

青岛市二〇一六年初中学业水平考试

数学试题

(考试时间：120分钟；满分：120分)



真情提示：亲爱的同学，欢迎你参加本次考试，祝你答题成功！

本试题分第 I 卷和第 II 卷两部分，共有 24 道题。第 I 卷 1—8 题为选择题，共 24 分；第 II 卷 9—14 题为填空题，15 题为作图题，16—24 题为解答题，共 96 分。要求所有题目均在答题卡上作答，在本卷上作答无效。

第 I 卷

一、选择题（本题满分 24 分，共有 8 道小题，每小题 3 分）

下列每小题都给出标号为 A、B、C、D 的四个结论，其中只有一个是正确的。每小题选对得分；不选、选错或选出的标号超过一个的不得分。

1. $-\sqrt{5}$ 的绝对值是 () .

A. $-\frac{1}{\sqrt{5}}$

B. $-\sqrt{5}$

C. $\sqrt{5}$

D. 5

2. 我国平均每平方千米的土地一年从太阳得到的能量，相当于燃烧 130 000 000kg 的煤所产生的能量。把 130 000 000kg 用科学记数法可表示为 () .

A. 13×10^7 kg

B. 0.13×10^8 kg

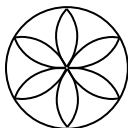
C. 1.3×10^7 kg

D. 1.3×10^8 kg

3. 下列四个图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 () .



A.

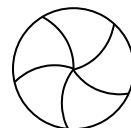


B.

C.



D.



4. 计算 $a \cdot a^5 - (2a^3)^2$ 的结果为 () .

A. $a^6 - 2a^5$

B. $-a^6$

C. $a^6 - 4a^5$

D. $-3a^6$

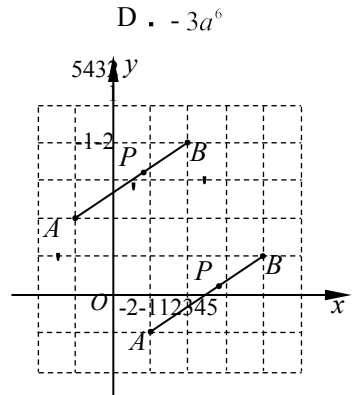
5. 如图，线段 AB 经过平移得到线段 $A'B'$ ，其中点 A, B 的对应点分别为点 A', B' ，这四个点都在格点上. 若线段 AB 上有一个点 $P(a, b)$ ，则点 P 在 $A'B'$ 上的对应点 P' 的坐标为 () .

A. $(a-2, b+3)$

B. $(a-2, b-3)$

C. $(a+2, b+3)$

D. $(a+2, b-3)$



(第5题)

6. A, B 两地相距 180km，新修的高速公路开通后，在 A, B 两地间行驶的长途客车平均车速提高了 50%，而从 A 地到 B 地的时间缩短了 1 h. 若设原来的平均车速为 x km/h，则根据题意可列方程为 () .

A. $\frac{180}{x} - \frac{180}{(1+50\%)x} = 1$

B. $\frac{180}{(1+50\%)x} - \frac{180}{x} = 1$

C. $\frac{180}{x} - \frac{180}{(1-50\%)x} = 1$

D. $\frac{180}{(1-50\%)x} - \frac{180}{x} = 1$

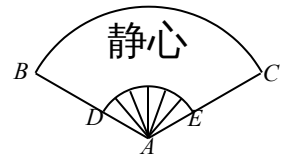
7. 如图，一扇形纸扇完全打开后，外侧两竹条 AB 和 AC 的夹角为 120° ， AB 长为 25cm，贴纸部分的宽 BD 为 15cm，若纸扇两面贴纸，则贴纸的面积为 () .

A. $175\pi \text{ cm}^2$

B. $350\pi \text{ cm}^2$

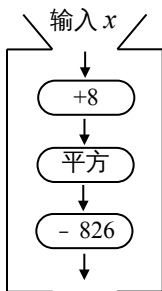
C. $\frac{800}{3}\pi \text{ cm}^2$

D. $150\pi \text{ cm}^2$



(第7题)

8. 输入一组数据，按下列程序进行计算，输出结果如下表：



x	20.5	20.6	20.7	20.8	20.9
输出	-13.75	-8.04	-2.31	3.44	9.21

分析表格中的数据，估计方程 $(x+8)^2 - 826 = 0$ 的一个正数解 x 的大致范围为 () .

