5cm有三种情况：

①当乙的水位低于甲的水位时，

$$\text{有 } 1 - \frac{5}{6}t = 0.5,$$

$$\text{解得：} t = \frac{3}{5} \text{分钟；}$$

②当甲的水位低于乙的水位时，甲的水位不变时，

$$\therefore \frac{5}{6}t - 1 = 0.5,$$

$$\text{解得：} t = \frac{9}{5},$$

$$\therefore \frac{10}{3} \times \frac{9}{5} = 6 > 5,$$

\therefore 此时丙容器已向甲容器溢水，

$\therefore 5 \div \frac{10}{3} = \frac{3}{2}$ 分钟， $\frac{5}{6} \times \frac{3}{2} = \frac{5}{4}$ ，即经过 $\frac{3}{2}$ 分钟边容器的水到达管子底部，乙的水位上升 $\frac{5}{4}$ ，

$$\therefore \frac{5}{4} + 2 \times \frac{5}{6} \left(t - \frac{3}{2} \right) - 1 = 0.5, \text{解得：} t = \frac{33}{20};$$

③当甲的水位低于乙的水位时，乙的水位到达管子底部，甲的水位上升时，

\therefore 乙的水位到达管子底部的时间为： $\frac{3}{2} + \left(5 - \frac{5}{4} \right) \div \frac{5}{6} \div 2 = \frac{15}{4}$ 分钟，

$$\therefore 5 - 1 - 2 \times \frac{10}{3} \left(t - \frac{15}{4} \right) = 0.5,$$

$$\text{解得：} t = \frac{171}{40},$$

综上所述开始注入 $\frac{3}{5}$ ， $\frac{33}{20}$ ， $\frac{171}{40}$ 分钟的水量后，甲与乙的水位高度之差是0.5cm。

点评：本题考查了一元一次方程的应用，解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系列出方程，再求解。

三、解答题（本题有8小题，共80分）

17.（本题8分）

$$(1) \text{ 计算：} 2 \cos 45^\circ - (\pi + 1)^0 + \sqrt{\frac{1}{4}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1};$$

$$(2) \text{ 解不等式：} 3x - 5 \leq 2(x + 2)$$

考点：实数的运算；零指数幂；负整数指数幂；解一元一次不等式；特殊角的三角函数值。
专题：计算题。

分析：（1）原式第一项利用特殊角的三角函数值计算，第二项利用零指数幂法则计算，第三项利用算术平方根定义计算，最后一项利用负整数指数幂法则计算即可得到结果；

（2）不等式去括号，移项合并，把x系数化为1，即可求出解。

$$\text{解答：解：(1) 原式} = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 + \frac{1}{2} + 2 = \sqrt{2} + \frac{3}{2};$$

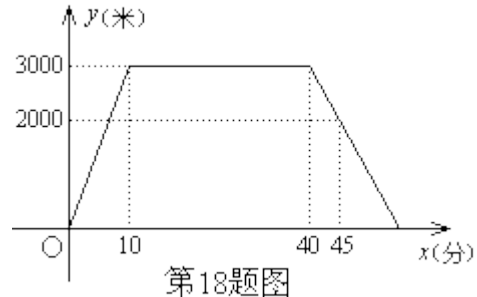
$$(2) \text{ 去括号得：} 3x - 5 \leq 2x + 4,$$

移项合并得： $x \leq 9$.

点评：此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键 .

18. (本题8分)

小敏上午8:00从家里出发，骑车去一家超市购物，然后从这家超市返回家中。小敏离家的路程 y (米) 和所经过的时间 x (分) 之间的函数图象如图所示。请根据图象回答下列问题：



- (1) 小敏去超市途中的速度是多少？在超市逗留了多少时间？
- (2) 小敏几点几分返回到家？

考点：一次函数的应用 . .

