湖南省岳阳市2015年中考数学试卷

一、选择题（本大题8道小题，每小题3分，满分24分。在每道小题给出的四个选项中，选出符合要求的一项）

1．实数﹣2015的绝对值是（　　）

A．2015　　B．﹣2015　　C．±2015　　D．$\frac{1}{2015}$

考点：绝对值．

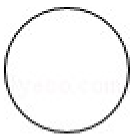
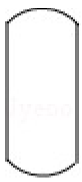
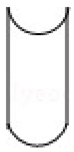
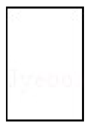
分析：计算绝对值要根据绝对值的定义求解．第一步列出绝对值的表达式；第二步根据绝对值定义去掉这个绝对值的符号．

解答：解：|﹣2015|=2015，

故选：A．

点评：本题考查了绝对值，解决本题的关键是熟记一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0的绝对值是0．

2．（3分）（2015•岳阳）有一种圆柱体茶叶筒如图所示，则它的主视图是（　　）

A．　　B．　　C．　　D．

考点：简单组合体的三视图．

分析：找到从正面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在主视图中．

解答：解：主视图是从正面看，茶叶盒可以看作是一个圆柱体，圆柱从正面看是长方形．

故选：D．

点评：此题主要考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图．

3．（3分）（2015•岳阳）下列运算正确的是（　　）

A．$a^{-2}=-a^2$　　B．$a+a^2=a^3$　　C．$\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$　　D．$(a^2)^3=a^6$

考点：幂的乘方与积的乘方；合并同类项；负整数指数幂；二次根式的加减法．

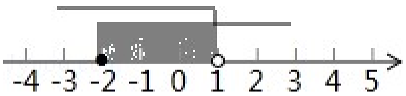
专题：计算题．

分析：原式各项计算得到结果，即可做出判断．

解答：解：A、原式$=\frac{1}{a^2}$，错误；
B、原式不能合并，错误；
C、原式不能合并，错误；
D、原式$=a^6$，正确，
故选D

点评：此题考查了幂的乘方与积的乘方，合并同类项，负整数指数幂，以及二次根式的加减法，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

4．（3分）（2015•岳阳）一个关于x的一元一次不等式组的解集在数轴上表示如图，则该不等式组的解集是（　　）



A．$-2<x<1$　　B．$-2<x\le 1$　　C．$-2\le x<1$　　D．$-2\le x\le 1$

考点：在数轴上表示不等式的解集．

分析：根据不等式解集的表示方法即可判断．

解答：解：该不等式组的解集是：$-2\le x<1$．
故选C．

点评：本题考查了不等式组的解集的表示，不等式的解集在数轴上表示出来的方法：“＞”空心圆点向右画折线，“≥”实心圆点向右画折线，“＜”空心圆点向左画折线，“≤”实心圆点向左画折线．

5．（3分）（2015•岳阳）现有甲、乙两个合唱队队员的平均身高为170cm，方程分别是$S_{甲}^2$、$S_{乙}^2$，且$S_{甲}^2>S_{乙}^2$，则两个队的队员的身高较整齐的是（　　）

A．甲队　　B．乙队　　C．两队一样整齐　　D．不能确定

考点：方差．

分析：根据方差的意义，方差越小数据越稳定，故比较方差后可以作出判断．

解答：解：根据方差的意义，方差越小数据越稳定；
因为$S_{甲}^2>S_{乙}^2$，故有甲的方差大于乙的方差，故乙队队员的身高较为整齐．
故选B．

点评：本题考查方差的意义．方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组

数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定．

6．（3分）（2015•岳阳）下列命题是真命题的是（　　）

A．一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形

B．对角线互相垂直的平行四边形是矩形

C．四条边相等的四边形是菱形

D．正方形是轴对称图形，但不是中心对称图形

考点：命题与定理．

分析：根据平行四边形的判定方法对A进行判断；根据矩形的判定方法对B进行判断；根据菱形的判定方法对C进行判断；根据轴对称和中心对称的定义对D进行判断．

解答：解：A、一组对边平行，且相等的四边形是平行四边形，所以A选项错误；

B、对角线互相垂直，且相等的平行四边形是矩形，所以B选项错误；

C、四条边相等的四边形是菱形，所以C选项正确；

D、正方形是轴对称图形，也是中心对称图形，所以D选项错误．

故选C．

点评：本题考查了命题与定理：判断事物的语句叫命题；正确的命题称为真命题，错误的命题称为假命题；经过推理论证的真命题称为定理．

7．（3分）（2015•岳阳）岳阳市某校举行运动会，从商场购买一定数量的笔袋和笔记本作为奖品．若每个笔袋的价格比每个笔记本的价格多3元，且用200元购买笔记本的数量与用350元购买笔袋的数量相同．设每个笔记本的价格为x元，则下列所列方程正确的是（　　）

