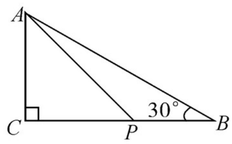
考点跟踪训练22　特殊三角形

一、选择题

1．(2011·贵阳)如图，△ABC中，∠C＝90°，AC＝3，∠B＝30°，点P是BC边上的动点，则AP长不可能是(　　)

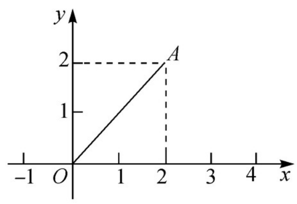


A．3.5 B．4.2 C．5.8 D．7

答案　D

解析　在Rt△ABC中，AC＝3，∠B＝30°，得AB＝2AC＝6，而AC≤AP≤AB，即3≤AP≤6，不可能是7.

2．(2011·枣庄)如图，点A的坐标是(2,2)，若点P在x轴上，且△APO是等腰三角形，则点P的坐标不可能是(　　)

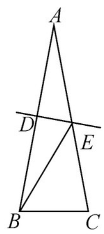


A．(2,0) B．(4,0) C．(－2 ，0) D．(3,0)

答案　D

解析　当点P的坐标为(3,0)时，OP＝3，而AO＝2 ，AP＝ ，△APO不是等腰三角形．

3．(2011·烟台)如图，等腰△ ABC中，AB＝AC，∠A＝20°.线段AB的垂直平分线交AB于D，交AC于E，连接BE，则∠CBE等于(　　)

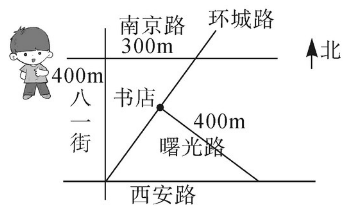


A．80° B．70°　C．60° D．50°

答案　C

解析　在△ABC中，AB＝AC，∠A＝20°，所以∠ABC＝×(180°－20°)＝80°.DE垂直平分AB，有EA＝EB，∠EBA＝∠A＝20°，所以∠CBE＝∠ABC－∠EBA＝80°－20°＝60°.

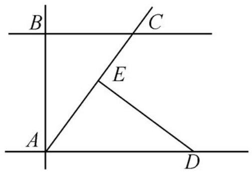
4．(2011·金华)如图，西安路与南京路平行，并且与八一街垂直，曙光路与环城路垂直如果小明站在南京路与八一街的交叉口，准备去书店，按图中的街道行走，最近的路程约为(　　)



A．600 m B．500 m

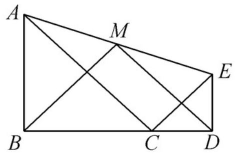
C．400 m D．300 m

答案　B



解析　如图，易证$\triangle ABC\cong\triangle DEA$，$BC=AE=300$，而$AC=500$，所以$CE=200$，最近路程$BC+CE=300+200=500$.

5．如图，$\triangle ABC$和$\triangle CDE$均为等腰直角三角形，点B、C、D在一条直线上，点M是AE的中点，下列结论：① $\tan\angle AEC=$ ；② $S_{\triangle ABC}+S_{\triangle CDE}\geq S_{\triangle ACE}$ ；③ $BM\perp DM$；④ $BM=DM$.正确结论的个数是(　　)



A．1个

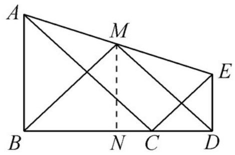
B．2个

C．3个

D．4个

答案　D

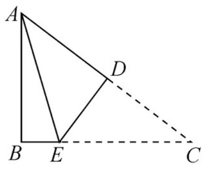
解析　∵$\triangle ABC$和$\triangle CDE$都是等腰直角三角形，∴$\triangle ABC\backsim\triangle EDC$，



= ∴$\angle ACE=180°-45°-45°=90°$，∴在$Rt\triangle ACE$中，$\tan\angle AEC=$ = ；设$\triangle ABC$、$\triangle CDE$的直角边分别是a、b，则$AC=a$，$EC=b$，$S_{\triangle ABC}=a^2$，$S_{\triangle CDE}=b^2$，$S_{\triangle ACE}=(a)(b)=ab$，而$(a-b)^2\geq 0$，$a^2+b^2\geq 2ab$，$a^2+b^2\geq ab$，即$S_{\triangle ABC}+S_{\triangle CDE}\geq S_{\triangle ACE}$；过$M$画$MN\perp BD$于$N$，有$AB\parallel MN\parallel ED$，点$M$是$AE$的中点，则点$N$是$BD$的中点，$MN$垂直平分$BD$，$BM=DM$；$MN$是梯形$ABDE$的中位线，$MN=(a+b)=BN=DN$，∵$\triangle BMN$与$\triangle DMN$都是等腰直角三角形，∴$\angle BMN=\angle DMN=45°$，$\angle BMD=90°$，$BM\perp DM$.故结论①、②、③、④都正确．

二、填空题

6．(2011·衡阳)如图所示，在$\triangle ABC$中，$\angle B=90°$，$AB=3$，$AC=5$，将$\triangle ABC$折叠，使点C与点A重合，折痕为DE，则$\triangle ABE$的周长为________．



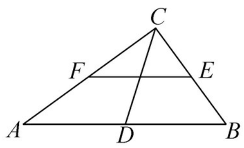
答案　7

解析　在$Rt\triangle ABC$中，$AB=3$，$AC=5$，则$BC=$ $=4$，又$AE=EC$，所以$\triangle ABE$的周长$AB+BE+AE=AB+BE+EC=AB+BC=7$.