分析：(1) 根据观察横坐标，可得去超市的时间，根据观察纵坐标，可得去超市的路程，根据路程与时间的关系，可得答案；在超市逗留的时间即路程不变化所对应的时间段；

(2) 求出返回家时的函数解析式，当 $y=0$ 时，求出 x 的值，即可解答 .

解答：解：(1) 小敏去超市途中的速度是： $3000 \div 10 = 300$ (米/分)，
在超市逗留了的时间为： $40 - 10 = 30$ (分) .

(2) 设返回家时， y 与 x 的函数解析式为 $y = kx + b$ ，
把 $(40, 3000)$ ， $(45, 2000)$ 代入得：

$$\begin{cases} 3000 = 40k + b \\ 2000 = 45k + b \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} k = -200 \\ b = 11000 \end{cases}$$

\therefore 函数解析式为 $y = -200x + 11000$ ，

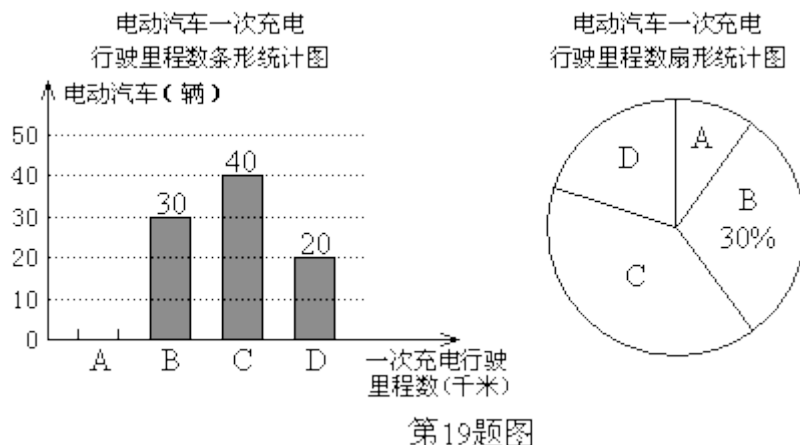
当 $y=0$ 时， $x=55$ ，

\therefore 返回到家的时间为：8:55 .

点评：本题考查了一次函数的应用，观察函数图象获取信息是解题关键 .

19. (本题8分)

为了解某种电动汽车的性能，对这种电动汽车进行了抽检，将一次充电后行驶的里程数分为A，B，C，D四个等级，其中相应等级的里程依次为200千米，210千米，220千米，230千米，获得如下不完整的统计图。



第19题图

根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 问这次被抽检的电动汽车共有几辆？并补全条形统计图；
- (2) 估计这种电动汽车一次充电后行驶的平均里程数为多少千米？

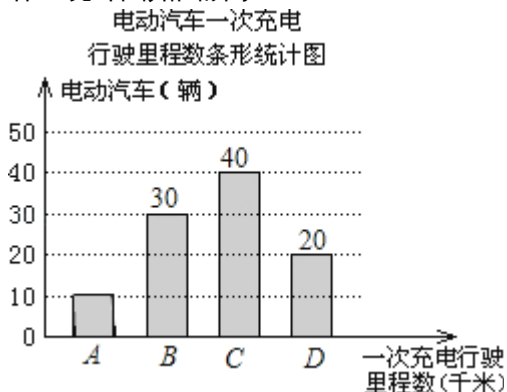
考点：条形统计图；扇形统计图；加权平均数．．

分析：(1) 根据条形统计图和扇形图可知，将一次充电后行驶的里程数分为B等级的有30辆电动汽车，所占的百分比为30%，用 $30 \div 30\%$ 即可求出电动汽车的总量；分别计算出C、D所占的百分比，即可得到A所占的百分比，即可求出A的电动汽车的辆数，即可补全统计图；