A. $20.5 < x < 20.6$

B. $20.6 < x < 20.7$

C. $20.7 < x < 20.8$

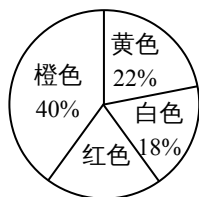
D. $20.8 < x < 20.9$

第 II 卷

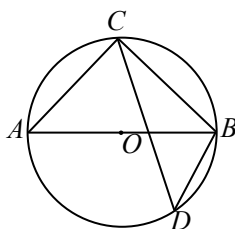
二、填空题（本题满分 18 分，共有 6 道小题，每小题 3 分）

9. 计算： $\frac{\sqrt{32} - \sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. “万人马拉松”活动组委会计划制作运动衫分发给参与者，为此，调查了部分参与者，以决定制作橙色、黄色、白色、红色四种颜色运动衫的数量. 根据得到的调查数据，绘制成如图所示的扇形统计图. 若本次活动共有 12000 名参与者，则估计其中选择红色运动衫的约有 名.



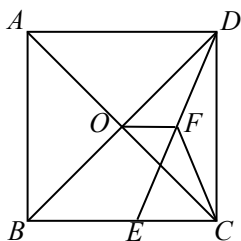
(第 10 题)
12 题)



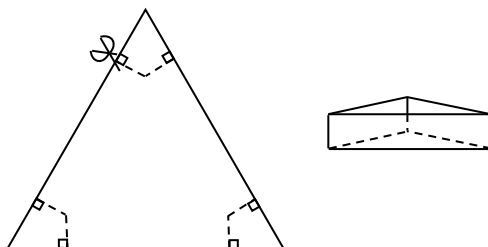
(第 11 题)

12. 已知二次函数 $y = 3x^2 + c$ 与正比例函数 $y = 4x$ 的图象只有一个交点，则 c 的值为 .

13. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ， E 为 BC 上一点， $CE = 5$ ， F 为 DE 的中点. 若 $\triangle CEF$ 的周长为 18，则 OF 的长为 .



(第 13 题)



(第 14 题)

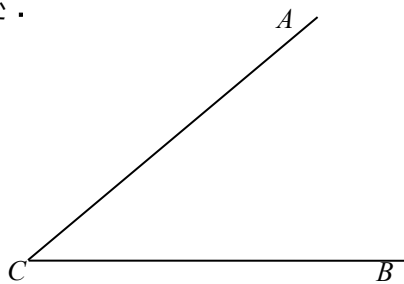
14. 如图，以边长为 20cm 的正三角形纸板的各顶点为端点，在各边上分别截取 4cm 长的六条线段，过截得的六个端点作所在边的垂线，形成三个有两个直角的四边形. 把它们沿图中虚线剪掉，用剩下的纸板折成一个底为正三角形的无盖柱形盒子，则它的容积为 cm^3 .

三、作图题 (本题满分 4 分)

用圆规、直尺作图, 不写作法, 但要保留作图痕迹.

15. 已知: 线段 a 及 $\angle ACB$.

求作: $\odot O$, 使 $\odot O$ 在 $\angle ACB$ 的内部, $CO = a$,
且 $\odot O$ 与 $\angle ACB$ 的两边分别相切.



四、解答题 (本题满分 74 分, 共有 9 道小题)

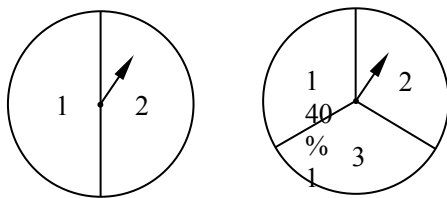
16. (本小题满分 8 分, 每题 4 分)

(1) 化简: $\frac{x+1}{x-1} - \frac{4x}{x^2-1}$;

(2) 解不等式组 $\begin{cases} \frac{x+1}{2} \leq 1 & \text{①} \\ 5x-8 < 9x & \text{②} \end{cases}$; 并写出它的整数解.

