

云南省曲靖市 2013 年中考数学试卷

一、选择题 (共 8 个小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. (3 分) (2013·曲靖) 某地某天的最高气温是 8°C , 最低气温是 -2°C , 则该地这一天的温差是 ()

- A. -10°C B. -6°C C. 6°C D. 10°C

考 有理数的减法.

点 :

分 用最高温度减去最低温度, 然后根据有理数的减法运算法则, 减去一个数等于加上

析 : 这个数的相反数进行计算即可得解.

解 解: $8 - (-2) = 8 + 2 = 10^{\circ}\text{C}$.

答 : 故选 D.

点 本题考查了有理数的减法运算法则, 熟记减去一个数等于加上这个数的相反数是解

评 : 题的关键.

2. (3 分) (2013·曲靖) 下列等式成立的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^5 = a^{10}$ B. $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ C. $(-a^3)^6 = a^{18}$ D. $\sqrt{a^2} = a$

考 二次根式的性质与化简; 同底数幂的乘法; 幂的乘方与积的乘方.

点 :

分 利用同底数的幂的乘法法则以及幂的乘方、算术平方根定义即可作出判断.

析 :

解 解: A、 $a^2 \cdot a^5 = a^7$, 故选项错误;

答 : B、当 $a=b=1$ 时, $\sqrt{1+1} \neq \sqrt{1} + \sqrt{1}$, 故选项错误;

C、正确;

D、当 $a < 0$ 时, $\sqrt{a^2} = -a$, 故选项错误.

故选 C.

点 本题考查了同底数的幂的乘法法则以及幂的乘方、算术平方根定义, 理解算术平方

评 : 根的定义是关键.

3. (3 分) (2013·曲靖) 如图是某几何体的三视图, 则该几何体的侧面展开图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

考 由三视图判断几何体；几何体的展开图

点：

分 由三视图可以看出，此几何体是一个圆柱，指出圆柱的侧面展开图即可．

析：

解 解：根据几何体的三视图可以得到该几何体是圆柱，圆柱的侧面展开图是矩形，且

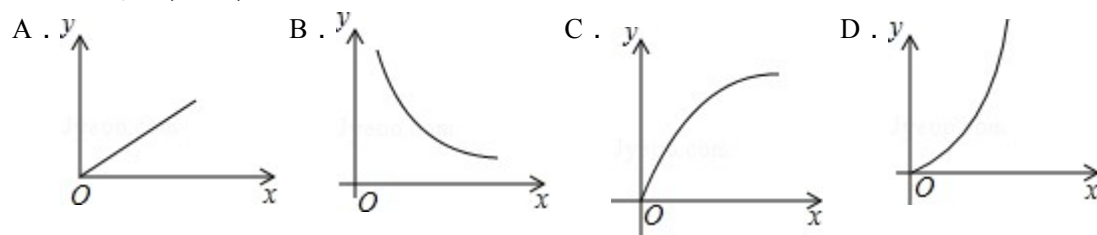
答：高度=主视图的高，宽度=俯视图的周长．

故选 A．

点 本题考查了由三视图判断几何体及几何体的侧面展开图的知识，重点考查由三视图

评：还原实物图的能力，及几何体的空间感知能力，是立体几何题中的基础题．

4．（3分）（2013•曲靖）某地资源总量 Q 一定，该地人均资源享有量 \bar{x} 与人口数 n 的函数关系图象是（ ）



考 反比例函数的应用；反比例函数的图象．

点：

分 根据题意有： $\bar{x} = \frac{Q}{n}$ ；故 y 与 x 之间的函数图象双曲线，且根据 \bar{x} ， n 的实际意义 \bar{x} ， n

析：应大于 0；其图象在第一象限．

解 解： \because 由题意，得 $Q = \bar{x}n$ ，

答： $\therefore \bar{x} = \frac{Q}{n}$ ，

$\because Q$ 为一定值，

$\therefore \bar{x}$ 是 n 的反比例函数，其图象为双曲线，

又： $\bar{x} > 0$ ， $n > 0$ ，

\therefore 图象在第一象限．

故选 B．

点 此题考查了反比例函数在实际生活中的应用，现实生活中存在大量成反比例函数的

评：两个变量，解答该类问题的关键是确定两个变量之间的函数关系，然后利用实际意义确定其所在的象限．

5．（3分）（2013•曲靖）在平面直角坐标系中，将点 $P(-2, 1)$ 向右平移 3 个单位长度，再向上平移 4 个单位长度得到点 P' 的坐标是（ ）

A．(2, 4)

B．(1, 5)

C．(1, -3)

D．(-5, 5)