(2) 用总里程除以汽车总辆数，即可解答．

解答：解：(1) 这次被抽检的电动汽车共有： $30 \div 30\% = 100$ (辆)，
C所占的百分比为： $40 \div 100 \times 100\% = 40\%$ ，D所占的百分比为：
 $20 \div 100 \times 100\% = 20\%$ ，
A所占的百分比为： $100\% - 40\% - 20\% - 30\% = 10\%$ ，
A等级电动汽车的辆数为： $100 \times 10\% = 10$ (辆)，

补全统计图如图所示：



(2) 这种电动汽车一次充电后行驶的平均里程数为：

$$\frac{1}{100} \times (10 \times 200 + 30 \times 210 + 220 \times 40 + 20 \times 230) = 217 \text{ (千米)},$$

\therefore 估计这种电动汽车一次充电后行驶的平均里程数为217千米．

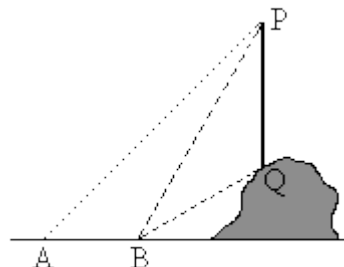
点评：此题考查了条形统计图，以及扇形统计图，弄清题意是解本题的关键．

20. (本题8分)

如图，从地面上的点A看一山坡上的电线杆PQ，测得杆顶端点P的仰角是 45° ，向前走6m到达B点，测得杆顶端点P和杆底端点Q的仰角分别是 60° 和 30° 。

- (1) 求 $\angle BPQ$ 的度数；
- (2) 求该电线杆PQ的高度(结果精确到1m)。

备用数据： $\sqrt{3} \approx 1.7$ ， $\sqrt{2} \approx 1.4$



第20题图

考点：解直角三角形的应用-仰角俯角问题．．

分析：(1) 延长PQ交直线AB于点E，根据直角三角形两锐角互余求得即可；

92) 设 $PE=x$ 米，在直角 $\triangle APE$ 和直角 $\triangle BPE$ 中，根据三角函数利用 x 表示出 AE 和 BE ，根据 $AB=AE - BE$ 即可列出方程求得 x 的值，再在直角 $\triangle BQE$ 中利用三角函数求得 QE 的长，则 PQ 的长度即可求解．

解答：解：延长PQ交直线AB于点E，

$$(1) \angle BPQ = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ;$$

$$(2) \text{设 } PE = x \text{ 米.}$$

在直角 $\triangle APE$ 中， $\angle A = 45^\circ$ ，

则 $AE = PE = x$ 米；

$$\therefore \angle PBE = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BPE = 30^\circ$$

在直角 $\triangle BPE$ 中， $BE = \frac{\sqrt{3}}{3}PE = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 米，

$$\therefore AB = AE - BE = 6 \text{ 米，}$$

$$\text{则 } x - \frac{\sqrt{3}}{3}x = 6,$$

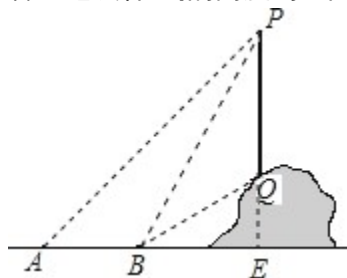
$$\text{解得： } x = 9 + 3\sqrt{3}.$$

$$\text{则 } BE = (3\sqrt{3} + 3) \text{ 米.}$$

在直角 $\triangle BEQ$ 中， $QE = \frac{\sqrt{3}}{3}BE = \frac{\sqrt{3}}{3}(3\sqrt{3} + 3) = (3 + \sqrt{3})$ 米．

$$\therefore PQ = PE - QE = 9 + 3\sqrt{3} - (3 + \sqrt{3}) = 6 + 2\sqrt{3} \approx 9 \text{ (米).}$$

答：电线杆PQ的高度约9米．



点评：本题考查了仰角的定义，以及三角函数，正确求得PE的长度是关键．

21. (本题10分)