17. (本小题满分 6 分)

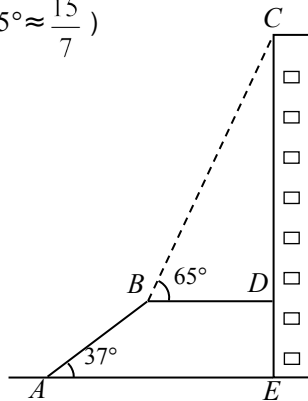
小明和小亮用下面两个可以自由转动的转盘做游戏, 每个转盘被分成面积相等的几个扇形. 转动两个转盘各一次, 若两次数字之积大于 2, 则小明胜, 否则小亮胜. 这个游戏对双方公平吗? 请说明理由.



18. (本小题满分 6 分)

如图, AB 是长为 10m, 倾斜角为 37° 的自动扶梯, 平台 BD 与大楼 CE 垂直, 且与扶梯 AB 的长度相等, 在 B 处测得大楼顶部 C 的仰角为 65° , 求大楼 CE 的高度 (结果保留整数).

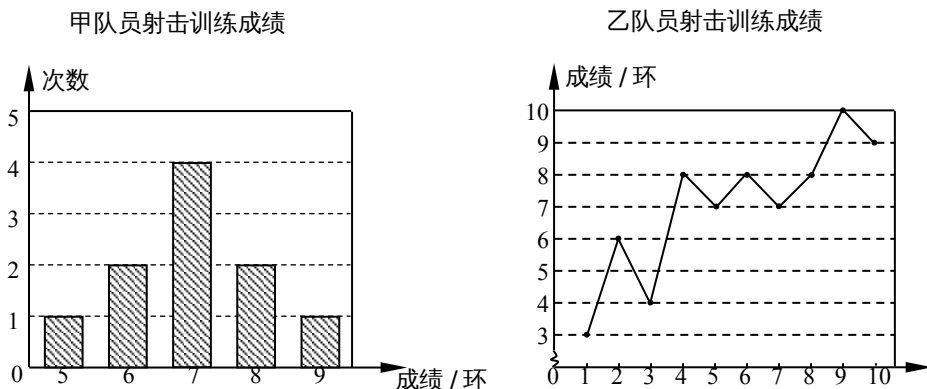
(参考数据: $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}$, $\sin 65^\circ \approx \frac{9}{10}$, $\tan 65^\circ \approx \frac{15}{7}$)



(第 18 题)

19. (本小题满分6分)

甲、乙两名队员参加射击训练，成绩分别被制成下列两个统计图：



根据以上信息，整理分析数据如下：

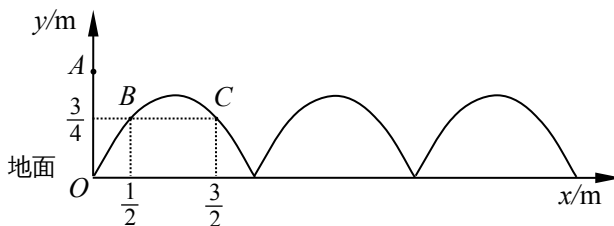
	平均成绩/环	中位数/环	众数/环	方差
甲	a	7	7	1.2
乙	7	b	8	c

- (1) 写出表格中 a, b, c 的值；
- (2) 分别运用上表中的四个统计量，简要分析这两名队员的射击训练成绩。若选派其中一名参赛，你认为应选哪名队员？

20. (本小题满分8分)

如图，需在一面墙上绘制几个相同的抛物线型图案。按照图中的直角坐标系，最左边的抛物线可以用 $y=ax^2+bx$ ($a \neq 0$) 表示。已知抛物线上 B, C 两点到地面的距离均为 $\frac{3}{4}$ m，到墙边 OA 的距离分别为 $\frac{1}{2}$ m, $\frac{3}{2}$ m。

