

## 2015 中考数学真题分类汇编：09 一元二次方程及其应用(1)

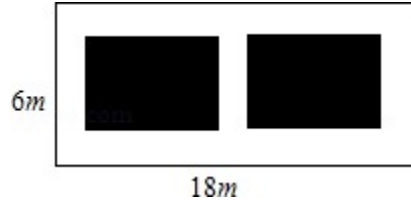
### 一. 选择题 (共 26 小题)

1. (2015•随州) 用配方法解一元二次方程  $x^2 - 6x - 4 = 0$ , 下列变形正确的是 ( )  
A.  $(x - 6)^2 = -4 + 36$  B.  $(x - 6)^2 = 4 + 36$  C.  $(x - 3)^2 = -4 + 9$  D.  $(x - 3)^2 = 4 + 9$
2. (2015•安顺) 三角形两边的长是 3 和 4, 第三边的长是方程  $x^2 - 12x + 35 = 0$  的根, 则该三角形的周长为 ( )  
A. 14 B. 12 C. 12 或 14 D. 以上都不对
3. (2015•广安) 一个等腰三角形的两条边长分别是方程  $x^2 - 7x + 10 = 0$  的两根, 则该等腰三角形的周长是 ( )  
A. 12 B. 9 C. 13 D. 12 或 9
4. (2015•广州) 已知 2 是关于  $x$  的方程  $x^2 - 2mx + 3m = 0$  的一个根, 并且这个方程的两个根恰好是等腰三角形  $ABC$  的两条边长, 则三角形  $ABC$  的周长为 ( )  
A. 10 B. 14 C. 10 或 14 D. 8 或 10
5. (2015•烟台) 如果  $x^2 - x - 1 = (x + 1)^0$ , 那么  $x$  的值为 ( )  
A. 2 或 -1 B. 0 或 1 C. 2 D. -1
6. (2015•山西) 我们解一元二次方程  $3x^2 - 6x = 0$  时, 可以运用因式分解法, 将此方程化为  $3x(x - 2) = 0$ , 从而得到两个一元一次方程:  $3x = 0$  或  $x - 2 = 0$ , 进而得到原方程的解为  $x_1 = 0, x_2 = 2$ . 这种解法体现的数学思想是 ( )  
A. 转化思想 B. 函数思想 C. 数形结合思想 D. 公理化思想
7. (2015•贵港) 若关于  $x$  的一元二次方程  $(a - 1)x^2 - 2x + 2 = 0$  有实数根, 则整数  $a$  的最大值为 ( )  
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
8. (2015•河北) 若关于  $x$  的方程  $x^2 + 2x + a = 0$  不存在实数根, 则  $a$  的取值范围是 ( )  
A.  $a < 1$  B.  $a > 1$  C.  $a \leq 1$  D.  $a \geq 1$
9. (2015•张家界) 若关于  $x$  的一元二次方程  $kx^2 - 4x + 3 = 0$  有实数根, 则  $k$  的非负整数值是 ( )  
A. 1 B. 0, 1 C. 1, 2 D. 1, 2, 3
10. (2015•达州) 方程  $(m - 2)x^2 - \sqrt{3 - \pi}x + \frac{1}{4} = 0$  有两个实数根, 则  $m$  的取值范围 ( )  
A.  $m > \frac{5}{2}$  B.  $m \leq \frac{5}{2}$  且  $m \neq 2$  C.  $m \geq 3$  D.  $m \leq 3$  且  $m \neq 2$
11. (2015•攀枝花) 关于  $x$  的一元二次方程  $(m - 2)x^2 + (2m + 1)x + m - 2 = 0$  有两个不相等的正实数根, 则  $m$  的取值范围是 ( )  
A.  $m > \frac{3}{4}$  B.  $m > \frac{3}{4}$  且  $m \neq 2$  C.  $-\frac{1}{2} < m < 2$  D.  $\frac{3}{4} < m < 2$
12. (2015•安顺) 若一元二次方程  $x^2 - 2x - m = 0$  无实数根, 则一次函数  $y = (m + 1)x + m - 1$  的图象不经过第 ( ) 象限.  
A. 四 B. 三 C. 二 D. 一