如果抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过定点 $M(1, 1)$ ，则称该抛物线为定点抛物线。

(1) 张老师在投影屏幕上出示了一个题目：请你写出一条定点抛物线的一个解析式。小

敏写出了一个答案： $y = 2x^2 + 3x - 4$ ，请你写出一个不同于小敏的答案；

(2) 张老师又在投影屏幕上出示了一个思考题：已知定点抛物线 $y = -x^2 + 2bx + c + 1$ ，

求该抛物线顶点纵坐标的值最小时的解析式，请你解答。

考点：二次函数图象上点的坐标特征；二次函数的性质。

分析：(1) 根据顶点式的表示方法，结合题意写一个符合条件的表达式则可；

(2) 根据顶点纵坐标得出 $b=1$ ，再利用最小值得出 $c=-1$ ，进而得出抛物线的解析式。

解答：解：(1) 依题意，选择点 $(1, 1)$ 作为抛物线的顶点，二次项系数是1，

根据顶点式得： $y = x^2 - 2x + 2$ ；

(2) ∵ 定点抛物线的顶点坐标为 $(b, c + b^2 + 1)$ ，且 $-1 + 2b + c + 1 = 1$ ，

∴ $c = 1 - 2b$ ，

∴ 顶点纵坐标 $c + b^2 + 1 = 2 - 2b + b^2 = (b - 1)^2 + 1$ ，

∴ 当 $b=1$ 时， $c + b^2 + 1$ 最小，抛物线顶点纵坐标的值最小，此时 $c = -1$ ，

∴ 抛物线的解析式为 $y = -x^2 + 2x$ 。

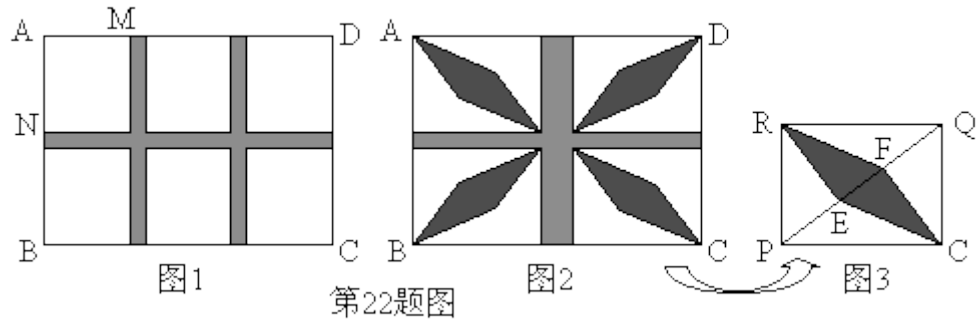
点评：本题考查抛物线的形状与抛物线表达式系数的关系，首先利用顶点坐标式写出来，再化为一般形式。

22. (本题12分)

某校规划在一块长 AD 为 18m ，宽 AB 为 13m 的长方形场地 $ABCD$ 上，设计分别与 AD ， AB 平行的横向通道和纵向通道，其余部分铺上草皮。

(1) 如图1，若设计三条通道，一条横向，两条纵向，且它们的宽度相等，其余六块草坪相同，其中一块草坪两边之比 $AM:AN=8:9$ ，问通道的宽是多少？

(2) 为了建造花坛，要修改(1)中的方案，如图2，将三条通道改为两条通道，纵向的宽度改为横向宽度的2倍，其余四块草坪相同，且每一块草坪均有一边长为 8m ，这样能在这些草坪建造花坛。如图3，在草坪 $RPCQ$ 中，已知 $RE \perp PQ$ 于点 E ， $CF \perp PQ$ 于点 F ，求花坛 $RECF$ 的面积。



第22题图

考点：二元一次方程组的应用；勾股定理的应用．

分析：（1）利用 $AM : AN = 8 : 9$ ，设通道的宽为 xm ， $AM = 8ym$ ，则 $AN = 9y$ ，进而利用 AD 为 $18m$ ，宽 AB 为 $13m$ 得出等式求出即可；