考 坐标与图形变化-平移．

点：

分析：根据向右平移，横坐标加，向上平移纵坐标加求出点 P' 的坐标即可得解．

析：

解：解：∵点 P (-2, 0) 向右平移 3 个单位长度，

答：∴点 P' 的横坐标为 $-2+3=1$ ，

∴向上平移 4 个单位长度，

∴点 P' 的纵坐标为 $1+4=5$ ，

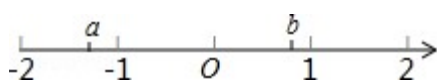
∴点 P' 的坐标为 (1, 5) ．

故选 B ．

点评：本题考查了坐标与图形变化 - 平移，熟记平移中点的变化规律是：横坐标右移加，

左移减；纵坐标上移加，下移减是解题的关键．

6. (3分) (2013•曲靖) 实数 a、b 在数轴上的位置如图所示，下列各式成立的是 ()



A. $\frac{a}{b} < 0$

B. $a - b > 0$

C. $ab > 0$

D. $a \div b > 0$

考点：实数与数轴．

析：

分析：根据数轴判断出 a、b 的取值范围，再根据有理数的乘除法，减法运算对各选项分析

析：判断后利用排除法求解．

解：由图可知， $-2 < a < -1$ ， $0 < b < 1$ ，

答：A、 $\frac{a}{b} < 0$ ，正确，故本选项正确；

B、 $a - b < 0$ ，故本选项错误；

C、 $ab < 0$ ，故本选项错误；

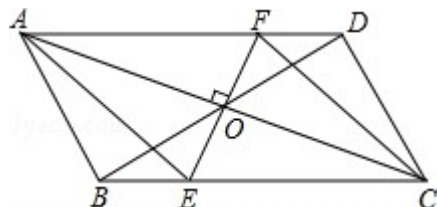
D、 $a \div b < 0$ ，故本选项错误．

故选 A ．

点评：本题考查了实数与数轴，有理数的乘除运算以及有理数的减法运算，判断出 a、b 的

取值范围是解题的关键．

7. (3分) (2013•曲靖) 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O，过点 O 作 $EF \perp AC$ 交 BC 于点 E，交 AD 于点 F，连接 AE、CF．则四边形 AECF 是 ()



A. 梯形

B. 矩形

C. 菱形

D. 正方形

考点：菱形的判定；平行四边形的性质．

析：

分 首先利用平行四边形的性质得出 $AO=CO$ ， $\angle AFO=\angle CEO$ ，进而得出

析： $\triangle AFO \cong \triangle CEO$ ，再利用平行四边形和菱形的判定得出即可．

解 解：四边形 $AECF$ 是菱形，

答：理由： \because 在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，

$\therefore AO=CO$ ， $\angle AFO=\angle CEO$ ，

\therefore 在 $\triangle AFO$ 和 $\triangle CEO$ 中

$$\begin{cases} \angle AFO = \angle CEO \\ \angle FOA = \angle EOC, \\ AO = CO \end{cases}$$

$\therefore \triangle AFO \cong \triangle CEO$ (AAS)，

$\therefore FO=EO$ ，

\therefore 四边形 $AECF$ 平行四边形，

$\therefore EF \perp AC$ ，

\therefore 平行四边形 $AECF$ 是菱形．

故选：C．

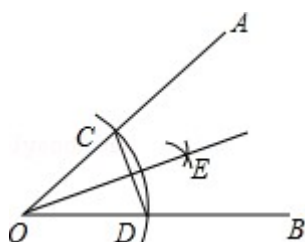
点 此题主要考查了菱形的判定以及平行四边形的判定与性质，根据已知得出 $EO=FO$ 是

评：解题关键．

8. (3分) (2013•曲靖) 如图，以 $\angle AOB$ 的顶点 O 为圆心，适当长为半径画弧，交 OA

于点 C ，交 OB 于点 D ．再分别以点 C 、 D 为圆心，大于 $\frac{1}{2}CD$ 的长为半径画弧，两弧在

$\angle AOB$ 内部交于点 E ，过点 E 作射线 OE ，连接 CD ．则下列说法错误的是 ()



A. 射线 OE 是 $\angle AOB$ 的平分线

B. $\triangle COD$ 是等腰三角形

C. C 、 D 两点关于 OE 所在直线对称

D. O 、 E 两点关于 CD 所在直线对称

考 作图—基本作图；全等三角形的判定与性质；角平分线的性质．

点：

分 连接 CE 、 DE ，根据作图得到 $OC=OD$ 、 $CE=DE$ ，利用 SSS 证得 $\triangle EOC \cong \triangle EOD$ 从而

析：证明得到射线 OE 平分 $\angle AOB$ ，判断 A 正确；

根据作图得到 $OC=OD$ ，判断 B 正确；

根据作图得到 $OC=OD$ ，由 A 得到射线 OE 平分 $\angle AOB$ ，根据等腰三角形三线合一的性质得到 OE 是 CD 的垂直平分线，判断 C 正确；