13. (2015•株洲) 有两个一元二次方程  $M: ax^2+bx+c=0$ ;  $N: cx^2+bx+a=0$ , 其中  $a \cdot c \neq 0$ ,  $a \neq c$ . 下列四个结论中, 错误的是 ( )
- A. 如果方程  $M$  有两个相等的实数根, 那么方程  $N$  也有两个相等的实数根
- B. 如果方程  $M$  的两根符号相同, 那么方程  $N$  的两根符号也相同
- C. 如果 5 是方程  $M$  的一个根, 那么  $\frac{1}{5}$  是方程  $N$  的一个根
- D. 如果方程  $M$  和方程  $N$  有一个相同的根, 那么这个根必是  $x=1$
14. (2015•烟台) 等腰直角三角形边长分别为  $a, b, 2$ , 且  $a, b$  是关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 6x+n - 1=0$  的两根, 则  $n$  的值为 ( )
- A. 9 B. 10 C. 9 或 10 D. 8 或 10
15. (2015•南充) 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+2mx+2n=0$  有两个整数根且乘积为正, 关于  $y$  的一元二次方程  $y^2+2ny+2m=0$  同样也有两个整数根且乘积为正, 给出三个结论: ①这两个方程的根都负根; ②  $(m-1)^2 + (n-1)^2 \geq 2$ ; ③  $-1 \leq 2m - 2n \leq 1$ , 其中正确结论的个数是 ( )
- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个
16. (2015•广西) 已知实数  $x_1, x_2$  满足  $x_1+x_2=7$ ,  $x_1x_2=12$ , 则以  $x_1, x_2$  为根的一元二次方程是 ( )
- A.  $x^2 - 7x+12=0$  B.  $x^2+7x+12=0$  C.  $x^2+7x - 12=0$  D.  $x^2 - 7x - 12=0$
17. (2015•怀化) 设  $x_1, x_2$  是方程  $x^2+5x - 3=0$  的两个根, 则  $x_1^2+x_2^2$  的值是 ( )
- A. 19 B. 25 C. 31 D. 30
18. (2015•酒泉) 今年来某县加大了对教育经费的投入, 2013 年投入 2500 万元, 2015 年投入 3500 万元. 假设该县投入教育经费的年平均增长率为  $x$ , 根据题意列方程, 则下列方程正确的是 ( )
- A.  $2500x^2=3500$  B.  $2500(1+x)^2=3500$
- C.  $2500(1+x\%)^2=3500$  D.  $2500(1+x) + 2500(1+x)^2=3500$
19. (2015•衡阳) 绿苑小区在规划设计时, 准备在两幢楼房之间, 设置一块面积为 900 平方米的矩形绿地, 并且长比宽多 10 米. 设绿地的宽为  $x$  米, 根据题意, 可列方程为 ( )
- A.  $x(x-10) = 900$  B.  $x(x+10) = 900$  C.  $10(x+10) = 900$  D.  $2[x+(x+10)] = 900$
20. (2015•兰州) 股票每天的涨、跌幅均不能超过 10%, 即当涨了原价的 10% 后, 便不能再涨, 叫做涨停; 当跌了原价的 10% 后, 便不能再跌, 叫做跌停. 已知一只股票某天跌停, 之后两天时间又涨回到原价. 若这两天此股票股价的平均增长率为  $x$ , 则  $x$  满足的方程是 ( )
- A.  $(1+x)^2 = \frac{11}{10}$  B.  $(1+x)^2 = \frac{10}{9}$  C.  $1+2x = \frac{11}{10}$  D.  $1+2x = \frac{10}{9}$
21. (2015•益阳) 沅江市近年来大力发展芦笋产业, 某芦笋生产企业在两年内的销售额从 20 万元增加到 80 万元. 设这两年的销售额的年平均增长率为  $x$ , 根据题意可列方程为 ( )
- A.  $20(1+2x) = 80$  B.  $2 \times 20(1+x) = 80$  C.  $20(1+x^2) = 80$  D.  $20(1+x)^2 = 80$
22. (2015•巴中) 某种品牌运动服经过两次降价, 每件零售价格由 560 元降为 315 元, 已知两次降价的百分率相同, 求每次降价的百分率. 设每次降价的百分率为  $x$ , 下面所列的方程中正确的是 ( )

A.  $560(1+x)^2=315$  B.  $560(1-x)^2=315$  C.  $560(1-2x)^2=315$  D.  $560(1-x^2)=315$

23. (2015•宁夏) 如图, 某小区有一块长为 18 米, 宽为 6 米的矩形空地, 计划在其中修建两块相同的矩形绿地, 它们的面积之和为  $60\text{米}^2$ , 两块绿地之间及周边留有宽度相等的人行通道. 若设人行道的宽度为  $x$  米, 则可以列出关于  $x$  的方程是 ( )



A.  $x^2+9x-8=0$  B.  $x^2-9x-8=0$  C.  $x^2-9x+8=0$  D.  $2x^2-9x+8=0$

24. (2015•哈尔滨) 今年我市计划扩大城区绿地面积, 现有一块长方形绿地, 它的短边长为  $60\text{m}$ , 若将短边增大到与长边相等 (长边不变), 使扩大后的绿地的形状是正方形, 则扩大后的绿地面积比原来增加  $1600\text{m}^2$ . 设扩大后的正方形绿地边长为  $x\text{m}$ , 下面所列方程正确的是 ( )

A.  $x(x-60)=1600$  B.  $x(x+60)=1600$  C.  $60(x+60)=1600$  D.  $60(x-60)=1600$

25. (2015•日照) 某县大力推进义务教育均衡发展, 加强学校标准化建设, 计划用三年时间对全县学校的设施和设备进行全面改造, 2014 年县政府已投资 5 亿元人民币, 若每年投资的增长率相同, 预计 2016 年投资 7.2 亿元人民币, 那么每年投资的增长率为 ( )

A. 20% B. 40% C. -220% D. 30%

26. (2014•菏泽) 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+ax+b=0$  有一个非零根  $-b$ , 则  $a-b$  的值为 ( )

A. 1 B. -1 C. 0 D. -2

## 2015 中考数学真题分类汇编：09 一元二次方程及其应用(1)

参考答案与试题解析

### 一. 选择题 (共 26 小题)

1. (2015•随州) 用配方法解一元二次方程  $x^2-6x-4=0$ , 下列变形正确的是 ( )

A.  $(x-6)^2=-4+36$  B.  $(x-6)^2=4+36$  C.  $(x-3)^2=-4+9$  D.  $(x-3)^2=4+9$

考点: 解一元二次方程-配方法.

分析: 根据配方法, 可得方程的解.