- (1) 求该抛物线的函数关系式，并求图案最高点到地面的距离；
- (2) 若该墙的长度为 10m，则最多可以连续绘制几个这样的抛物线型图案？



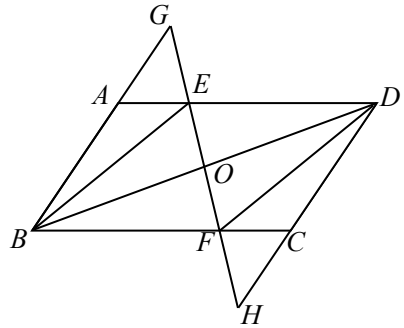
(第20题)

21. (本小题满分 8 分)

已知：如图，在 $\square ABCD$ 中， E, F 分别是边 AD, BC 上的点，且 $AE = CF$ ，直线 EF 分别交 BA 的延长线、 DC 的延长线于点 G, H ，交 BD 于点 O 。

(1) 求证： $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ；

(2) 连接 DG ，若 $DG = BG$ ，则四边形 $BEDF$ 是什么特殊四边形？请说明理由。



(第 21 题)

22. (本小题满分 10 分)

某玩具厂生产一种玩具，本着控制固定成本，降价促销的原则，使生产的玩具能够全部售出。据市场调查，若按每个玩具 280 元销售时，每月可销售 300 个。若销售单价每降低 1 元，每月可多售出 2 个。据统计，每个玩具的固定成本 Q (元) 与月产销量 y (个) 满足如下关系：

月产销量 y (个)	...	160	200	240	300	...
每个玩具的固定成本 Q (元)	...	60	48	40	32	...

(1) 写出月产销量 y (个) 与销售单价 x (元) 之间的函数关系式；

(2) 求每个玩具的固定成本 Q (元) 与月产销量 y (个) 之间的函数关系式；

(3) 若每个玩具的固定成本为 30 元，则它占销售单价的几分之几？

(4) 若该厂这种玩具的月产销量不超过 400 个，则每个玩具的固定成本至少为多少元？
销售单价最低为多少元？

23. (本小题满分 10 分)

问题提出：如何将边长为 n ($n \geq 5$, 且 n 为整数) 的正方形分割为一些 1×5 或 2×3 的矩形
($a \times b$ 的矩形指边长分别为 a, b 的矩形) ?

问题探究：我们先从简单的问题开始研究解决, 再把复杂问题转化为已解决的问题.

探究一：

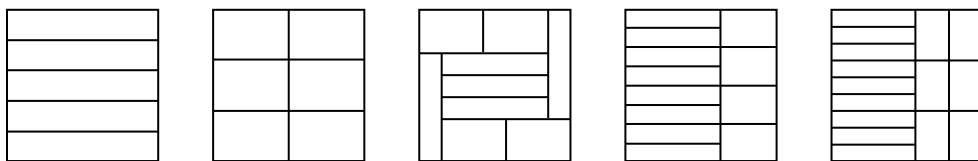
如图①, 当 $n = 5$ 时, 可将正方形分割为五个 1×5 的矩形.

如图②, 当 $n = 6$ 时, 可将正方形分割为六个 2×3 的矩形.

如图③, 当 $n = 7$ 时, 可将正方形分割为五个 1×5 的矩形和四个 2×3 的矩形.

如图④, 当 $n = 8$ 时, 可将正方形分割为八个 1×5 的矩形和四个 2×3 的矩形.

如图⑤, 当 $n = 9$ 时, 可将正方形分割为九个 1×5 的矩形和六个 2×3 的矩形.