7．(2011·凉山)把命题“如果直角三角形的两直角边长分别为a、b，斜边长为c，那么$a^2+b^2=c^2$”的逆命题改写成“如果……，那么……”的形式：____________________

答案　如果三角形三边长a、b、c满足$a^2+b^2=c^2$，那么这个三角形是直角三角形．

8．(2011·无锡)如图，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，D、E、F分别是AB、BC、CA的中点，若$CD=5$ cm，则$EF=$_________cm.



答案　5

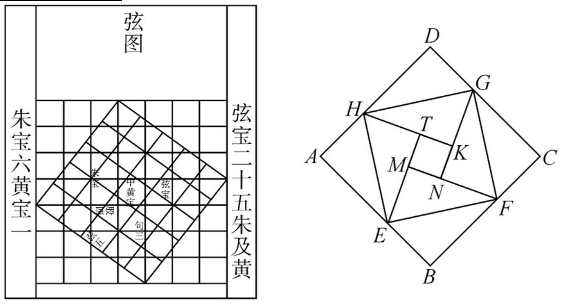
解析　∵点 D 是 AB 中点，∴CD 是 Rt△ABC 斜边 AB 的中线，$CD = AB$，$AB = 2CD$.

∵点 E、F 是 BC、CA 的中点，

∴EF 是△ABC 的中位线，$EF = AB$，$AB = 2EF$.

∴$EF = CD = 5$ cm.

9．(2011·温州)我国汉代数学家赵爽为了证明勾股定理，创制了一副“弦图”，后人称其为“赵爽弦图”(如图①)．图②由弦图变化得到，它是由八个全等的直角三角形拼接而成，记图中正方形 $ABCD$，正方形 $EFGH$，正方形 $MNKT$ 的面积分别为 S_1、S_2、S_3，若 $S_1 + S_2 + S_3 = 10$，则 S_2的值是＿＿＿＿＿＿＿＿．

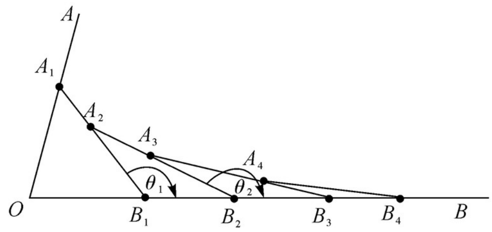


①　②

答案

解析　设直角三角形 AEH 的面积为 S，则 $S_1 = 8S + S_3$，$S_2 = 4S + S_3$.∵$S_1 + S_2 + S_3 = 10$，∴$(8S + S_3) + (4S + S_3) + S_3 = 10$,$12S + 3S_3 = 10$,$4S + S_3 =$ ，即 $S_2 =$.

10．(2011·乐山)如图，已知∠$AOB = \alpha$，在射线 OA、OB 上分别取点 $OA_1 = OB_1$，连接 A_1B_1，在 B_1A_1、B_1B 上分别取点 A_2、B_2，使 $B_1B_2 = B_1A_2$，连接 A_2B_2…按此规律下去，记∠$A_2B_1B_2 = \theta_1$，∠$A_3B_2B_3 = \theta_2$，…，∠$A_{n+1}B_nB_{n+1} = \theta_n$ 则(1)$\theta_1 =$ ＿＿＿＿＿＿＿＿；(2)$\theta_n =$ ＿＿＿＿＿＿＿＿.



答案　(1)；(2)

解析　∵∠$AOB = \alpha$，$OA_1 = OB_1$，

∴∠OB_1A_1 = ∠OA_1B_1 = ，

∴$\theta_1 = 180° - =$ ；

类似地，$\theta_2 =$ ，$\theta_3 =$ ，……，

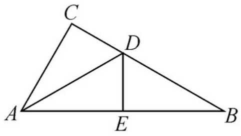
∴$\theta_n =$.

三、解答题

11．(2011·广安)某园艺公司对一块直角三角形的花圃进行改造．测得两直角边长分别为 6m、8m.现要将其扩建成等腰三角形，且扩充部分是以 8m 为直角边的直角三角形．求扩建后的等腰三角形花圃的周长．

解　由题意可得，扩建后的花圃是等腰直角三角形，花圃的周长 = 8 + 8 + 8 = 16 + 8 .

12．(2011·乐山)如图，在直角△ABC 中，∠$C = 90°$，∠CAB 的平分线 AD 交 BC 于 D，若 DE 垂直平分 AB，求∠B 的度数．



解　∵AD 平分∠CAB，

∴∠CAD = ∠BAD.