解答: 解:  $x^2-6x-4=0$ ,

移项, 得  $x^2-6x=4$ ,

配方, 得  $(x-3)^2=4+9$ .

故选: D.

点评: 本题考查了解一元一次方程, 利用配方法解一元一次方程: 移项、二次项系数化为 1, 配方, 开方.

2. (2015•安顺) 三角形两边的长是 3 和 4, 第三边的长是方程  $x^2-12x+35=0$  的根, 则该三角形的周长为 ( )

A . 14 B . 12 C . 12 或 14 D . 以上都不对

考点： 解一元二次方程-因式分解法；三角形三边关系 .

分析： 易得方程的两根，那么根据三角形的三边关系，排除不合题意的边，进而求得三角形周长即可 .

解答： 解：解方程  $x^2 - 12x + 35 = 0$  得： $x = 5$  或  $x = 7$  .

当  $x = 7$  时， $3 + 4 = 7$ ，不能组成三角形；

当  $x = 5$  时， $3 + 4 > 5$ ，三边能够组成三角形 .

$\therefore$  该三角形的周长为  $3 + 4 + 5 = 12$ ，故选 B .

点评： 本题主要考查三角形三边关系，注意在求周长时一定要先判断是否能构成三角形 .

3 . (2015•广安) 一个等腰三角形的两条边长分别是方程  $x^2 - 7x + 10 = 0$  的两根，则该等腰三角形的周长是 ( )

A . 12 B . 9 C . 13 D . 12 或 9

考点： 解一元二次方程-因式分解法；三角形三边关系；等腰三角形的性质 .

分析： 求出方程的解，即可得出三角形的边长，再求出即可 .

解答： 解： $x^2 - 7x + 10 = 0$ ，

$$(x - 2)(x - 5) = 0,$$

$$x - 2 = 0, x - 5 = 0,$$

$$x_1 = 2, x_2 = 5,$$

① 等腰三角形的三边是 2, 2, 5

$$\because 2 + 2 < 5,$$

$\therefore$  不符合三角形三边关系定理，此时不符合题意；

② 等腰三角形的三边是 2, 5, 5，此时符合三角形三边关系定理，三角形的周长是  $2 + 5 + 5 = 12$ ；

即等腰三角形的周长是 12 .

故选：A .

点评： 本题考查了等腰三角形性质、解一元二次方程、三角形三边关系定理的应用等知识，关键是求出三角形的三边长 .

4 . (2015•广州) 已知 2 是关于  $x$  的方程  $x^2 - 2mx + 3m = 0$  的一个根，并且这个方程的两个根恰好是等腰三角形  $ABC$  的两条边长，则三角形  $ABC$  的周长为 ( )

A . 10 B . 14 C . 10 或 14 D . 8 或 10

考点： 解一元二次方程-因式分解法；一元二次方程的解；三角形三边关系；等腰三角形的性质 .

分析： 先将  $x = 2$  代入  $x^2 - 2mx + 3m = 0$ ，求出  $m = 4$ ，则方程即为  $x^2 - 8x + 12 = 0$ ，利用因式分解法求出方程的根  $x_1 = 2, x_2 = 6$ ，分两种情况：①当 6 是腰时，2 是等边；②当 6 是底边时，2 是腰进行讨论 . 注意两种情况都要用三角形三边关系定理进行检验 .

解答： 解： $\because 2$  是关于  $x$  的方程  $x^2 - 2mx + 3m = 0$  的一个根，

$$\therefore 2^2 - 4m + 3m = 0, m = 4,$$

$$\therefore x^2 - 8x + 12 = 0,$$

解得  $x_1 = 2, x_2 = 6$  .

① 当 6 是腰时，2 是等边，此时周长  $= 6 + 6 + 2 = 14$ ；

② 当 6 是底边时，2 是腰， $2 + 2 < 6$ ，不能构成三角形 .

所以它的周长是 14 .

故选 B .

点评： 此题主要考查了一元二次方程的解，解一元二次方程 - 因式分解法，三角形三边关系定理以及等腰三角形的性质，注意求出三角形的三边后，要用三边关系定理检验。

5. (2015•烟台) 如果  $x^2 - x - 1 = (x+1)^0$ ，那么  $x$  的值为 ( )

A. 2 或 -1 B. 0 或 1 C. 2 D. -1

考点： 解一元二次方程-因式分解法；零指数幂。

分析： 首先利用零指数幂的性质整理一元二次方程，进而利用因式分解法解方程得出即可。

解答： 解： $\because x^2 - x - 1 = (x+1)^0$ ，

$\therefore x^2 - x - 1 = 1$ ，

即  $(x-2)(x+1) = 0$ ，

解得： $x_1=2$ ， $x_2=-1$ ，

当  $x=-1$  时， $x+1=0$ ，故  $x \neq -1$ ，

故选：C。

点评： 此题主要考查了因式分解法解一元二次方程以及零指数幂的性质，注意  $x+1 \neq 0$  是解题关键。

6. (2015•山西) 我们解一元二次方程  $3x^2 - 6x = 0$  时，可以运用因式分解法，将此方程化为  $3x(x-2) = 0$ ，从而得到两个一元一次方程： $3x=0$  或  $x-2=0$ ，进而得到原方程的解为  $x_1=0$ ， $x_2=2$ 。这种解法体现的数学思想是 ( )