A．$\frac{200}{x}=\frac{350}{x-3}$　　B．$\frac{200}{x}=\frac{350}{x+3}$　　C．$\frac{200}{x+3}=\frac{350}{x}$　　D．$\frac{200}{x-3}=\frac{350}{x}$

考点：由实际问题抽象出分式方程．

分析：设每个笔记本的价格为x元，根据“用200元购买笔记本的数量与用350元购买笔袋的数量相同”这一等量关系列出方程即可．

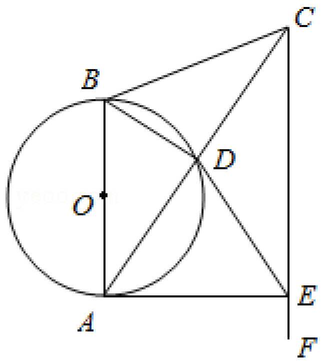
解答：解：设每个笔记本的价格为x元，则每个笔袋的价格为（x+3）元，

根据题意得：$\frac{200}{x}=\frac{350}{x+3}$，

故选B．

点评：本题考查了由实际问题抽象出分式方程的知识，解题的关键是能够找到概括题目全部含义的等量关系，难度不大．

8．（3分）（2015•岳阳）如图，在△ABC中，AB=CB，以AB为直径的⊙O交AC于点D．过点C作CF∥AB，在CF上取一点E，使DE=CD，连接AE．对于下列结论：①AD=DC；②△CBA∽△CDE；③$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{AD}$；④AE为⊙O的切线，一定正确的结论全部包含其中的选项是（　　）

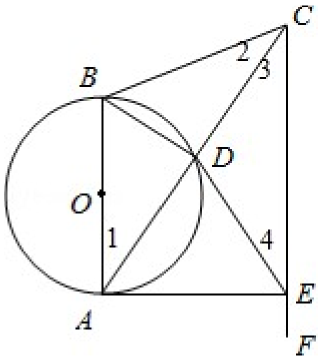


A．①②　　B．①②③　　C．①④　　D．①②④

考点：切线的判定；相似三角形的判定与性质．

分析：根据圆周角定理得∠ADB=90°，则BD⊥AC，于是根据等腰三角形的性质可判断AD=DC，则可对①进行判断；利用等腰三角形的性质和平行线的性质可证明∠1=∠2=∠3=∠4，则根据相似三角形的判定方法得到△CBA∽△CDE，于是可对②进行判断；由于不能确定∠1等于45°，则不能确定$\overset{\frown}{BD}$与$\overset{\frown}{AD}$相等，则可对③进行判断；利用DA=DC=DE可判断∠AEC=90°，即CE⊥AE，根据平行线的性质得到AB⊥AE，然后根据切线的判定定理得AE为⊙O的切线，于是可对④进行判断．

解答：解：∵AB为直径，
∴∠ADB=90°，
∴BD⊥AC，
而AB=CB，
∴AD=DC，所以①正确；
∵AB=CB，
∴∠1=∠2，
而CD=ED，
∴∠3=∠4，
∵CF∥AB，
∴∠1=∠3，
∴∠1=∠2=∠3=∠4，
∴△CBA∽△CDE，所以②正确；
∵△ABC不能确定为直角三角形，
∴∠1不能确定等于45°，
∴$\overset{\frown}{BD}$与$\overset{\frown}{AD}$不能确定相等，所以③错误；
∵DA=DC=DE，
∴点E在以AC为直径的圆上，
∴∠AEC=90°，
∴CE⊥AE，
而CF∥AB，
∴AB⊥AE，
∴AE为⊙O的切线，所以④正确．
故选D．



点评：本题考查了切线的判定：经过半径的外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线．也考查了等腰三角形的性质、平行线的性质和相似三角形的判定．