根据作图不能得出 CD 平分 OE ，判断 D 错误．

解 解：A、连接 CE 、 DE ，根据作图得到 $OC=OD$ 、 $CE=DE$ ．

答： \because 在 $\triangle EOC$ 与 $\triangle EOD$ 中，

$$\begin{cases} OC=OD \\ CE=DE, \\ OE=OE \end{cases}$$

$\therefore \triangle EOC \cong \triangle EOD$ (SSS) ,

$\therefore \angle AOE = \angle BOE$, 即射线 OE 是 $\angle AOB$ 的平分线, 正确, 不符合题意;

B、根据作图得到 $OC=OD$,

$\therefore \triangle COD$ 是等腰三角形, 正确, 不符合题意;

C、根据作图得到 $OC=OD$,

又 \because 射线 OE 平分 $\angle AOB$,

\therefore OE 是 CD 的垂直平分线,

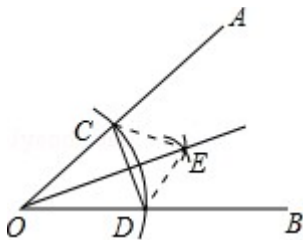
\therefore C、D 两点关于 OE 所在直线对称, 正确, 不符合题意;

D、根据作图不能得出 CD 平分 OE,

\therefore CD 不是 OE 的平分线,

\therefore O、E 两点关于 CD 所在直线不对称, 错误, 符合题意.

故选 D.



点评: 本题考查了作图 - 基本作图, 全等三角形的判定与性质, 角平分线的性质, 等腰三角形、轴对称的性质, 从作图语句中提取正确信息是解题的关键.

二、填空题 (共 8 个小题, 每小题 3 分, 共 24 分)。

9. (3分) (2013•曲靖) -2 的倒数是 $-\frac{1}{2}$.

考点: 倒数.

分析:

根据倒数定义可知, -2 的倒数是 $-\frac{1}{2}$.

解答:

解: -2 的倒数是 $-\frac{1}{2}$.

点评: 主要考查倒数的定义, 要求熟练掌握. 需要注意的是

倒数的性质: 负数的倒数还是负数, 正数的倒数是正数, 0 没有倒数.

倒数的定义: 若两个数的乘积是 1, 我们就称这两个数互为倒数.

10. (3分) (2013•曲靖) 若 $a=1.9 \times 10^5$, $b=9.1 \times 10^4$, 则 $a > b$ (填“<”或“>”).

考点: 有理数大小比较; 科学记数法—表示较大的数.

分析:

还原成原数, 再比较即可.

析：

解 解： $a=1.9\times 10^5=190000$ ， $b=9.1\times 10^4=91000$ ，

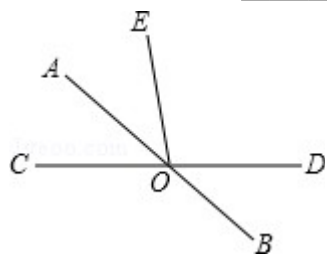
答： $\therefore 190000 > 91000$ ，

$\therefore a > b$ ，

故答案为： $>$ 。

点 本题考查了有理数的大小比较和科学记数法的应用，注意：科学记数法化成 $a\times 10^n$ 的
评：形式，其中 $1\leq a < 10$ ， n 是整数。

11. (3分) (2013•曲靖) 如图，直线 AB、CD 相交于点 O，若 $\angle BOD=40^\circ$ ，OA 平分 $\angle COE$ ，则 $\angle AOE=$ 40° 。



考 对顶角、邻补角；角平分线的定义。

点：

分 根据对顶角相等求出 $\angle AOC$ ，再根据角平分线的定义解答。

析：

解 解： $\because \angle BOD=40^\circ$ ，

答： $\therefore \angle AOC = \angle BOD = 40^\circ$ ，

\because OA 平分 $\angle COE$ ，

$\therefore \angle AOE = \angle AOC = 40^\circ$ 。

故答案为： 40° 。

点 本题考查了对顶角相等的性质，角平分线的定义，是基础题，熟记性质并准确识图

评：是解题的关键。

12. (3分) (2013•曲靖) 不等式 $\frac{1+2x}{3} > x-1$ 和 $x+3(x-1) < 1$ 的解集的公共部分是 $x < 1$ 。