A. 转化思想 B. 函数思想 C. 数形结合思想 D. 公理化思想

考点： 解一元二次方程-因式分解法。

专题： 计算题。

分析： 上述解题过程利用了转化的数学思想。

解答： 解：我们解一元二次方程  $3x^2 - 6x = 0$  时，可以运用因式分解法，将此方程化为  $3x(x-2) = 0$ ，

从而得到两个一元一次方程： $3x=0$  或  $x-2=0$ ，

进而得到原方程的解为  $x_1=0$ ， $x_2=2$ 。

这种解法体现的数学思想是转化思想，

故选 A。

点评： 此题考查了解一元二次方程 - 因式分解法，熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键。

7. (2015•贵港) 若关于  $x$  的一元二次方程  $(a-1)x^2 - 2x + 2 = 0$  有实数根，则整数  $a$  的最大值为 ( )

A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

考点： 根的判别式；一元二次方程的定义。

分析： 由关于  $x$  的一元二次方程  $(a-1)x^2 - 2x + 2 = 0$  有实数根，则  $a-1 \neq 0$ ，且  $\Delta \geq 0$ ，即  $\Delta = (-2)^2 - 8(a-1) = 12 - 8a \geq 0$ ，解不等式得到  $a$  的取值范围，最后确定  $a$  的最大整数值。

解答： 解： $\because$  关于  $x$  的一元二次方程  $(a-1)x^2 - 2x + 2 = 0$  有实数根，

$\therefore \Delta = (-2)^2 - 8(a-1) = 12 - 8a \geq 0$  且  $a-1 \neq 0$ ，

$\therefore a \leq \frac{3}{2}$  且  $a \neq 1$ ，

$\therefore$  整数  $a$  的最大值为 0。

故选：B。

点评： 本题考查了一元二次方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ,  $a, b, c$  为常数) 根的判别式  $\Delta = b^2 - 4ac$ . 当  $\Delta > 0$ , 方程有两个不相等的实数根; 当  $\Delta = 0$ , 方程有两个相等的实数根; 当  $\Delta < 0$ , 方程没有实数根. 也考查了一元二次方程的定义和不等式的特殊解.

8. (2015•河北) 若关于  $x$  的方程  $x^2+2x+a=0$  不存在实数根, 则  $a$  的取值范围是 ( )

A.  $a < 1$     B.  $a > 1$     C.  $a \leq 1$     D.  $a \geq 1$

考点： 根的判别式.

分析： 根据根的判别式得出  $b^2 - 4ac < 0$ , 代入求出不等式的解集即可得到答案.

解答： 解： $\because$ 关于  $x$  的方程  $x^2+2x+a=0$  不存在实数根，

$$\therefore b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 1 \times a < 0,$$

解得： $a > 1$ .

故选 B.

点评： 此题主要考查了一元二次方程根的情况与判别式，关键是掌握一元二次方程根的情况与判别式  $\Delta$  的关系：

(1)  $\Delta > 0 \Leftrightarrow$  方程有两个不相等的实数根；

(2)  $\Delta = 0 \Leftrightarrow$  方程有两个相等的实数根；

(3)  $\Delta < 0 \Leftrightarrow$  方程没有实数根.

9. (2015•张家界) 若关于  $x$  的一元二次方程  $kx^2 - 4x + 3 = 0$  有实数根, 则  $k$  的非负整数值是 ( )

A. 1    B. 0, 1    C. 1, 2    D. 1, 2, 3

考点： 根的判别式；一元二次方程的定义.

分析： 根据方程有实数根, 得到根的判别式的值大于等于 0 列出关于  $k$  的不等式, 求出不等式的解集得到  $k$  的范围, 即可确定出  $k$  的非负整数值.

解答： 解：根据题意得： $\Delta = 16 - 12k \geq 0$ , 且  $k \neq 0$ ,

$$\text{解得：} k \leq \frac{4}{3},$$

则  $k$  的非负整数值为 1.

故选：A.

点评： 本题考查了一元二次方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ,  $a, b, c$  为常数) 的根的判别式  $\Delta = b^2 - 4ac$ . 当  $\Delta > 0$ , 方程有两个不相等的实数根; 当  $\Delta = 0$ , 方程有两个相等的实数根; 当  $\Delta < 0$ , 方程没有实数根.

10. (2015•达州) 方程  $(m-2)x^2 - \sqrt{3-m}x + \frac{1}{4} = 0$  有两个实数根, 则  $m$  的取值范围 ( )

A.  $m > \frac{5}{2}$     B.  $m \leq \frac{5}{2}$  且  $m \neq 2$     C.  $m \geq 3$     D.  $m \leq 3$  且  $m \neq 2$

考点： 根的判别式；一元二次方程的定义.

专题： 计算题.

分析： 根据一元二次方程的定义、二次根式有意义的条件和判别式的意义得到

$$\begin{cases} m-2 \neq 0 \\ 3-m \geq 0 \\ \Delta = (-\sqrt{3-m})^2 - 4(m-2) \times \frac{1}{4} \geq 0 \end{cases}, \text{ 然后解不等式组即可.}$$

解答：解：根据题意得 
$$\begin{cases} m-2 \neq 0 \\ 3-m \geq 0 \\ \Delta = (-\sqrt{3-m})^2 - 4(m-2) \times \frac{1}{4} \geq 0 \end{cases},$$

解得  $m \leq \frac{5}{2}$  且  $m \neq 2$ .

故选 B.

点评： 本题考查了根的判别式：一元二次方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) 的根与  $\Delta=b^2-4ac$  有如下关系：当  $\Delta > 0$  时，方程有两个不相等的两个实数根；当  $\Delta=0$  时，方程有两个相等的两个实数根；当  $\Delta < 0$  时，方程无实数根.