二、填空题（本大题8道小题，每小题4分，满分32分。）

9．（4分）（2015•岳阳）单项式$-\frac{1}{2}x^2y^3$的次数是__5__．

考点：单项式．

分析：根据单项式的次数的定义：单项式中，所有字母的指数和叫做这个单项式的次数解答．

解答：解：单项式$-\frac{1}{2}x^2y^3$的次数是2+3=5．

故答案为：5．

点评：本题考查了单项式，需注意：单项式中的数字因数叫做这个单项式的系数，几个单项式的和叫做多项式，单项式中，所有字母的指数和叫做这个单项式的次数．

10．（4分）（2015•岳阳）分解因式：$x^2-9=$__$(x+3)(x-3)$__．

考点：因式分解-运用公式法．

分析：本题中两个平方项的符号相反，直接运用平方差公式分解因式．

解答：解：$x^2-9=(x+3)(x-3)$．

故答案为：$(x+3)(x-3)$．

点评：主要考查平方差公式分解因式，熟记能用平方差公式分解因式的多项式的特征，即“两项、异号、平方形式”是避免错用平方差公式的有效方法．

11．（4分）（2015•岳阳）据统计，2015年岳阳市参加中考的学生约为49000人，用科学记数法可将49000表示为__4.9×10^4__．

考点：科学记数法—表示较大的数．

分析：科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值＞1时，n是正数；当原数的绝对值＜1时，n是负数．

解答：解：用科学记数法可将49000表示为4.9×10^4，

故答案为：4.9×10^4．

点评：此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数，表示时关键要正确确定a的值以及n的值

12．（4分）（2015•岳阳）若关于x的一元二次方程$x^2-3x+m=0$有两个相等的实数根，则m=$\underline{\ \frac{9}{4}\ }$．

考点：根的判别式．

分析：根据题意可得△=0，据此求解即可．

解答：解：∵方程$x^2-3x+m=0$有两个相等的实数根，

∴△=9﹣4m=0，

解得：$m=\frac{9}{4}$．

故答案为：$\frac{9}{4}$．

点评：本题考查了根的判别式，解答本题的关键是掌握当△=0时，方程有两个相等的两个实数根．

13．（4分）（2015•岳阳）在一次文艺演出中，各评委对某节目给出的分数是：9.20，9.25，9.10，9.20，9.15，9.20，9.15，这组数据的众数是__9.20__．

考点：众数．

分析：众数指一组数据中出现次数最多的数据，根据众数的定义就可以求出．

解答：解：因为9.20出现的次数最多，所以众数是9.20．

故答案为：9.20．

点评：主要考查了众数的概念．注意众数是指一组数据中出现次数最多的数据，它反映了一组数据的多数水平，一组数据的众数可能不是唯一的．

14．（4分）（2015•岳阳）一个n边形的内角和是180°，则n=__3__．

考点：多边形内角与外角．

分析：根据多边形内角和定理即可列方程求解．

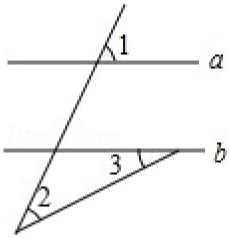
解答：解：根据题意得 $180(n-2)=180$，

解得：$n=3$．

故答案是：3．

点评：本题考查了多边形的内角和定理，题目较简单，只要结合多边形的内角关系来寻求等量关系，构建方程即可求解．

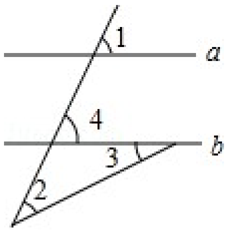
15．（4分）（2015•岳阳）如图，直线 $a\parallel b$，$\angle 1=50°$，$\angle 2=30°$，则$\angle 3=$__20°__．



考点：平行线的性质；三角形的外角性质．

分析：首先由平行线的性质可求得∠4的度数，然后再根据三角形的外角的性质即可求得∠3的度数．

解答：解：如图：



$\because a\parallel b$，

$\therefore \angle 4=\angle 1=50°$．

由三角形的外角的性质可知：$\angle 4=\angle 2+\angle 3$，

$\therefore \angle 3=\angle 4-\angle 2=50°-30°=20°$．

故答案为：20°．

点评：本题主要考查的是三角形的外角的性质和平行线的性质，熟练掌握三角形的外角的性质和平行线的性质是解题的关键．

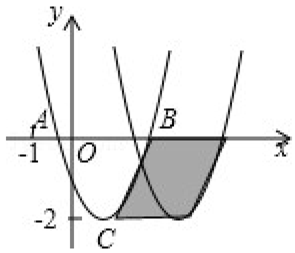
16．（4分）（2015•岳阳）如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A、B 两点，顶点 C 的纵坐标为－2，现将抛物线向右平移 2 个单位，得到抛物线 $y=a_1x^2+b_1x+c_1$，则下列结论正确的是__③④__．（写出所有正确结论的序号）