考 解一元一次不等式组。

点：

分 先解两个不等式，再用口诀法求解集。

析：

解 解：解不等式 $\frac{1+2x}{3} > x-1$ ，得 $x < 4$ ，

解不等式 $x+3(x-1) < 1$ ，得 $x < 1$ ，

所以它们解集的公共部分是 $x < 1$ 。

故答案为 $x < 1$ 。

点 本题考查一元一次不等式组的解法，求一元一次不等式组解集的口诀：同大取大，

评：同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）。

13. (3分) (2013•曲靖) 若整数 x 满足 $|x| \leq 3$ ，则使 $\sqrt{7-x}$ 为整数的 x 的值是 -2 (只需填一个)。

考 二次根式的定义。

点：

分 先求出 x 的取值范围，再根据算术平方根的定义解答。

析：

解 解： $\because |x| \leq 3$ ，

答： $\therefore -3 \leq x \leq 3$ ，

\therefore 当 $x = -2$ 时， $\sqrt{7-x} = \sqrt{7-(-2)} = 3$ ，


$x = 3$ 时， $\sqrt{7-x} = \sqrt{7-3} = 2$ 。

故，使 $\sqrt{7-x}$ 为整数的 x 的值是 -2 或 3 (填写一个即可)。

故答案为：-2。

点 本题考查了二次根式的定义，熟记常见的平方数是解题的关键。

评：

14. (3分) (2013•曲靖) 一组“穿心箭”按如下规律排列，照此规律，画出 2013 支“穿心箭”是 。



考 规律型：图形的变化类。


点：


分 根据图象规律得出每 6 个数为一周期，用 2013 除以 6，根据余数来决定 2013 支“穿心

析：箭”的形状。

解 解：根据图象可得出“穿心箭”每 6 个一循环，

答： $2013 \div 6 = 335 \dots 3$ ，

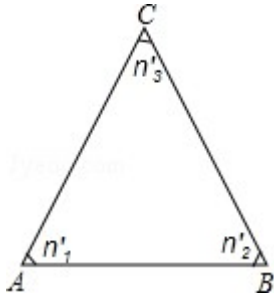
故 2013 支“穿心箭”与第 3 个图象相同是 。

故答案为：。

点 此题主要考查了图象的变化规律，根据已知得出图形变化规律是解题关键。

评：

15. (3分) (2013•曲靖) 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕其中一个顶点顺时针连续旋转 n'_1 、 n'_2 、 n'_3 所得到的三角形和 $\triangle ABC$ 的对称关系是关于旋转点成中心对称 .



考 旋转的性质 .

点 :

分 先根据三角形内角和为 180° 得出 $n'_1+n'_2+n'_3=180^\circ$, 再由旋转的定义可知, 将 $\triangle ABC$

析 绕其中一个顶点顺时针旋转 180° 所得到的三角形和 $\triangle ABC$ 关于这个点成中心对称 .

解 解: $\because n'_1+n'_2+n'_3=180^\circ$,

答 \therefore 将 $\triangle ABC$ 绕其中一个顶点顺时针连续旋转 n'_1 、 n'_2 、 n'_3 , 就是将 $\triangle ABC$ 绕其中一

个顶点顺时针旋转 180° ,

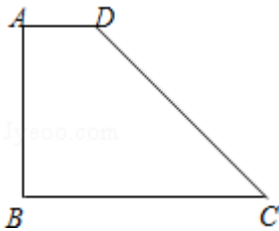
\therefore 所得到的三角形和 $\triangle ABC$ 关于这个点成中心对称 .

故答案为: 关于旋转点成中心对称 .

点 本题考查了三角形内角和定理, 旋转的定义与性质, 比较简单 . 正确理解顺时针连

评 续旋转 n'_1 、 n'_2 、 n'_3 , 就是顺时针旋转 180° 是解题的关键 .

16. (3分) (2013•曲靖) 如图, 在直角梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $\angle B=90^\circ$, $\angle C=45^\circ$, $AD=1$, $BC=4$, 则 $CD=3\sqrt{2}$.



考 直角梯形 .

点 :

分 过点 D 作 $DE \perp BC$ 于 E, 则易证四边形 ABED 是矩形, 所以 $AD=BE=1$, 进而求出

析 CE 的值, 再解直角三角形 DEC 即可求出 CD 的长 .

解 解: 过点 D 作 $DE \perp BC$ 于 E .

答 $\because AD \parallel BC$, $\angle B=90^\circ$,

\therefore 四边形 ABED 是矩形,

$\therefore AD=BE=1$,

$\because BC=4$,

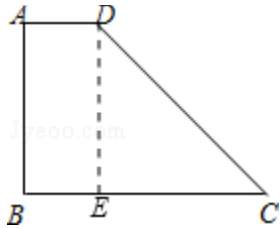
$\therefore CE=BC - BE=3$,

$\because \angle C=45^\circ$,

$$\therefore \cos C = \frac{CE}{CD} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore CD = 3\sqrt{2}.$$

故答案为 $3\sqrt{2}$.



点 此题考查了直角梯形的性质，矩形的判定和性质以及特殊角的锐角三角函数值，此
评 题难度不大，解题的关键是注意数形结合思想的应用。

三、解答题 (共 8 个小题，共 72 分)

17. (6分) (2013·曲靖) 计算： $2^{-1} + |-\frac{1}{2}| + \sqrt[3]{8} + (\frac{\pi}{3})^0$.

考 实数的运算；零指数幂；负整数指数幂

点 :

分 分别进行零指数幂、负整数指数幂的运算，然后合并即可得出答案。

析 :

解 答：原式 $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 2 + 1 = 4$.