11. (2015•攀枝花) 关于  $x$  的一元二次方程  $(m-2)x^2+(2m+1)x+m-2=0$  有两个不相等的正实数根，则  $m$  的取值范围是 ( )

A.  $m > \frac{3}{4}$     B.  $m > \frac{3}{4}$  且  $m \neq 2$     C.  $-\frac{1}{2} < m < 2$     D.  $\frac{3}{4} < m < 2$

考点： 根的判别式；一元二次方程的定义.

专题： 计算题.

分析： 根据一元二次方程的定义和根的判别式的意义得到  $m-2 \neq 0$  且  $\Delta = (2m+1)^2 - 4(m-2)(m-2) > 0$ ，解得  $m > \frac{3}{4}$  且  $m \neq 2$ ，再利用根与系数的关系得到  $-\frac{2m+1}{m-2} >$

0，则  $m-2 < 0$  时，方程有正实数根，于是可得到  $m$  的取值范围为  $\frac{3}{4} < m < 2$ .

解答： 解：根据题意得  $m-2 \neq 0$  且  $\Delta = (2m+1)^2 - 4(m-2)(m-2) > 0$ ，

解得  $m > \frac{3}{4}$  且  $m \neq 2$ ，

设方程的两根为  $a$ 、 $b$ ，则  $a+b = -\frac{2m+1}{m-2} > 0$ ， $ab = \frac{m-2}{m-2} = 1 > 0$ ，

而  $2m+1 > 0$ ，

$\therefore m-2 < 0$ ，即  $m < 2$ ，

$\therefore m$  的取值范围为  $\frac{3}{4} < m < 2$ .

故选 D.

点评： 本题考查了根的判别式：一元二次方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) 的根与  $\Delta=b^2-4ac$  有如下关系：当  $\Delta > 0$  时，方程有两个不相等的两个实数根；当  $\Delta=0$  时，方程有两个相等的两个实数根；当  $\Delta < 0$  时，方程无实数根. 也考查了根与系数的关系.

12. (2015•安顺) 若一元二次方程  $x^2-2x-m=0$  无实数根，则一次函数  $y=(m+1)x+m-1$  的图象不经过第 ( ) 象限.

A. 四    B. 三    C. 二    D. 一

考点： 根的判别式；一次函数图象与系数的关系.

分析： 根据判别式的意义得到  $\Delta = (-2)^2 + 4m < 0$ ，解得  $m < -1$ ，然后根据一次函数的性质可得到一次函数  $y=(m+1)x+m-1$  图象经过的象限.

解答： 解： $\because$  一元二次方程  $x^2-2x-m=0$  无实数根，

$\therefore \Delta < 0$ ，

$\therefore \Delta = 4 - 4(-m) = 4 + 4m < 0$ ，

$$\therefore m < -1,$$

$$\therefore m+1 < 1-1, \text{ 即 } m+1 < 0,$$

$$m-1 < -1-1, \text{ 即 } m-1 < -2,$$

$\therefore$ 一次函数  $y = (m+1)x + m - 1$  的图象不经过第一象限，  
故选  $D$ 。

点评： 本题考查了一元二次方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) 的根的判别式  $\Delta = b^2 - 4ac$ ：当  $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；当  $\Delta = 0$ ，方程有两个相等的实数根；当  $\Delta < 0$ ，方程没有实数根。也考查了一次函数图象与系数的关系。

13. (2015•株洲) 有两个一元二次方程  $M: ax^2+bx+c=0$ ； $N: cx^2+bx+a=0$ ，其中  $a \cdot c \neq 0$ ， $a \neq c$ 。下列四个结论中，错误的是 ( )

A. 如果方程  $M$  有两个相等的实数根，那么方程  $N$  也有两个相等的实数根

B. 如果方程  $M$  的两根符号相同，那么方程  $N$  的两根符号也相同

C. 如果 5 是方程  $M$  的一个根，那么  $\frac{1}{5}$  是方程  $N$  的一个根

D. 如果方程  $M$  和方程  $N$  有一个相同的根，那么这个根必是  $x=1$

考点： 根的判别式；一元二次方程的解；根与系数的关系。

分析： 利用根的判别式判断  $A$ ；利用根与系数的关系判断  $B$ ；利用一元二次方程的解的定义判断  $C$  与  $D$ 。

解答： 解： $A$ 、如果方程  $M$  有两个相等的实数根，那么  $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ ，所以方程  $N$  也有两个相等的实数根，结论正确，不符合题意；

$B$ 、如果方程  $M$  的两根符号相同，那么方程  $N$  的两根符号也相同，那么  $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ ， $\frac{c}{a} > 0$ ，所以  $a$  与  $c$  符号相同， $\frac{a}{c} > 0$ ，所以方程  $N$  的两根符号也相同，结论正确，不符合题意；

$C$ 、如果 5 是方程  $M$  的一个根，那么  $25a+5b+c=0$ ，两边同时除以 25，得  $\frac{1}{25}c + \frac{1}{5}b + a = 0$ ，

所以  $\frac{1}{5}$  是方程  $N$  的一个根，结论正确，不符合题意；

$D$ 、如果方程  $M$  和方程  $N$  有一个相同的根，那么  $ax^2+bx+c=cx^2+bx+a$ ， $(a-c)x^2=a-c$ ，由  $a \neq c$ ，得  $x^2=1$ ， $x=\pm 1$ ，结论错误，符合题意；

