考点跟踪训练 27

直线与圆、圆与圆的位置关系

一、选择题

1．(2010·达州)生活处处皆学问．如图，自行车轮所在两圆的位置关系是(　C　)

A．外切　　　　B．内切

C．外离　　　　D．内含

答案

解析　自行车前、后两车轮所在两圆没有交点，且前车轮所在圆在后车轮所在圆的外部故两圆外离．

2．(2010·无锡)已知两圆内切，它们的半径分别为 3 和 6，则这两圆的圆心距 d 的取值满足(　D　)

A．$d>9$　B．$d=9$

C．$3<d<9$　D．$d=3$

答案

解析　内切两圆的圆心距 $d=R-r=6-3=3$.

3．(2010·宁波)两圆的半径分别为3和5，圆心距为7，则两圆的位置关系是(　B　)

A．内切　B．相交　C．外切　D．外离

答案

解析　设这两圆的圆心距为 $d=7$，由 $5-3<d<5+3$，得知两圆相交．

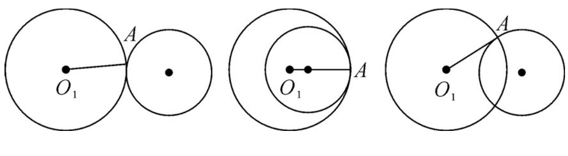
4．(2010·上海)已知圆 O_1、圆 O_2 的半径不相等，圆 O_1 的半径长为3，若圆 O_2 上的点 A 满足 $AO_1=3$，则圆 O_1 与圆 O_2 的位置关系是(　A　)

A．相交或相切　B．相切或相离

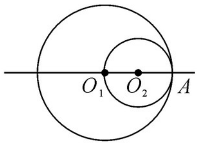
C．相交或内含　D．相切或内含

答案

解析　如图所示，当两圆外切时，切点 A 能满足 $AO_1=3$；当两圆内切时，切点 A 能满足 $AO_1=3$；当两圆相交时，交点 A 能满足 $AO_1=3$.所以选择A.



5．(2011·茂名)如图，⊙O_1、⊙O_2相内切于点A，其半径分别是8和4，将⊙O_2沿直线O_1O_2平移至两圆相外切时，则点O_2移动的长度是(　D　)



A．4　　　　B．8

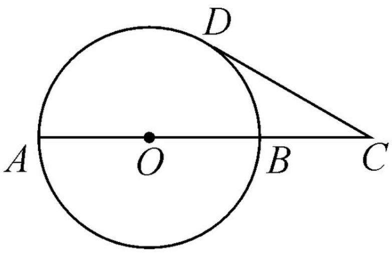
C．16　　　　D．8或16

答案

解析　当⊙O_2在⊙O_1的右侧时，点O_2向右平移8个单位；当⊙O_2在⊙O_1的左侧时，点O_2向左平移16个单位．

二、填空题

6．(2011·苏州)如图，已知AB是⊙O的一条直径，延长AB至C点，使得$AC=3BC$，CD与⊙O相切，切点为D.若$CD=$，则线段BC的长度等于______1______．



答案

解析　连接 OD.∵CD 与⊙O 相切，∴$OD\perp CD$.

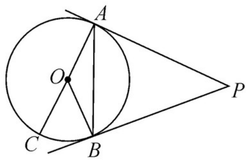
∵$AC=3BC$，

∴$OA=OB=BC$.

在 Rt△OCD 中，设 $OD=r$，则 $OC=2r$，$r^2+()^2=(2r)^2$，

∴$r=1$，即 $BC=r=1$.

7．(2011·南充)如图，PA、PB 是⊙O 是切线，A、B 为切点，AC 是⊙O 的直径，若 $\angle BAC=25°$，则$\angle P=$______50________度．



答案

解析　∵$\angle BAC=25°$，$OA=OB$，

∴$\angle AOB=180°-2\times25°=130°$.