点 本题考查了实数的运算，解答本题的关键是掌握零指数幂、负整数指数幂的运算法
评 则。

18. (10分) (2013·曲靖) 化简： $(\frac{2x^2+2x}{x^2-1} - \frac{x^2-x}{x^2-2x+1}) \div \frac{x}{x+1}$ ，并解答：

(1) 当 $x=1+\sqrt{2}$ 时，求原代数式的值。

(2) 原代数式的值能等于 -1 吗？为什么？

考 分式的化简求值；解分式方程。

点 :

分 (1) 原式括号中两项约分后，利用乘法分配律化简，约分后利用同分母分式的减法
析 法则计算得到最简结果，将 x 的值代入计算即可求出值；

(2) 先令原式的值为 -1，求出 x 的值，代入原式检验即可得到结果。

解

答 解：(1) 原式 $= [\frac{2x(x+1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{x(x-1)}{(x-1)^2}] \cdot \frac{x+1}{x}$

$$= \frac{2(x+1)}{x-1} - \frac{x+1}{x-1}$$

$$= \frac{x+1}{x-1},$$

$$\text{当 } x=1+\sqrt{2} \text{ 时, 原式} = \frac{1+\sqrt{2}+1}{1+\sqrt{2}-1} = 1+\sqrt{2};$$

$$(2) \text{ 若原式的值为 } -1, \text{ 即 } \frac{x+1}{x-1} = -1,$$

去分母得: $x+1 = -x+1$,

解得: $x=0$,

代入原式检验, 分母为 0, 不合题意,

则原式的值不可能为 -1 .

点 此题考查了分式的化简求值, 分式的加减运算关键是通分, 通分的关键是找最简公分母; 分式的乘除运算关键是约分, 约分的关键是找公因式.

19. (8分) (2013·曲靖) 某种仪器由 1 种 A 部件和 1 个 B 部件配套构成. 每个工人每天可以加工 A 部件 1000 个或者加工 B 部件 600 个, 现有工人 16 名, 应怎样安排人力, 才能使每天生产的 A 部件和 B 部件配套?

考 二元一次方程组的应用.

点:

分 设安排 x 人生产 A 部件, 安排 y 人生产 B 部件, 就有 $x+y=16$ 和 $1000x=600y$, 由这两个方程构成方程组, 求出其解即可.

解 解: 设安排 x 人生产 A 部件, 安排 y 人生产 B 部件, 由题意, 得

$$\text{答: } \begin{cases} x+y=16 \\ 1000x=600y \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=6 \\ y=10 \end{cases}.$$

答: 设安排 6 人生产 A 部件, 安排 10 人生产 B 部件, 才能使每天生产的 A 部件和 B 部件配套.

点 本题考查了列二元一次方程组解实际问题的运用, 二元一次方程组的解法的运用,

评: 解答时根据条件建立建立反映全题等量关系的两个方程是关键. 本题是一道配套问题.

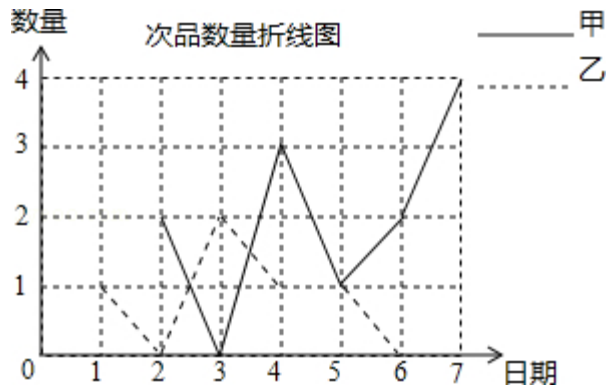
20. (8分) (2013·曲靖) 甲、乙两名工人同时加工同一种零件, 现根据两人 7 天产品中每天出现的次品数情况绘制成如下不完整的统计图和表, 依据图、表信息, 解答下列问题: 相关统计表:

量数	众数	中位数	平均数	方差
甲	2	2	2	$\frac{10}{7}$
乙	1	1	1	$\frac{4}{7}$

次品数量统计表：

天	1	2	3	4	5	6	7
数							
人							
甲	2	2	0	3	1	2	4
乙	1	0	2	1	1	0	<u>2</u>

- (1) 补全图、表 .
- (2) 判断谁出现次品的波动小 .
- (3) 估计乙加工该种零件 30 天出现次品多少件？



考点：折线统计图；用样本估计总体；算术平均数；中位数；众数；方差

分析：

- (1) 根据平均数、众数、中位数的定义分别进行计算，即可补全统计图和图表；
- (2) 根据方差的意义进行判断，方差越大，波动性越大，方差越小，波动性越小，即可得出答案；

(3) 根据图表中乙的平均数是 1，即可求出乙加工该种零件 30 天出现次品件数 .