①$b>0$

②$a-b+c<0$

③ 阴影部分的面积为 4

④ 若 $c=-1$，则 $b^2=4a$．



考点：二次函数图象与几何变换；二次函数图象与系数的关系．

分析：① 首先根据抛物线开口向上，可得 $a>0$；然后根据对称轴为 $x=-\frac{b}{2a}>0$，可得 $b<0$，据此判断即可．
② 根据抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象，可得 $x=-1$ 时，$y>0$，即 $a-b+c>0$，据此判断即可．
③ 首先判断出阴影部分是一个平行四边形，然后根据平行四边形的面积=底×高，求出阴影部分的面积是多少即可．
④ 根据函数的最小值是 $\frac{4ac-b^2}{4a}=-2$，判断出 $c=-1$ 时，a、b 的关系即可．

解答：解：∵抛物线开口向上，
∴$a>0$，
又∵对称轴为 $x=-\frac{b}{2a}>0$，
∴$b<0$，
∴结论①不正确；
∵$x=-1$ 时，$y>0$，
∴$a-b+c>0$，
∴结论②不正确；
∵抛物线向右平移了 2 个单位，
∴平行四边形的底是 2，
∵函数 $y=ax^2+bx+c$ 的最小值是 $y=-2$，
∴平行四边形的高是 2，
∴阴影部分的面积是：$2\times2=4$，
∴结论③正确；
∵$\frac{4ac-b^2}{4a}=-2$，$c=-1$，
∴$b^2=4a$，
∴结论④正确．
综上，结论正确的是：③④．
故答案为：③④．

点评：（1）此题主要考查了二次函数的图象与几何变换，要熟练掌握，解答此类问题的关键是要明确：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解

析式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式．

（2）此题还考查了二次函数的图象与系数的关系，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①二次项系数a决定抛物线的开口方向和大小：当a＞0时，抛物线向上开口；当a＜0时，抛物线向下开口；②一次项系数b和二次项系数a共同决定对称轴的位置：当a与b同号时（即ab＞0），对称轴在 y轴左； 当a与b异号时（即ab＜0），对称轴在 y轴右．（简称：左同右异）③常数项c决定抛物线与y轴交点．抛物线与y轴交于（0，c）．

三、解答题（本大题8道小题，满分64分。）

17．（6分）（2015•岳阳）计算：$(-1)^4-2\tan60°+(\sqrt{3}-\sqrt{2})^0+\sqrt{12}$．

考点：	实数的运算；零指数幂；特殊角的三角函数值．
分析：	根据有理数的乘方，特殊角的三角函数值，零指数幂，二次根式的性质分别求出每一部分的值，再求出即可．
解答：	解：原式$=1-2\sqrt{3}+1+2\sqrt{3}$ $=2$．
点评：	本题考查了有理数的乘方，特殊角的三角函数值，零指数幂，二次根式的性质的应用，解此题的关键是能求出每一部分的值，难度适中．

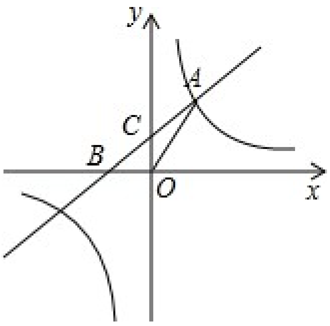
18．（6分）（2015•岳阳）先化简，再求值：$(1-\frac{1}{x+2})\div\frac{x^2+x}{x^2+4x+4}$，其中$x=\sqrt{2}$．

考点：	分式的化简求值．
分析：	先根据分式混合运算的法则把原式进行化简，再把x的值代入原式进行计算即可．
解答：	解：$(1-\frac{1}{x+2})\div\frac{x^2+x}{x^2+4x+4}=\frac{x+2-1}{x+2}\div\frac{x(x+1)}{(x+2)^2}=\frac{x+1}{x+2}\cdot\frac{(x+2)^2}{x(x+1)}=\frac{x+2}{x}$， 当$x=\sqrt{2}$时，原式$=\frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}}=1+\sqrt{2}$．
点评：	本题考查的是分式的化简求值，熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键．

19．（8分）（2015•岳阳）如图，直线y=x+b与双曲线$y=\frac{\pi}{x}$都经过点A（2，3），直线y=x+b与x轴、y轴分别交于B、C两点．

（1）求直线和双曲线的函数关系式；

（2）求△AOB的面积．



考点：反比例函数与一次函数的交点问题．

分析：（1）将点 A 的坐标分别代入直线 $y=x+b$ 与双曲线 $y=\frac{\pi}{x}$ 的解析式求出 b 和 m 的值即可；

（2）当 $y=0$ 时，求出 x 的值，求出 B 的坐标，就可以求出 OB 的值，作 $AE\perp x$ 轴于点 E，由 A 的坐标就可以求出 AE 的值，由三角形的面积公式就可以求出结论．