故选  $D$ 。

点评： 本题考查了一元二次方程根的情况与判别式  $\Delta$  的关系： $\Delta > 0 \Leftrightarrow$  方程有两个不相等的实数根； $\Delta = 0 \Leftrightarrow$  方程有两个相等的实数根； $\Delta < 0 \Leftrightarrow$  方程没有实数根。也考查了根与系数的关系，一元二次方程的解的定义。

14. (2015•烟台) 等腰直角三角形边长分别为  $a, b, 2$ ，且  $a, b$  是关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 6x + n - 1 = 0$  的两根，则  $n$  的值为

( )

A. 9 B. 10 C. 9 或 10 D. 8 或 10

考点： 根的判别式；一元二次方程的解；等腰直角三角形。

分析： 由三角形是等腰直角三角形，得到①  $a=2$ ，或  $b=2$ ，②  $a=b$  ① 当  $a=2$ ，或  $b=2$  时，得到方程的根  $x=2$ ，把  $x=2$  代入  $x^2 - 6x + n - 1 = 0$  即可得到结果；② 当  $a=b$  时，方程  $x^2 - 6x + n - 1 = 0$  有两个相等的实数根，由  $\Delta = (-6)^2 - 4(n-1) = 0$  可的结果。

解答： 解： $\because$  三角形是等腰直角三角形，

$\therefore$  ①  $a=2$ ，或  $b=2$ ，②  $a=b$  两种情况，

① 当  $a=2$ ，或  $b=2$  时，

$\because a, b$  是关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 6x + n - 1 = 0$  的两根，

$\therefore x=2$ ，

把  $x=2$  代入  $x^2 - 6x + n - 1 = 0$  得， $2^2 - 6 \times 2 + n - 1 = 0$ ，

解得： $n=9$ ，

当  $n=9$ ，方程的两根是 2 和 4，而 2，4，2 不能组成三角形，

故  $n=9$  不合题意，

② 当  $a=b$  时，方程  $x^2 - 6x + n - 1 = 0$  有两个相等的实数根，

$\therefore \Delta = (-6)^2 - 4(n-1) = 0$

解得： $n=10$ ，

故选 B。

点评： 本题考查了等腰直角三角形的性质，一元二次方程的根，一元二次方程根的判别式，注意分类讨论思想的应用。

15. (2015•南充) 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 2mx + 2n = 0$  有两个整数根且乘积为正，关于  $y$  的一元二次方程  $y^2 + 2ny + 2m = 0$  同样也有两个整数根且乘积为正，给出三个结论：① 这两个方程的根都负根；②  $(m-1)^2 + (n-1)^2 \geq 2$ ；③  $-1 \leq 2m - 2n \leq 1$ ，其中正确结论的个数是 ( )

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

考点： 根与系数的关系；根的判别式。

专题： 计算题。

分析： ① 根据题意，以及根与系数的关系，可知两个整数根都是负数；② 根据根的判别式，以及题意可以得出  $m^2 - 2n \geq 0$  以及  $n^2 - 2m \geq 0$ ，进而得解；③ 可以采用举例反证的方法解决，据此即可得解。

解答： 解：① 两个整数根且乘积为正，两个根同号，由韦达定理有， $x_1 \bullet x_2 = 2n >$

$0$ ， $y_1 \bullet y_2 = 2m > 0$ ，

$y_1 + y_2 = -2n < 0$ ，

$x_1 + x_2 = -2m < 0$ ，

这两个方程的根都为负根，① 正确；

② 由根判别式有：

$\Delta = b^2 - 4ac = 4m^2 - 8n \geq 0$ ， $\Delta = b^2 - 4ac = 4n^2 - 8m \geq 0$ ，

$4m^2 - 8n = m^2 - 2n \geq 0$ ， $4n^2 - 8m = n^2 - 2m \geq 0$ ，

$m^2 - 2m + 1 + n^2 - 2n + 1 = m^2 - 2n + n^2 - 2m + 2 \geq 2$ ，

$(m-1)^2 + (n-1)^2 \geq 2$ ，② 正确；

③  $\because y_1 + y_2 = -2n$ ， $y_1 \bullet y_2 = 2m$ ，

$\therefore 2m - 2n = y_1 + y_2 + y_1 \bullet y_2$ ，

$\because y_1$  与  $y_2$  都是负整数，

不妨令  $y_1 = -3$ ， $y_2 = -5$ ，

则： $2m - 2n = -8 + 15 = 7$ ，不在  $-1$  与  $1$  之间，③ 错误，

其中正确的结论的个数是 2，

故选 C。

点评： 本题主要考查了根与系数的关系，以及一元二次方程的根的判别式，还考查了举例反证法，有一定的难度，注意总结。

16. (2015•广西) 已知实数  $x_1, x_2$  满足  $x_1 + x_2 = 7$ ， $x_1 x_2 = 12$ ，则以  $x_1, x_2$  为根的一元二次方程是 ( )

A.  $x^2 - 7x + 12 = 0$  B.  $x^2 + 7x + 12 = 0$  C.  $x^2 + 7x - 12 = 0$  D.  $x^2 - 7x - 12 = 0$

考点：根与系数的关系。

分析：根据以  $x_1, x_2$  为根的一元二次方程是  $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$ ，列出方程进行判断即可。