解答：

- (1)：从图表 (2) 可以看出，甲的第一天是 2，
 则 2 出现了 3 次，出现的次数最多，众数是 2，
 把这组数据从小到大排列为 0，1，2，2，2，3，4，最中间的数是 2，
 则中位数是 2；
 乙的平均数是 1，则乙的第 7 天的数量是 $1 \times 7 - 1 - 0 - 2 - 1 - 1 - 0 = 2$ ；
 填表和补图如下：

量	众数	中位数	平均数	方差
数				
人				
甲	2	2	2	$\frac{10}{7}$
乙	1	1	1	$\frac{4}{7}$

次品数量统计表：

天	1	2	3	4	5	6	7
数							

人							
甲	2	2	0	3	1	2	4
乙	1	0	2	1	1	0	2

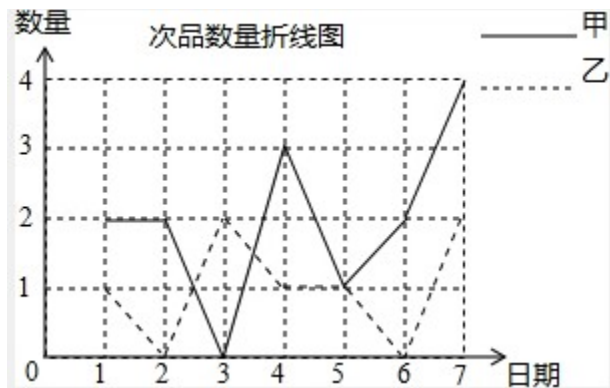
(2) $\therefore S_{\text{甲}}^2 = \frac{10}{7}, S_{\text{乙}}^2 = \frac{4}{7},$

$\therefore S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2,$

\therefore 乙出现次品的波动小.

(3) \therefore 乙的平均数是 1,

\therefore 30 天出现次品是 $1 \times 30 = 30$ (件).



点 此题考查了折线统计图，用到的知识点是平均数、众数、中位数、方差的意义、用
评： 样本估计总体；读懂折线统计图和图表，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键。

21. (8分) (2013·曲靖) 在一个暗箱中装有红、黄、白三种颜色的乒乓球 (除颜色外其余均相同). 其中白球、黄球各 1 个, 若从中任意摸出一个球是白球的概率是 $\frac{1}{3}$.

(1) 求暗箱中红球的个数.

(2) 先从暗箱中任意摸出一个球记下颜色后放回, 再从暗箱中任意摸出一个球, 求两次摸到的球颜色不同的概率 (用树形图或列表法求解).

考 列表法与树状图法; 概率公式.

点：

专 图表型.

题：

分 (1) 设红球有 x 个, 根据概率的意义列式计算即可得解;

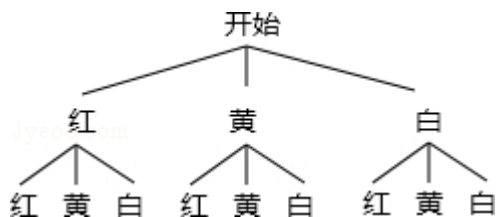
析： (2) 画出树状图, 然后根据概率公式列式计算即可得解.

解 解: (1) 设红球有 x 个,

答： 根据题意得, $\frac{1}{1+1+x} = \frac{1}{3},$

解得 $x=1$;

(2) 根据题意画出树状图如下:



一共有 9 种情况，两次摸到的球颜色不同的有 6 种情况，

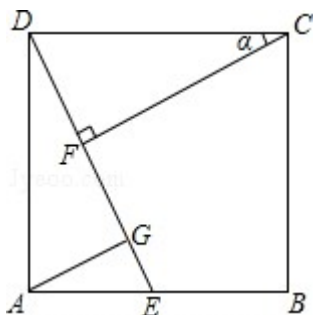
$$\text{所以，} P(\text{两次摸到的球颜色不同}) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$$

点评： 本题考查了列表法与树状图法，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比。

22. (10分) (2013•曲靖) 如图，点 E 在正方形 ABCD 的边 AB 上，连接 DE，过点 C 作 $CF \perp DE$ 于 F，过点 A 作 $AG \parallel CF$ 交 DE 于点 G。

(1) 求证： $\triangle DCF \cong \triangle ADG$ 。

(2) 若点 E 是 AB 的中点，设 $\angle DCF = \alpha$ ，求 $\sin \alpha$ 的值。



考点： 正方形的性质；全等三角形的判定与性质；解直角三角形。

分析：

(1) 根据正方形的性质求出 $AD=DC$ ， $\angle ADC=90^\circ$ ，根据垂直的定义求出 $\angle CFD=\angle CFG=90^\circ$ ，再根据两直线平行，内错角相等求出 $\angle AGD=\angle CFG=90^\circ$ ，从而得到 $\angle AGD=\angle CFD$ ，再根据同角的余角相等求出 $\angle ADG=\angle DCF$ ，然后利用“角角边”证明 $\triangle DCF$ 和 $\triangle ADG$ 全等即可；