∵PA、PB 是⊙O 的切线，

∴$OA\perp PA$，$OB\perp BP$，

∴在四边形 $AOBP$ 中，$\angle P=360°-130°-90°-90°=50°$.

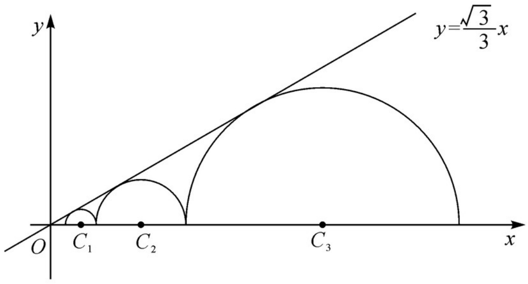
8．(2010·株洲)两圆的圆心距 $d=5$，它们的半径分别是一元二次方程 $x^2-5x+4=0$ 的两个根，则这两圆的位置关系是____外切________．

答案

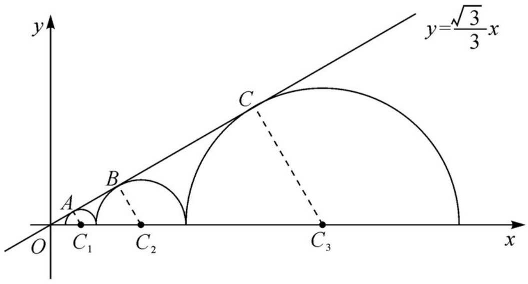
解析　解方程 $x^2-5x+4=0$，得 $x_1=4$，$x_2=1$，

$\because x_1+x_2=4+1=5=d$，$\therefore$两圆外切．

9．(2011·南通)已知：如图，三个半圆彼此相外切，它们的圆心都在 x 轴的正半轴上并与直线 $y=x$ 相切，设半圆 C_1、半圆 C_2、半圆 C_3 的半径分别是 r_1、r_2、r_3，则当 $r_1=1$ 时，r_3 ＝　9.



答案



解析　如上图，设直线与三个半圆的切点分别是 A、B、C，连接 AC_1、BC_2、CC_3.

$\because$直线 $y=x$，

$\therefore \angle AOC_1=30°$.

在 $\mathrm{Rt}AOC_1$，$AC_1=r_1=1$，$\therefore OC_1=2AC_1=2\times1=2$；

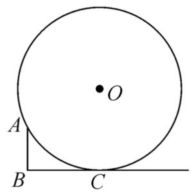
在 Rt△BOC_2中，$BC_2=r_2$，$OC_2=2+1+r_2=3+r_2$，

∵$3+r_2=2r_2$，∴$r_2=3$；

在 Rt△COC_3中，$CC_3=r_3$，$OC_3=6+3+r_3=9+r_3$，

∵$9+r_3=2r_3$，∴$r_3=9$.

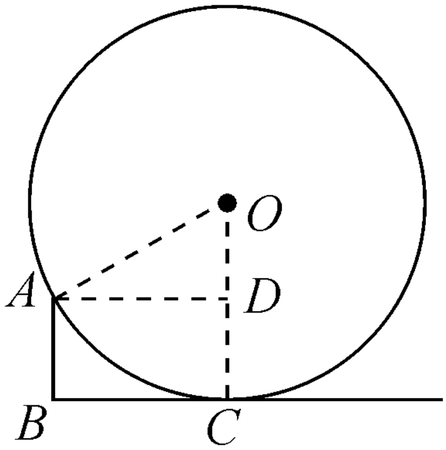
10．(2011·衢州)木工师傅可以用角尺测量并计算出圆的半径 r.用角尺的较短边紧靠⊙O，并使较长边与⊙O 相切于点 C.假设角尺的较长边足够长，角尺的顶点 B，较短边 $AB=8$ cm.若读得 BC 长为 a(cm)，则用含 a 的代数式表示 r 为____________.