探究二： 图①

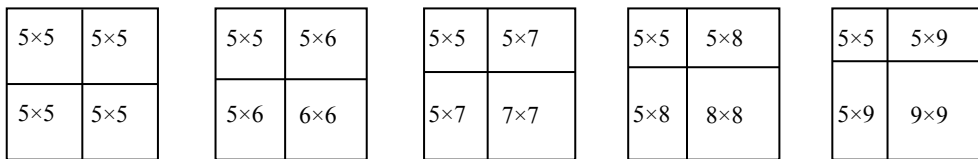
图②

图③

图④

图⑤

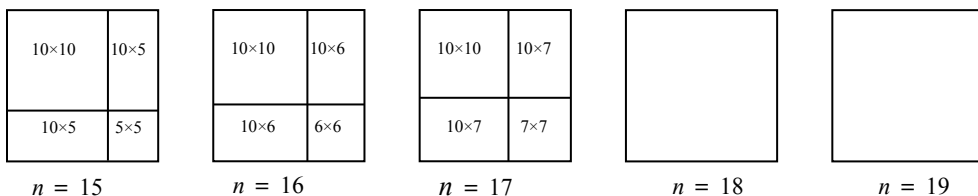
当 $n = 10, 11, 12, 13, 14$ 时, 分别将正方形按下列方式分割:



所以, 当 $n = 10, 11, 12, 13, 14$ 时, 均可将正方形分割为一个 5×5 的正方形, 一个 $(n-5) \times (n-5)$ 的正方形和两个 $5 \times (n-5)$ 的矩形. 显然, 5×5 的正方形和 $5 \times (n-5)$ 的矩形均可分割为 1×5 的矩形, 而 $(n-5) \times (n-5)$ 的正方形是边长分别为 5, 6, 7, 8, 9 的正方形, 用探究一的方法可分割为一些 1×5 或 2×3 的矩形.

探究三：

当 $n = 15, 16, 17, 18, 19$ 时, 分别将正方形按下列方式分割:



请按照上面的方法, 分别画出边长为 $18, 19$ 的正方形分割示意图.

所以, 当 $n = 15, 16, 17, 18, 19$ 时, 均可将正方形分割为一个 10×10 的正方形、一个 $(n-10) \times (n-10)$ 的正方形和两个 $10 \times (n-10)$ 的矩形. 显然, 10×10 的正方形和 $10 \times (n-10)$ 的矩形均可分割为 1×5 的矩形, 而 $(n-10) \times (n-10)$ 的正方形又是边长分别为 5, 6, 7, 8, 9 的正方形, 用探究一的方法可分割为一些 1×5 或 2×3 的矩形.

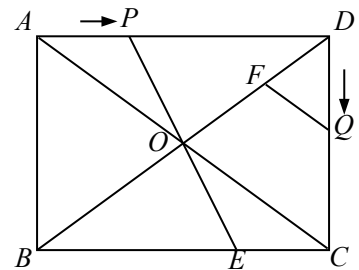
问题解决：如何将边长为 n ($n \geq 5$, 且 n 为整数) 的正方形分割为一些 1×5 或 2×3 的矩形? 请按照上面的方法画出分割示意图, 并加以说明.

实际应用：如何将边长为 61 的正方形分割为一些 1×5 或 2×3 的矩形？（只需按照探究三的方法画出分割示意图即可）

24.（本小题满分 12 分）

已知：如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=6\text{cm}$ ， $BC=8\text{cm}$ ，对角线 AC ， BD 交于点 O 。点 P 从点 A 出发，沿 AD 方向匀速运动，速度为 1cm/s ；同时，点 Q 从点 D 出发，沿 DC 方向匀速运动，速度为 1cm/s ；当一个点停止运动时，另一个点也停止运动。连接 PO 并延长，交 BC 于点 E ，过点 Q 作 $QF \parallel AC$ ，交 BD 于点 F 。设运动时间为 t (s) ($0 < t < 6$)，解答下列问题：

- (1) 当 t 为何值时， $\triangle AOP$ 是等腰三角形？
- (2) 设五边形 $OECQF$ 的面积为 S (cm^2)，试确定 S 与 t 的函数关系式；
- (3) 在运动过程中，是否存在某一时刻 t ，使 $S_{\text{五边形 } OECQF} : S_{\triangle ACD} = 9 : 16$ ？若存在，求出 t 的值；若不存在，请说明理由；
- (4) 在运动过程中，是否存在某一时刻 t ，使 OD 平分 $\angle COP$ ？若存在，求出 t 的值；若不存在，请说明理由。



(第 24 题)