(2) 设正方形 ABCD 的边长为 $2a$ ，表示出 AE，再利用勾股定理列式求出 DE，然后根据锐角的正弦等于对边比斜边求出 $\angle ADG$ 的正弦，即为 α 的正弦。

解答： (1) 证明：在正方形 ABCD 中， $AD=DC$ ， $\angle ADC=90^\circ$ ，

$\because CF \perp DE$ ，

$$\therefore \angle CFD = \angle CFG = 90^\circ,$$

$\because AG \parallel CF$ ，

$$\therefore \angle AGD = \angle CFG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AGD = \angle CFD,$$

$$\text{又} \because \angle ADG + \angle CDE = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\angle DCF + \angle CDE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADG = \angle DCF,$$

\therefore 在 $\triangle DCF$ 和 $\triangle ADG$ 中，

$$\begin{cases} \angle AGD = \angle CFD \\ \angle ADG = \angle DCF, \\ AD = DC \end{cases}$$

$\therefore \triangle DCF \cong \triangle ADG$ (AAS) ;

(2) 设正方形 ABCD 的边长为 $2a$,

\therefore 点 E 是 AB 的中点,

$$\therefore AE = \frac{1}{2} \times 2a = a,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADE \text{ 中, } DE = \sqrt{AD^2 + AE^2} = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = \sqrt{5}a,$$

$$\therefore \sin \angle ADG = \frac{AE}{DE} = \frac{a}{\sqrt{5}a} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$\therefore \angle ADG = \angle DCF = \alpha$,

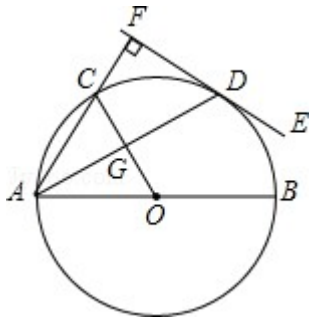
$$\therefore \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

点 本题考查了正方形的性质，全等三角形的判定与性质，锐角三角函数，同角的余角
评：相等的性质，以及勾股定理的应用，熟练掌握各图形的性质并确定出三角形全等的条件是解题的关键。

23. (10分) (2013·曲靖) 如图， $\odot O$ 的直径 $AB=10$ ，C、D 是圆上的两点，且 $\widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{DB}$ 。设过点 D 的切线 ED 交 AC 的延长线于点 F。连接 OC 交 AD 于点 G。

(1) 求证： $DF \perp AF$ 。

(2) 求 OG 的长。



考 切线的性质。

点：

分 (1) 连接 BD，根据 $\widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{DB}$ ，可得 $\angle CAD = \angle DAB = 30^\circ$ ， $\angle ABD = 60^\circ$ ，从而可
析：得 $\angle AFD = 90^\circ$ ；

(2) 根据垂径定理可得 OG 垂直平分 AD，继而可判断 OG 是 $\triangle ABD$ 的中位线，在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中求出 BD，即可得出 OG。

解 解：(1) 连接 BD，

答： $\because \widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{DB}$ ，

$$\therefore \angle CAD = \angle DAB = 30^\circ, \angle ABD = 60^\circ,$$

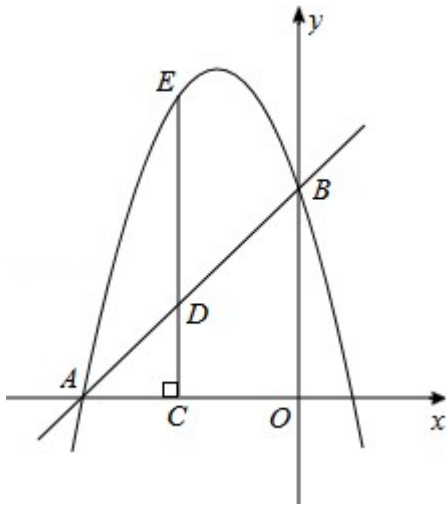
$$\therefore \angle ADF = \angle ABD = 60^\circ,$$

$\therefore \angle CAD + \angle ADF = 90^\circ$,
 $\therefore DF \perp AF$.
 (2) 在 $Rt\triangle ABD$ 中, $\angle BAD = 30^\circ$, $AB = 10$,
 $\therefore BD = 5$,
 $\therefore \widehat{AC} = \widehat{CD}$,
 $\therefore OG$ 垂直平分 AD ,
 $\therefore OG$ 是 $\triangle ABD$ 的中位线 ,
 $\therefore OG = \frac{1}{2}BD = \frac{5}{2}$.

点 本题考查了切线的性质、圆周角定理及垂径定理的知识, 解答本题要求同学们熟练
评: 掌握各定理的内容及含 30° 角的直角三角形的性质 .

24. (12分) (2013•曲靖) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y=x+4$ 与坐标轴分别交于 A 、 B 两点, 过 A 、 B 两点的抛物线为 $y = -x^2 + bx + c$. 点 D 为线段 AB 上一动点, 过点 D 作 $CD \perp x$ 轴于点 C , 交抛物线于点 E .