解答：解：以  $x_1, x_2$  为根的一元二次方程  $x^2 - 7x + 12 = 0$ ，

故选：A。

点评：本题考查的是一元二次方程根与系数的关系，掌握以  $x_1, x_2$  为根的一元二次方程是  $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$  是具体点关键。

17. (2015•怀化) 设  $x_1, x_2$  是方程  $x^2 + 5x - 3 = 0$  的两个根，则  $x_1^2 + x_2^2$  的值是 ( )

A. 19 B. 25 C. 31 D. 30

考点：根与系数的关系。

分析：根据一元二次方程的根与系数的关系，即可求得  $x_1$  与  $x_2$  的和与积，所求的代数式可以用两根的和与积表示出来，即可求解。

解答：解： $\because x_1, x_2$  是方程  $x^2 + 5x - 3 = 0$  的两个根，

$$\therefore x_1 + x_2 = -5, x_1x_2 = -3,$$

$$\therefore x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 25 + 6 = 31.$$

故选：C。

点评：此题主要考查了根与系数的关系，将根与系数的关系与代数式变形相结合解题是一种经常使用的解题方法。

18. (2015•酒泉) 今年来某县加大了对教育经费的投入，2013 年投入 2500 万元，2015 年投入 3500 万元。假设该县投入教育经费的年平均增长率为  $x$ ，根据题意列方程，则下列方程正确的是 ( )

A.  $2500x^2 = 3500$  B.  $2500(1+x)^2 = 3500$

C.  $2500(1+x\%)^2 = 3500$  D.  $2500(1+x) + 2500(1+x)^2 = 3500$

考点：由实际问题抽象出一元二次方程。

专题：增长率问题。

分析：根据 2013 年教育经费额  $\times (1 + \text{平均年增长率})^2 = 2015$  年教育经费支出额，列出方程即可。

解答：解：设增长率为  $x$ ，根据题意得  $2500 \times (1+x)^2 = 3500$ ，

故选 B。

点评：本题考查一元二次方程的应用——求平均变化率的方法。若设变化前的量为  $a$ ，变化后的量为  $b$ ，平均变化率为  $x$ ，则经过两次变化后的数量关系为  $a(1 \pm x)^2 = b$ 。

(当增长时中间的“ $\pm$ ”号选“+”，当下降时中间的“ $\pm$ ”号选“-”)。

19. (2015•衡阳) 绿苑小区在规划设计时，准备在两幢楼房之间，设置一块面积为 900 平方米的矩形绿地，并且长比宽多 10 米。设绿地的宽为  $x$  米，根据题意，可列方程为 ( )

A.  $x(x-10) = 900$  B.  $x(x+10) = 900$  C.  $10(x+10) = 900$  D.  $2[x + (x+10)] = 900$

考点：由实际问题抽象出一元二次方程。

专题：几何图形问题。

分析：首先用  $x$  表示出矩形的长，然后根据矩形面积 = 长  $\times$  宽列出方程即可。

解答：解：设绿地的宽为  $x$ ，则长为  $10+x$ ；

根据长方形的面积公式可得： $x(x+10) = 900$ 。

故选 B。

点评： 本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，找到关键描述语，记住长方形面积=长×宽是解决本题的关键，此题难度不大。

20. (2015•兰州) 股票每天的涨、跌幅均不能超过 10%，即当涨了原价的 10%后，便不能再涨，叫做涨停；当跌了原价的 10%后，便不能再跌，叫做跌停。已知一只股票某天跌停，之后两天时间又涨回到原价。若这两天此股票股价的平均增长率为  $x$ ，则  $x$  满足的方程是 ( )

A.  $(1+x)^2 = \frac{11}{10}$  B.  $(1+x)^2 = \frac{10}{9}$  C.  $1+2x = \frac{11}{10}$  D.  $1+2x = \frac{10}{9}$

考点： 由实际问题抽象出一元二次方程。

专题： 增长率问题。

分析： 股票一次跌停就跌到原来价格的 90%，再从 90%的基础上涨到原来的价格，且涨幅只能  $\leq 10\%$ ，所以至少要经过两天的上涨才可以。设平均每天涨  $x$ ，每天相对于前一天就上涨到  $1+x$ 。

解答： 解：设平均每天涨  $x$ 。

则  $90\% (1+x)^2 = 1$ ，

即  $(1+x)^2 = \frac{10}{9}$ ，

故选 B。

点评： 此题考查增长率的定义及由实际问题抽象出一元二次方程的知识，这道题的关键在于理解：价格上涨  $x\%$ 后是原来价格的  $(1+x)$  倍。

21. (2015•益阳) 沅江市近年来大力发展芦笋产业，某芦笋生产企业在两年内的销售额从 20 万元增加到 80 万元。设这两年的销售额的年平均增长率为  $x$ ，根据题意可列方程为 ( )

A.  $20(1+2x) = 80$  B.  $2 \times 20(1+x) = 80$  C.  $20(1+x^2) = 80$  D.  $20(1+x)^2 = 80$

考点： 由实际问题抽象出一元二次方程。

专题： 增长率问题。

分析： 根据第一年的销售额  $\times (1 + \text{平均年增长率})^2 = \text{第三年的销售额}$ ，列出方程即可。

解答： 解：设增长率为  $x$ ，根据题意得  $20(1+x)^2 = 80$ ，

故选 D。

点评： 本题考查一元二次方程的应用——求平均变化率的方法。若设变化前的量为  $a$ ，变化后的量为  $b$ ，平均变化率为  $x$ ，则经过两次变化后的数量关系为  $a(1 \pm x)^2 = b$ 。