（2）根据题意得出纵向通道的宽为 $2m$ ，横向通道的宽为 $1m$ ，进而得出 PQ ， RE 的长，即可得出 PE 、 EF 的长，进而求出花坛 $RECF$ 的面积．

解答：解：（1）设通道的宽为 xm ， $AM = 8ym$ ，

$$\because AM : AN = 8 : 9,$$

$$\therefore AN = 9y,$$

$$\therefore \begin{cases} 2x + 24y = 18 \\ x + 18y = 13 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

答：通道的宽是 $1m$ ；

（2） \because 四块相同草坪中的每一块，有一条边长为 $8m$ ，若 $RP = 8$ ，则 $AB > 13$ ，不合题意，

$$\therefore RQ = 8,$$

\therefore 纵向通道的宽为 $2m$ ，横向通道的宽为 $1m$ ，

$$\therefore RP = 6,$$

$\because RE \perp PQ$ ，四边形 $RPCQ$ 是长方形，

$$\therefore PQ = 10,$$

$$\therefore RE \times PQ = PR \times QR = 6 \times 8,$$

$$\therefore RE = 4.8,$$

$$\because RP^2 = RE^2 + PE^2,$$

$$\therefore PE = 3.6,$$

同理可得： $QF = 3.6$ ，

$$\therefore EF = 2.8,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}RECF} = 4.8 \times 2.8 = 13.44,$$

即花坛 $RECF$ 的面积为 $13.44m^2$ ．

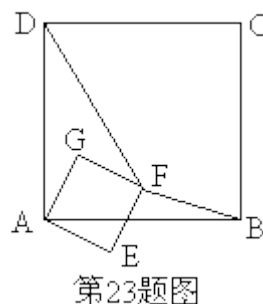
点评：此题主要考查了二元一次方程组的应用即四边形面积求法和三角形面积求法等知识，得出 RP 的长是解题关键．

23. (本题12分)

正方形 $ABCD$ 和正方形 $AEFG$ 有公共顶点 A ，将正方形 $AEFG$ 绕点 A 按顺时针方向旋转，

记旋转角 $\angle DAG = \alpha$ ，其中 $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ ，连结 DF ， BF ，如图。

- (1) 若 $\alpha = 0^\circ$ ，则 $DF = BF$ ，请加以证明；
- (2) 试画一个图形（即反例），说明（1）中命题的逆命题是假命题；
- (3) 对于（1）中命题的逆命题，如果能补充一个条件后能使该逆命题为真命题，请直接写出你认为需要补充的一个条件，不必说明理由。



考点：正方形的性质；全等三角形的判定与性质；命题与定理；旋转的性质．

分析：（1）利用正方形的性质证明 $\triangle DGF \cong \triangle BEF$ 即可；

（2）当 $\alpha = 180^\circ$ 时， $DF = BF$ ．

（3）利用正方形的性质和 $\triangle DGF \cong \triangle BEF$ 的性质即可证得是真命题．

解答：（1）证明：如图1， \because 四边形 $ABCD$ 和四边形 $A EFG$ 为正方形，

$\therefore AG = AE$ ， $AD = AB$ ， $GF = EF$ ， $\angle DGF = \angle BEF = 90^\circ$ ，

$\therefore DG = BE$ ，

在 $\triangle DGF$ 和 $\triangle BEF$ 中，

$$\begin{cases} DG = BE \\ \angle DGF = \angle BEF \\ GF = EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle DGF \cong \triangle BEF$ (SAS)，