解答：解：（1）∵线 $y=x+b$ 与双曲线 $y=\frac{\pi}{x}$ 都经过点 A（2，3），

$\therefore 3=2+b$，$3=\frac{\pi}{2}$，

$\therefore b=1$，$m=6$，

$\therefore y=x+1$，$y=\frac{6}{x}$，

∴直线的解析式为 $y=x+1$，双曲线的函数关系式为 $y=\frac{6}{x}$；

（2）当 $y=0$ 时，

$0=x+1$，

$x=-1$，

∴B（－1，0），

$\therefore OB=1$．

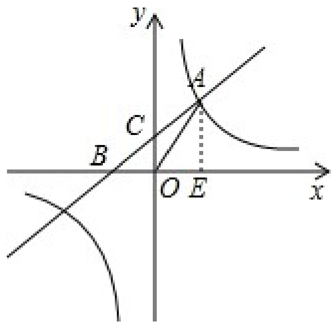
作 $AE\perp x$ 轴于点 E，

∵A（2，3），

$\therefore AE=3$．

$\therefore S_{\triangle AOB}=\frac{1\times 3}{2}=\frac{3}{2}$．

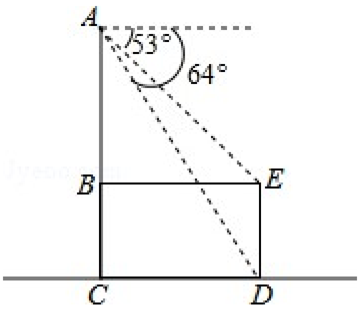
答：△AOB 的面积为 $\frac{3}{2}$．



点评：本题考查了运用待定系数法求一次函数，反比例函数的解析式的运用，三角形的面积公式的运用，解答时求出的解析式是关键．

20．（8分）（2015•岳阳）如图是放在水平地面上的一把椅子的侧面图，椅子高为AC，椅面宽为BE，椅脚高为ED，且AC⊥BE，AC⊥CD，AC∥ED．从点A测得点D、E的俯角分别为64°和53°．已知ED=35cm，求椅子高AC约为多少？

（参考数据：tan53°≈$\frac{4}{3}$，sin53°≈$\frac{4}{5}$，tan64°≈2，sin64°≈$\frac{9}{10}$）



考点：解直角三角形的应用-仰角俯角问题．

分析：根据正切函数的定义，可得方程①②，根据代入消元法，可得答案．

解答：解：在Rt△ABD中，tan∠ADC=tan64°=$\frac{AC}{CD}$=2，

CD=$\frac{AC}{2}$ ①．

在Rt△ABE中tan∠ABE=tan53°=$\frac{AB}{BE}$=$\frac{4}{3}$，

BE=$\frac{3}{4}$AB ②．

BE=CD，得$\frac{AC}{2}$=$\frac{AB+DE}{2}$=$\frac{AB+35}{2}$=$\frac{3}{4}$AB，

解得AB=70cm，

AC=AB+BC=AB+DE=70+35=105cm．

点评：本题考查了解直角三角形的应用，利用正切函数得出方程①②是解题关键．

21．（8分）（2015•岳阳）某校以“我最喜爱的体育运动”为主题对全校学生进行随机抽样调查，调查的运动项目有：篮球、羽毛球、乒乓球、跳绳及其它项目（每位同学仅选一项）．根据调查结果绘制了如下不完整的频数分布表和扇形统计图：

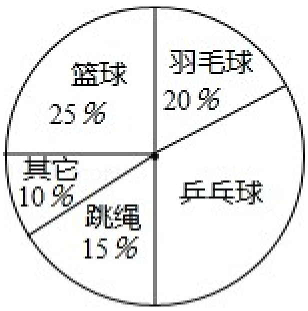
运动项目	频数（人数）	频率
篮球	30	0.25
羽毛球	m	0.20
乒乓球	36	n
跳绳	18	0.15
其它	12	0.10

请根据以上图表信息解答下列问题：

（1）频数分布表中的m=__24__，n=__0.3__；

（2）在扇形统计图中，“乒乓球”所在的扇形的圆心角的度数为__108°__；

（3）从选择“篮球”选项的30名学生中，随机抽取3名学生作为代表进行投篮测试，则其中某位学生被选中的概率是__$\frac{1}{10}$__．



考点：频数（率）分布表；扇形统计图；概率公式．

分析：（1）根据篮球的人数和所占的百分比求出总人数，再用总人数乘以羽毛球所占的百分比，求出m的值；再用乒乓球的人数除以总人数，求出n的值；

（2）由于已知喜欢乒乓球的百分比，故可用360°×n的值，即可求出对应的扇形圆心角的度数；

用总人数乘以最喜爱篮球的学生人数所占的百分比即可得出答案；

（3）用随机抽取学生人数除以选择“篮球”选项的学生人数，列式计算即可得出答案．

解答：解：（1）30÷0.25=120（人）

120×0.2=24（人）

36÷120=0.3

故频数分布表中的m=24，n=0.3；

（2）360°×0.3=108°．

故在扇形统计图中，“乒乓球”所在的扇形的圆心角的度数为108°；

（3）3÷30=$\frac{1}{10}$．

故其中某位学生被选中的概率是$\frac{1}{10}$.