- (1) 求抛物线的解析式 .
- (2) 当 $DE=4$ 时, 求四边形 $CAEB$ 的面积 .
- (3) 连接 BE , 是否存在点 D , 使得 $\triangle DBE$ 和 $\triangle DAC$ 相似? 若存在, 求此点 D 坐标; 若不存在, 说明理由 .



考 二次函数综合题 .

点:

分:

析:

- (1) 首先求出点 A 、 B 的坐标, 然后利用待定系数法求出抛物线的解析式;
- (2) 设点 C 坐标为 $(m, 0)$ ($m < 0$), 根据已知条件求出点 E 坐标为 $(m, 8+m)$; 由于点 E 在抛物线上, 则可以列出方程求出 m 的值. 在计算四边形 $CAEB$ 面积时, 利用 $S_{\text{四边形}CAEB} = S_{\triangle ACE} + S_{\text{梯形}OCEB} - S_{\triangle BCO}$, 可以简化计算;
- (3) 由于 $\triangle ACD$ 为等腰直角三角形, 而 $\triangle DBE$ 和 $\triangle DAC$ 相似, 则 $\triangle DBE$ 必为等腰直角三角形. 分两种情况讨论, 要点是求出点 E 的坐标, 由于点 E 在抛物线上, 则可以由此列出方程求出未知数.

解:

(1) 在直线解析式 $y=x+4$ 中, 令 $x=0$, 得 $y=4$; 令 $y=0$, 得 $x=-4$,

答:

$\therefore A(-4, 0)$, $B(0, 4)$.

∵点 A (-4, 0), B (0, 4) 在抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 上,

$$\therefore \begin{cases} -16 - 4b + c = 0 \\ c = 4 \end{cases},$$

解得: $b = -3, c = 4$,

∴抛物线的解析式为: $y = -x^2 - 3x + 4$.

(2) 设点 C 坐标为 $(m, 0)$ ($m < 0$), 则 $OC = -m, AC = 4 + m$.

∵ $OA = OB = 4, \therefore \angle BAC = 45^\circ$,

∴ $\triangle ACD$ 为等腰直角三角形, $\therefore CD = AC = 4 + m$,

∴ $CE = CD + DE = 4 + m + 4 = 8 + m$,

∴点 E 坐标为 $(m, 8 + m)$.

∵点 E 在抛物线 $y = -x^2 - 3x + 4$ 上,

∴ $8 + m = -m^2 - 3m + 4$, 解得 $m = -2$.

∴ $C(-2, 0), AC = OC = 2, CE = 6$,

$$S_{\text{四边形 CAEB}} = S_{\triangle ACE} + S_{\text{梯形 OCEB}} - S_{\triangle BCO} = \frac{1}{2} \times 2 \times 6 + \frac{1}{2} (6 + 4) \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 12.$$

(3) 设点 C 坐标为 $(m, 0)$ ($m < 0$), 则 $OC = -m, CD = AC = 4 + m, BD = \sqrt{2}$
 $OC = -\sqrt{2}m$, 则 D $(m, 4 + m)$.

∵ $\triangle ACD$ 为等腰直角三角形, $\triangle DBE$ 和 $\triangle DAC$ 相似

∴ $\triangle DBE$ 必为等腰直角三角形.

i) 若 $\angle BED = 90^\circ$, 则 $BE = DE$,

∴ $BE = OC = -m$,

∴ $DE = BE = -m$,

∴ $CE = 4 + m - m = 4$,

∴ $E(m, 4)$.

∵点 E 在抛物线 $y = -x^2 - 3x + 4$ 上,

∴ $4 = -m^2 - 3m + 4$, 解得 $m = 0$ (不合题意, 舍去) 或 $m = -3$,

∴ $D(-3, 1)$;

ii) 若 $\angle EBD = 90^\circ$, 则 $BE = BD = -\sqrt{2}m$,

在等腰直角三角形 EBD 中, $DE = \sqrt{2}BD = -2m$,

∴ $CE = 4 + m - 2m = 4 - m$,

∴ $E(m, 4 - m)$.

∵点 E 在抛物线 $y = -x^2 - 3x + 4$ 上,

∴ $4 - m = -m^2 - 3m + 4$, 解得 $m = 0$ (不合题意, 舍去) 或 $m = -2$,

∴ $D(-2, 2)$.

综上所述, 存在点 D, 使得 $\triangle DBE$ 和 $\triangle DAC$ 相似, 点 D 的坐标为 $(-3, 1)$ 或 $(-2, 2)$.

点评: 本题考查了二次函数与一次函数的图象与性质、函数图象上点的坐标特征、待定系数法、相似三角形、等腰直角三角形、图象面积计算等重要知识点. 第 (3) 问需要分类讨论, 这是本题的难点.