$\therefore DF = BF$ ；

（2）解：图形（即反例）如图2，

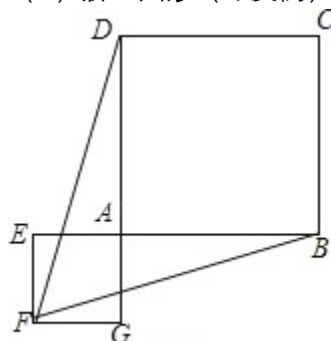


图2

（3）解：补充一个条件为：点 F 在正方形 $ABCD$ 内；

即：若点 F 在正方形 $ABCD$ 内， $DF = BF$ ，则旋转角 $\alpha = 0^\circ$ ．

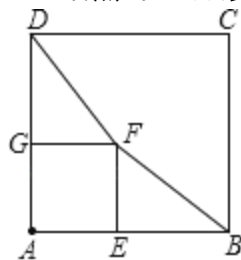


图1

点评：本题主要考查正方形的性质及全等三角形的判定和性质，旋转的性质，命题和定理，掌握全等三角形的对应边相等是解题的关键，注意利用正方形的性质找三角形全等的条件。

24. (本题14分)

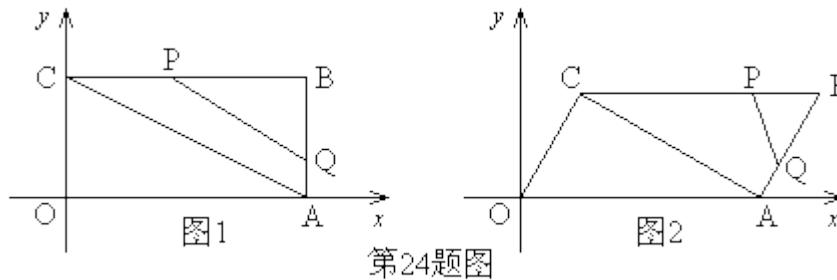
在平面直角坐标系中，O为原点，四边形OABC的顶点A在x轴的正半轴上，
 $OA=4$ ， $OC=2$ ，点P，点Q分别是边BC，边AB上的点，连结AC，PQ，点 B_1 是点B关于PQ的对称点。

(1) 若四边形OABC为矩形，如图1，

①求点B的坐标；

②若 $BQ:BP=1:2$ ，且点 B_1 落在OA上，求点 B_1 的坐标；

(2) 若四边形OABC为平行四边形，如图2，且 $OC \perp AC$ ，过点 B_1 作 $B_1F \parallel x$ 轴，与对角线AC、边OC分别交于点E、点F。若 $B_1E : B_1F = 1:3$ ，点 B_1 的横坐标为 m ，求点 B_1 的纵坐标，并直接写出 m 的取值范围。



考点：四边形综合题 . .

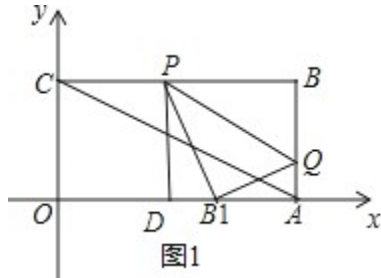
分析：(1) ①根据 $OA=4$ ， $OC=2$ ，可得点B的坐标；②利用相似三角形的判定和性质得出点的坐标；

(2) 根据平行四边形的性质，且分点在线段EF的延长线和线段上两种情况进行分析解答 .

解答：解：(1) $\because OA=4$ ， $OC=2$ ，

\therefore 点B的坐标为 $(4, 2)$ ；

②如图1，过点P作 $PD \perp OA$ ，垂足为点D，



$\because BQ : BP = 1 : 2$ ，点B关于PQ的对称点为 B_1 ，

$\therefore B_1Q : B_1P = 1 : 2$ ，

$\therefore \angle PDB_1 = \angle PB_1Q = \angle B_1AQ = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle PB_1D = \angle B_1QA,$$