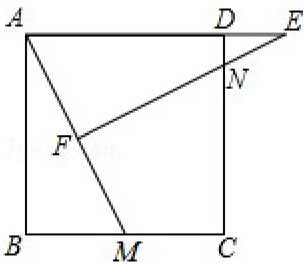
故答案为：24，0.3；108°；$\frac{1}{10}$.

点评：此题考查了频率分布直方图，用到的知识点是频率=频数÷总数，概率公式，读懂统计表，运用数形结合思想来解决由统计图形式给出的数学实际问题是本题的关键．

22．（8分）（2015•岳阳）如图，正方形ABCD中，M为BC上一点，F是AM的中点，EF⊥AM，垂足为F，交AD的延长线于点E，交DC于点N．

（1）求证：△ABM∽△EFA；

（2）若AB=12，BM=5，求DE的长．



考点：相似三角形的判定与性质；正方形的性质．

分析：（1）由正方形的性质得出AB=AD，∠B=90°，AD∥BC，得出∠AMB=∠EAF，再由∠B=∠AFE，即可得出结论；

（2）由勾股定理求出AM，得出AF，由△ABM∽△EFA得出比例式，求出AE，即可得出DE的长．

解答：（1）证明：∵四边形ABCD是正方形，

∴AB=AD，∠B=90°，AD∥BC，

∴∠AMB=∠EAF，

又∵EF⊥AM，

∴∠AFE=90°，

∴∠B=∠AFE，

∴△ABM∽△EFA；

（2）解：∵∠B=90°，AB=12，BM=5，

∴AM=$\sqrt{12^2+5^2}$=13，AD=12，

∵F是AM的中点，

∴AF=$\frac{1}{2}$AM=6.5，

∵△ABM∽△EFA，

∴$\frac{BM}{AF}=\frac{AM}{AE}$，

即$\frac{5}{6.5}=\frac{13}{AE}$，

∴AE=16.9，

∴DE=AE﹣AD=4.9．

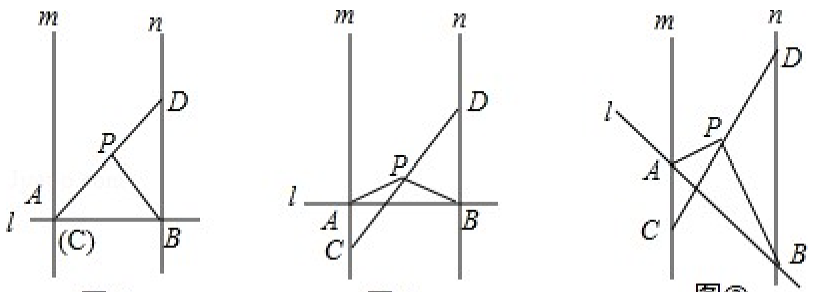
点评：本题考查了正方形的性质、相似三角形的判定与性质、勾股定理；熟练掌握正方形的性质，并能进行推理计算是解决问题的关键．

23．（10分）（2015•岳阳）已知直线m∥n，点C是直线m上一点，点D是直线n上一点，CD与直线m、n不垂直，点P为线段CD的中点．

（1）操作发现：直线l⊥m，l⊥n，垂足分别为A、B，当点A与点C重合时（如图①所示），连接PB，请直接写出线段PA与PB的数量关系：<u>PA=PB</u>．

（2）猜想证明：在图①的情况下，把直线l向上平移到如图②的位置，试问（1）中的PA与PB的关系式是否仍然成立？若成立，请证明；若不成立，请说明理由．

（3）延伸探究：在图②的情况下，把直线l绕点A旋转，使得∠APB=90°（如图③所示），若两平行线m、n之间的距离为2k．求证：PA•PB=k•AB．



图①　　图②　　图③

考点：几何变换综合题．

分析：（1）根据三角形CBD是直角三角形，而且点P为线段CD的中点，应用直角三角形的性质，可得PA=PB，据此解答即可．

（2）首先过C作CE⊥n于点E，连接PE，然后分别判断出PC=PE、∠PCA=∠PEB、AC=BE；然后根据全等三角形判定的方法，判断出△PAC∽△PBE，即可判断出PA=PB仍然成立．