∵DE 垂直平分 AB，

∴AD = BD，∠B = ∠BAD，

∴∠CAD = ∠BAD = ∠B.

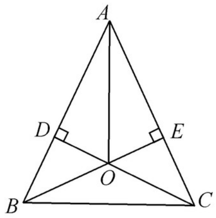
∵在 Rt△ABC 中，∠C = 90°，

∴∠CAD + ∠DAE + ∠B = 90°，

∴∠B = 30°.

13．(2011·德州)如图，AB = AC，CD⊥AB 于 D，BE⊥AC 于 E，BE 与 CD 相交于点 O.

(1)求证 AD = AE；(2) 连接 OA、BC，试判断直线 OA、BC 的关系并说明理由．



解　(1)证明：在△ACD 与△ABE 中，

∵∠A = ∠A，∠ADC = ∠AEB = 90°，AC = AB，

∴ △ACD≌△ABE.

∴ AD = AE.

(2) 互相垂直，理由如下：

在 Rt△ADO 与 Rt△AEO 中，

∵OA = OA，AD = AE，

∴ △ADO≌△AEO.

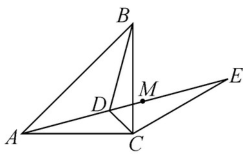
∴ ∠DAO = ∠EAO.

即 OA 是∠BAC 的平分线．

又∵AB = AC，

∴ OA⊥BC.

14．(2011·日照)如图，已知点 D 为等腰直角△ABC 内一点，∠CAD = ∠CBD = 15°，E 为 AD 延长线上的一点，且 CE = CA.



(1)求证：DE 平分∠BDC；

(2)若点 M 在 DE 上，且 DC = DM，求证： ME = BD.

解　(1)在等腰直角△ABC 中，

∵∠CAD = ∠CBD = 15°，

∴∠BAD = ∠ABD = 45° − 15° = 30°，

∴BD = AD.

∵AC = BC，CD = CD，

∴△BDC≌△ADC,

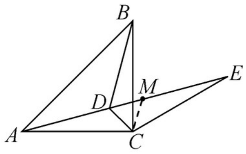
∴∠DCA = ∠DCB = 45°.

由∠BDM = ∠ABD + ∠BAD = 30° + 30° = 60°，

∠EDC = ∠DAC + ∠DCA = 15° + 45° = 60°，

∴∠BDM = ∠EDC，

∴DE 平分∠BDC.



(2)如图，连接 MC，

$\because DC=DM$，且$\angle MDC=60°$，

$\therefore \triangle MDC$是等边三角形，

$\therefore CM=CD$.

又$\because \angle EMC=180°-\angle DMC=180°-60°=120°$，

$\angle ADC=180°-\angle MDC=180°-60°=120°$，

$\therefore \angle EMC=\angle ADC$.

又$\because CE=CA$，

$\therefore \angle DAC=\angle CEM$，$\therefore \triangle ADC \cong \triangle EMC$，

$\therefore ME=AD=DB$.

15．(2011·达州)如图，$\triangle ABC$的边BC在直线m上，$AC\perp BC$，且$AC=BC$，$\triangle DEF$的边FE也在直线m上，边DF与边AC重合，且$DF=EF$.

(1)在图1中，请你通过观察、思考，猜想并写出AB与AE所满足的数量关系和位置关系；(不要求证明)

(2)将$\triangle DEF$沿直线m向左平移到图2的位置时，DE交AC于点G，连结AE、BG.猜想$\triangle BCG$与$\triangle ACE$能否通过旋转重合？请证明你的猜想．

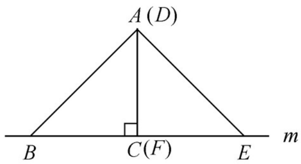


图1

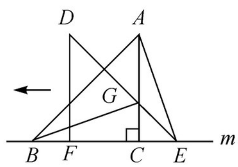


图2

解　(1)$AB=AE$，$AB\perp AE$.

(2) 将$\triangle BCG$绕点C顺时针旋转90°后能与$\triangle ACE$重合(或将$\triangle ACE$绕点C逆时针旋转90°后能与$\triangle BCG$重合)，理由如下：

$\because AC\perp BC$，$DF\perp EF$，B、F、C、E共线，

$\therefore \angle ACB=\angle ACE=\angle DFE=90°$.

又$\because AC=BC$，$DF=EF$，$\therefore \angle DEF=\angle D=45°$.

在$\triangle CEG$中，$\because \angle ACE=90°$，$\therefore \angle CGE+\angle DEF=90°$，

$\therefore CG=CE$.

在$\triangle BCG$和$\triangle ACE$中，

$\because$

$\therefore \triangle BCG \cong \triangle ACE(SAS)$．

$\therefore$将$\triangle BCG$绕点C顺时针旋转90°后能与$\triangle ACE$重合(或将$\triangle ACE$绕点C逆时针旋转90°后能与$\triangle BCG$重合)．