$$\therefore \triangle PB_1D \sim \triangle B_1QA,$$

$$\therefore \frac{PD}{AB_1} = \frac{PB_1}{B_1Q} = 2,$$

$$\therefore B_1A = 1,$$

$$\therefore OB_1 = 3, \text{ 即点 } B_1(3, 0);$$

(2) \because 四边形OABC为平行四边形, $OA=4$, $OC=2$, 且 $OC \perp AC$,

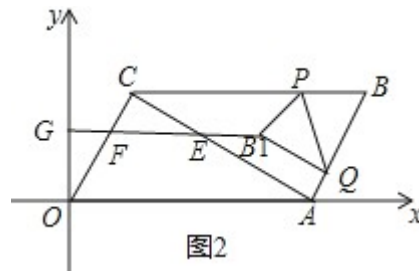
$$\therefore \angle OAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \text{点 } C(1, \sqrt{3}),$$

$$\therefore B_1E : B_1F = 1 : 3,$$

\therefore 点 B_1 不与点 E, F 重合, 也不在线段 EF 的延长线上,

④ 当点 B_1 在线段 FE 的延长线上时, 如图2, 延长 B_1F 与 y 轴交于点 G , 点 B_1 的横坐标为



m , $B_1F \parallel x$ 轴,

$$B_1E : B_1F = 1 : 3,$$

$$\therefore B_1G = m,$$

设 $OG = a$,

$$\text{则 } GF = \frac{\sqrt{3}}{3}a, OF = \frac{2\sqrt{3}}{3}a,$$

$$\therefore CF = 2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}a,$$

$$\therefore EF = 4 - \frac{4\sqrt{3}}{3}a, B_1E = 2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}a,$$

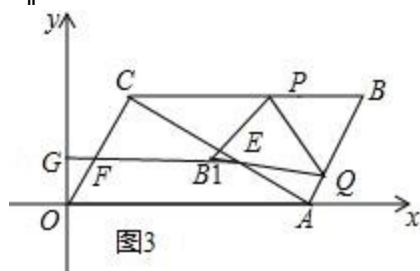
$$\therefore B_1G = B_1E + EF + FG = \left(2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}a\right) + \left(4 - \frac{4\sqrt{3}}{3}a\right) + \frac{\sqrt{3}}{3}a = m,$$

$$\therefore a = -\frac{\sqrt{3}}{5}m + \frac{6}{5}\sqrt{3}, \text{ 即 } B_1 \text{ 的纵坐标为 } -\frac{\sqrt{3}}{5}m + \frac{6}{5}\sqrt{3},$$

m 的取值范围是 $\frac{17}{7} \leq m \leq 1 + \frac{10}{7}\sqrt{7}$;

⑤ 当点 B_1 在线段 EF (除点 E, F) 上时, 如图3, 延长 B_1F 与 y 轴交于点 G , 点 B_1 的横坐标为

m , $F \parallel x$



轴,

$$B_1E : B_1F = 1 : 3 ,$$

$$\therefore B_1G = m ,$$

$$\text{设 } OG = a ,$$

$$\text{则 } GF = \frac{\sqrt{3}}{3}a , OF = \frac{2\sqrt{3}}{3}a ,$$

$$\therefore CF = 2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}a ,$$

$$\therefore FE = 4 - \frac{4\sqrt{3}}{3}a , B_1F = \frac{3}{4}EF = 3 - \sqrt{3}a ,$$

$$\therefore B_1G = B_1F - FG = (3 - \sqrt{3}a) + \frac{\sqrt{3}}{3}a = m ,$$

$$\therefore a = -\frac{\sqrt{3}}{2}m + \frac{3}{2}\sqrt{3} , \text{ 即点 } B_1 \text{ 的纵坐标为 } -\frac{\sqrt{3}}{2}m + \frac{3}{2}\sqrt{3} ,$$

$$\text{故 } m \text{ 的取值范围是 } \frac{15}{7} < m < 3 .$$

点评：此题考查四边形的综合题，关键是利用平行四边形的性质，分点在线段EF的延长线和线段上两种情况进行分析。