答案　当 $0<r\le 8$ 时，$r=a$；

当 $r>8$ 时，$r=a^2+4$

解析　①易知，$0<r\le 8$ 时，$r=a$；



②当 $r>8$ 时，如图．连接 OC，

∵BC 与⊙O 相切于点 C，∴$OC\perp BC$.

连结 OA，过点 A 作 $AD\perp OC$ 于点 D，则 $ABCD$ 是矩形，即 $AD=BC$，$CD=AB$.

在直角三角形 AOD 中，$OA^2=OD^2+AD^2$，即：$r^2=(r-8)^2+a^2$，整理得：$r=a^2+4$.

综上，当 $0<r\leq 8$ 时，$r=a$；当 $r>8$ 时，$r=a^2+4$.

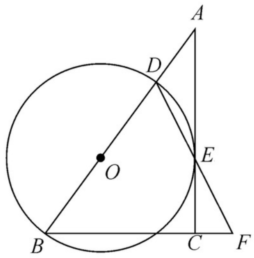
三、解答题

11．(2011·乌兰察布)如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，D 是 AB 边上的一点，以 BD 为直径的⊙O 与边 AC 相切于点 E，连接

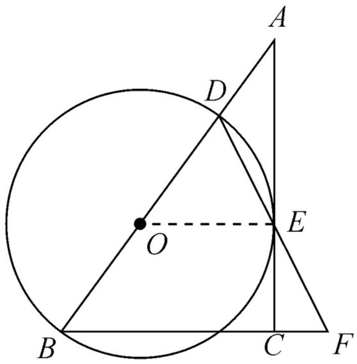
DE 并延长，与 BC 的延长线交于点 F．

(1)求证：$BD=BF$；

(2)若 $BC=12$，$AD=8$，求 BF 的长．



解　(1)证明：连接 OE，



则 $OE\perp AC$，

$\therefore\angle AEO=90°$.

$\because\angle ACB=90°$，

$\therefore\angle CEF+\angle F=90°$.

$\because\angle AED+\angle OED=90°$，

$\angle AED=\angle CEF$，

$\therefore\angle OED=\angle F$.

又$\because OD=OE$，

$\therefore\angle OED=\angle ODE$，

$\therefore\angle ODE=\angle F$，

∴$BD=BF$.

(2)解：Rt△ABC和Rt△AOE中，∠A是公共角，

∴Rt△ABC∽Rt△AOE，

∴=.

设⊙O的半径是r，则有=，

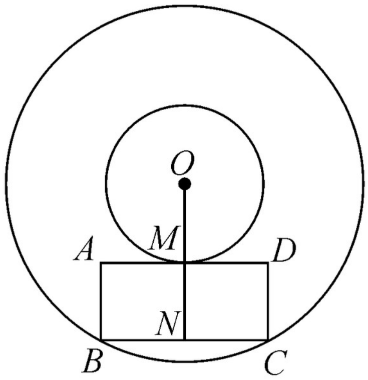
解得$r=8$，∴$BF=BD=16$.

12．(2011·泰州)如图，以点O为圆心的两个同心圆中，矩形$ABCD$的边BC为大圆的弦，边AD与小圆相切于点M，OM的延长线与BC相交于点N.

(1)点N是线段BC的中点吗？为什么？

(2)若圆环的宽度(两圆半径之差)为6 cm，$AB=5$ cm，$BC=10$ cm，求小圆的半

径．



解　(1)N是BC的中点．理由如下：

∵AD与小圆相切于点M，∴$OM\perp AD$.

又∵$AD\parallel BC$，∴$ON\perp BC$，

∴在大圆O中，由垂径定理可得N是BC的中点．

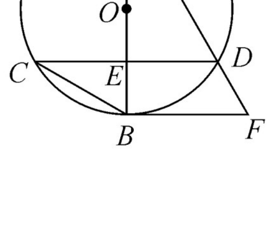
(2)连接OB，设小圆半径为r，则有$ON=r+5$，$OB=r+6$，$BN=5$ cm，

在Rt△OBN中，由勾股定理，得$OB^2=BN^2+ON^2$，

即：$(r+6)^2=(r+5)^2+5^2$，解得$r=7$ cm.