(当增长时中间的“ $\pm$ ”号选“+”，当下降时中间的“ $\pm$ ”号选“-”)。

22. (2015•巴中) 某种品牌运动服经过两次降价，每件零售价格由 560 元降为 315 元，已知两次降价的百分率相同，求每次降价的百分率。设每次降价的百分率为  $x$ ，下面所列的方程中正确的是 ( )

A.  $560(1+x)^2 = 315$  B.  $560(1-x)^2 = 315$  C.  $560(1-2x)^2 = 315$  D.  $560(1-x^2) = 315$

考点： 由实际问题抽象出一元二次方程。

专题： 增长率问题。

分析： 设每次降价的百分率为  $x$ ，根据降价后的价格=降价前的价格  $(1 - \text{降价的百分率})$ ，则第一次降价后的价格是  $560(1-x)$ ，第二次后的价格是  $560(1-x)^2$ ，据此即可列方程求解。

解答： 解：设每次降价的百分率为  $x$ ，由题意得：

$560(1-x)^2 = 315$ ，

故选：B．

点评： 此题主要考查了一元二次方程的应用，关键是根据题意找到等式两边的平衡条件，这种价格问题主要解决价格变化前后的平衡关系，列出方程即可．

23．（2015•宁夏）如图，某小区有一块长为18米，宽为6米的矩形空地，计划在其中修建两块相同的矩形绿地，它们的面积之和为60米<sup>2</sup>，两块绿地之间及周边留有宽度相等的人行通道．若设人行道的宽度为x米，则可以列出关于x的方程是（　　）



A． $x^2+9x-8=0$  B． $x^2-9x-8=0$  C． $x^2-9x+8=0$  D． $2x^2-9x+8=0$

考点： 由实际问题抽象出一元二次方程．

专题： 几何图形问题．

分析： 设人行道的宽度为x米，根据矩形绿地的面积之和为60米<sup>2</sup>，列出一元二次方程．

解答： 解：设人行道的宽度为x米，根据题意得，

$$(18-3x)(6-2x)=60,$$

化简整理得， $x^2-9x+8=0$ ．

故选C．

点评： 本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，利用两块相同的矩形绿地面积之和为60米<sup>2</sup>得出等式是解题关键．

24．（2015•哈尔滨）今年我市计划扩大城区绿地面积，现有一块长方形绿地，它的短边长为60m，若将短边增大到与长边相等（长边不变），使扩大后的绿地的形状是正方形，则扩大后的绿地面积比原来增加1600m<sup>2</sup>．设扩大后的正方形绿地边长为xm，下面所列方程正确的是（　　）

A． $x(x-60)=1600$  B． $x(x+60)=1600$  C． $60(x+60)=1600$  D． $60(x-60)=1600$

考点： 由实际问题抽象出一元二次方程．

专题： 几何图形问题．

分析： 设扩大后的正方形绿地边长为xm，根据“扩大后的绿地面积比原来增加1600m<sup>2</sup>”建立方程即可．

解答： 解：设扩大后的正方形绿地边长为xm，根据题意得

$$x^2-60x=1600, \text{ 即 } x(x-60)=1600.$$

故选A．

点评： 本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，解题的关键是弄清题意，并找到等量关系．

25．（2015•日照）某县大力推进义务教育均衡发展，加强学校标准化建设，计划用三年时间对全县学校的设施和设备进行全面改造，2014年县政府已投资5亿元人民币，若每年投资的增长率相同，预计2016年投资7.2亿元人民币，那么每年投资的增长率为（　　）

A．20% B．40% C．-220% D．30%

考点： 一元二次方程的应用．

专题： 增长率问题．

分析： 首先设每年投资的增长率为 $x$ ．根据 2014 年县政府已投资 5 亿元人民币，若每年投资的增长率相同，预计 2016 年投资 7.2 亿元人民币，列方程求解．

解答： 解：设每年投资的增长率为 $x$ ，

根据题意，得： $5(1+x)^2=7.2$ ，

解得： $x_1=0.2=20\%$ ， $x_2=-2.2$ （舍去），

故每年投资的增长率为为 20%．

故选：A．

点评： 此题主要考查了一元二次方程的实际应用，解题的关键是掌握增长率问题中的一般公式为 $a(1+x)^n$ ，其中 $n$ 为共增长了几年， $a$ 为第一年的原始数据， $x$ 是增长率．

26．（2014•菏泽）已知关于 $x$ 的一元二次方程 $x^2+ax+b=0$ 有一个非零根 $-b$ ，则 $a-b$ 的值为（　　）

A．1 B．-1 C．0 D．-2

考点： 一元二次方程的解．

分析： 由于关于 $x$ 的一元二次方程 $x^2+ax+b=0$ 有一个非零根 $-b$ ，那么代入方程中即可得到 $b^2-ab+b=0$ ，再将方程两边同时除以 $b$ 即可求解．

解答： 解： $\because$ 关于 $x$ 的一元二次方程 $x^2+ax+b=0$ 有一个非零根 $-b$ ，

$\therefore b^2-ab+b=0$ ，

$\because -b \neq 0$ ，

$\therefore b \neq 0$ ，

方程两边同时除以 $b$ ，得 $b-a+1=0$ ，

$\therefore a-b=1$ ．

故选：A．

点评： 此题主要考查了一元二次方程的解，解题的关键是把已知方程的根直接代入方程进而解决问题．