（3）首先延长AP交直线n于点F，作AE⊥BD于点E，然后根据相似三角形判定的方法，判断出△AEF∽△BPF，即可判断出AF•BP=AE•BF，再个AF=2PA，AE=2k，BF=AB，可得2PA•PB=2k．AB，所以PA•PB=k•AB，据此解答即可．

解答：解：（1）∵l⊥n，

∴BC⊥BD，

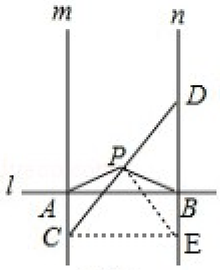
∴三角形CBD是直角三角形，

又∵点P为线段CD的中点，

∴PA=PB．

（2）把直线l向上平移到如图②的位置，PA=PB仍然成立，理由如下：

如图②，过C作CE⊥n于点E，连接PE，



图②

，

∵三角形CED是直角三角形，点P为线段CD的中点，

∴PD=PE，

又∵点P为线段CD的中点，

∴PC=PD，

∴PC=PE；

∵PD=PE，

∴∠CDE=∠PEB，

∵直线m∥n，

∴∠CDE=∠PCA，

∴∠PCA=∠PEB，

又∵直线l⊥m，l⊥n，CE⊥m，CE⊥n，

∴l∥CE，

∴AC=BE，

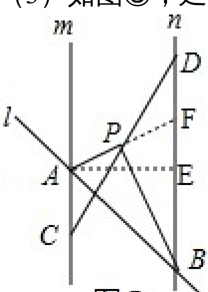
在△PAC和△PBE中，

$$\begin{cases}PC=PE\\ \angle PCA=\angle PEB\\ AC=BE\end{cases}$$

∴△PAC∽△PBE，

∴PA=PB．

（3）如图③，延长AP交直线n于点F，作AE⊥BD于点E，



图③

，

∵直线m∥n，

∴$\frac{AP}{PF}=\frac{PC}{PD}=1$，

∴AP=PF，

∵∠APB=90°，

∴BP⊥AF，

又∵AP=PF，

∴BF=AB；

在△AEF和△BPF中，

$$\begin{cases}\angle AEF=\angle BPF=90^{\circ}\\ \angle AFE=\angle BFP\end{cases}$$

∴△AEF∽△BPF，

∴$\frac{AF}{BF}=\frac{AE}{BP}$，

∴AF•BP=AE•BF，

∵AF=2PA，AE=2k，BF=AB，

∴2PA•PB=2k．AB，

∴PA•PB=k•AB．

故答案为：PA=PB．

点评：（1）此题主要考查了几何变换综合题，考查了分析推理能力，考查了分类讨论思想的应用，考查了数形结合思想的应用，考查了从图象中获取信息，并能利用获取的信息解答相应的问题的能力．

（2）此题还考查了直角三角形的性质和应用，要熟练掌握．

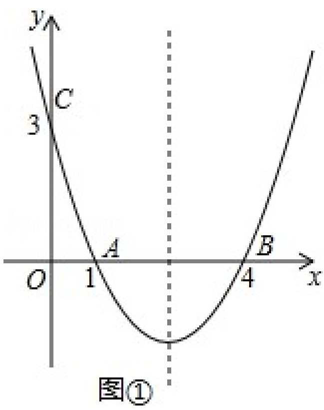
（3）此题还考查了全等三角形的判定和性质的应用，以及相似三角形的判定和性质的应用，要熟练掌握．

24．（10分）（2015•岳阳）如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过A（1，0）、B（4，0）、C（0，3）三点．

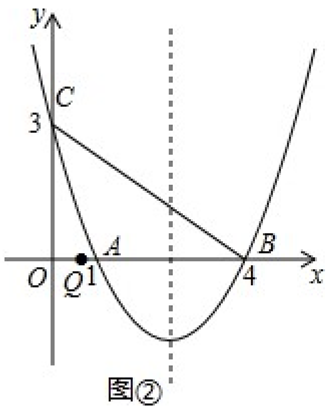
（1）求抛物线的解析式；

（2）如图①，在抛物线的对称轴上是否存在点P，使得四边形PAOC的周长最小？若存在，求出四边形PAOC周长的最小值；若不存在，请说明理由．

（3）如图②，点Q是线段OB上一动点，连接BC，在线段BC上是否存在这样的点M，使△CQM为等腰三角形且△BQM为直角三角形？若存在，求点M的坐标；若不存在，请说明理由．



图①



图②

考点：二次函数综合题．

分析：（1）把点A（1，0）、B（4，0）、C（0，3）三点的坐标代入函数解析式，利用待定系数法求解；

（2）A、B 关于对称轴对称，连接 BC，则 BC 与对称轴的交点即为所求的点 P，此时 PA+PC=BC，四边形 PAOC 的周长最小值为：OC+OA+BC；根据勾股定理求得 BC，即可求得；

（3）分两种情况分别讨论，即可求得．

解答：

解：（1）由已知得$\begin{cases}a+b+c=0\\16+4b+c=0\\c=3\end{cases}$解得$\begin{cases}a=\frac{3}{4}\\b=-\frac{15}{4}\\c=3\end{cases}$．

所以，抛物线的解析式为 $y=\frac{3}{4}x^2-\frac{15}{4}x+3$．

（2）∵A、B 关于对称轴对称，如图 1，连接 BC，

∴BC 与对称轴的交点即为所求的点 P，此时 PA+PC=BC，

∴四边形 PAOC 的周长最小值为：OC+OA+BC，

∵A（1，0）、B（4，0）、C（0，3），

∴OA=1，OC=3，$BC=\sqrt{OB^2+OC^2}=5$，

∴OC+OA+BC=1+3+5=9；

∴在抛物线的对称轴上存在点 P，使得四边形 PAOC 的周长最小，四边形 PAOC 周长的最小值为 9．

（3）∵B（4，0）、C（0，3），

∴直线 BC 的解析式为 $y=-\frac{3}{4}x+3$，

①当∠BQM=90°时，如图 2，设 M（a，b），

∵∠CMQ＞90°，

∴只能 CM=MQ=b，

∵MQ∥y 轴，

∴△MQB∽△COB，

∴$\frac{BM}{BC}=\frac{MQ}{OC}$，即$\frac{5-b}{5}=\frac{b}{3}$，解得 $b=\frac{15}{8}$，代入 $y=-\frac{3}{4}x+3$ 得，$\frac{15}{8}=-\frac{3}{4}a+3$，解得 $a=\frac{3}{2}$，

∴M（$\frac{3}{2}$，$\frac{15}{8}$）；

②当∠QMB=90°时，如图 3，

∵∠CMQ=90°，

∴只能 CM=MQ，

设 CM=MQ=m，

∴BM=5－m，

∵∠BMQ=∠COB=90°，∠MBQ=∠OBC，

∴△BMQ∽△BOC，

∴$\frac{m}{3}=\frac{5-m}{4}$，解得 $m=\frac{15}{7}$，

作 MN∥OB，

$\therefore \frac{MN}{OB}=\frac{CN}{OC}=\frac{CM}{BC}$，即$\frac{MN}{4}=\frac{CN}{3}=\frac{\frac{15}{7}}{5}$，

$\therefore MN=\frac{12}{7}$，$CN=\frac{9}{7}$，

$\therefore ON=OC-CN=3-\frac{9}{7}=\frac{12}{7}$，

$\therefore M\left(\frac{12}{7}, \frac{12}{7}\right)$，

综上，在线段BC上存在这样的点M，使△CQM为等腰三角形且△BQM为直角三角形，点M的坐标为$\left(\frac{3}{2}, \frac{15}{8}\right)$或$\left(\frac{12}{7}, \frac{12}{7}\right)$．

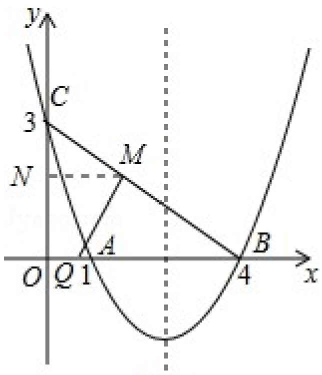


图3

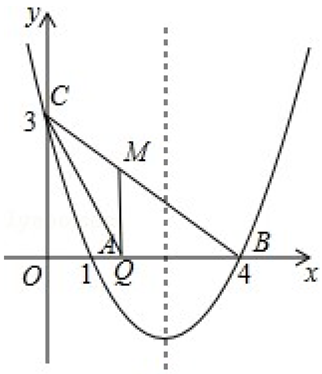


图2

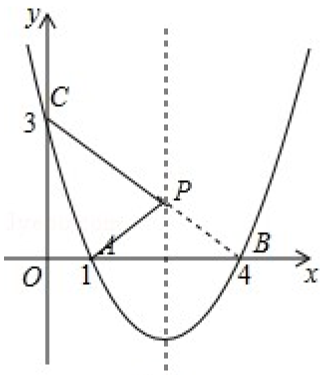


图1

点 本题是二次函数的综合题，考查了待定系数法求二次函数的解析式，轴对称－最短

评： 路线问题，等腰三角形的性质等；分类讨论思想的运用是本题的关键．