∴小圆的半径为7 cm.

13．(2011·义乌)如图，已知⊙O的直径AB与弦CD互相垂直，垂足为点E. ⊙O的切线BF与弦AD的延长线相交于点F，且$AD=3$，$\cos\angle BCD=$.

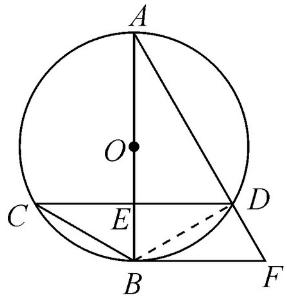


(1)求证：$CD\parallel BF$；

(2)求⊙O的半径；

(3)求弦CD的长.

解　(1)∵BF是⊙O的切线，



∴$AB \perp BF$.

∵$AB \perp CD$ ，

∴$CD \parallel BF$.

(2)连接BD.

∵AB是直径，∴$\angle ADB = 90°$.

∵$\angle BCD = \angle BAD$，$\cos\angle BCD =$ ，

∴$\cos\angle BAD = =$.

又∵$AD = 3$，∴$AB = 4$.

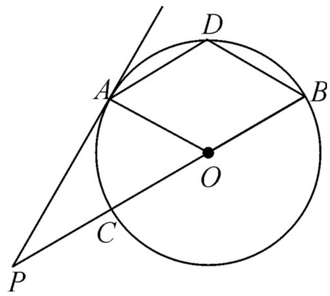
∴⊙O的半径为2.

(3)∵$\cos\angle DAE = =$ ，$AD = 3$，∴$AE =$.

∴$ED = =$.

∴$CD = 2ED =$.

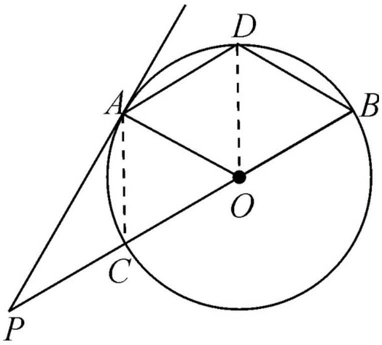
14．(2010·莆田)如图，A、B是⊙O上的两点，$\angle AOB = 120°$，点D为劣弧的中点．



(1)求证：四边形$AOBD$是菱形；

(2)延长线段BO至点P，交⊙O于另一点C，且$BP = 3OB$，求证：AP是⊙O的切线．

解　证明：(1)连接 OD.



∵D 是劣弧 A 的中点，$\angle AOB=120°$，

∴$\angle AOD=\angle DOB=60°$.

又∵$OA=OD$，$OD=OB$，

∴$\triangle AOD$ 和 $\triangle DOB$ 都是等边三角形．

∴$AD=AO=OB=BD$.

∴四边形 $AOBD$ 是菱形．

(2)连接 AC.

∵$BP=3OB$，$OA=OC=OB$，

∴$PC=OC=OA$.

∵$\angle AOB=120°$.

∴$\angle AOC=60°$.

∴$\triangle OAC$ 为等边三角形．

∴$PC=AC=OC$.

∴$\angle CAP=\angle CPA$.

又∵$\angle ACO=\angle CPA+\angle CAP$，

∴$\angle CAP=30°$，

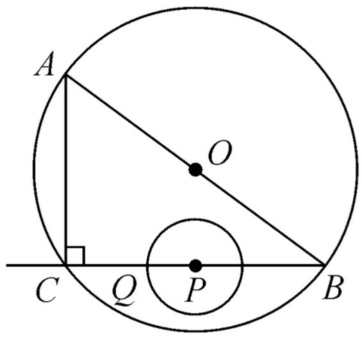
∴$\angle PAO=\angle OAC+\angle CAP=$

90°，∴$PA\perp AO$.

又∵OA是半径，

∴AP是⊙O的切线．

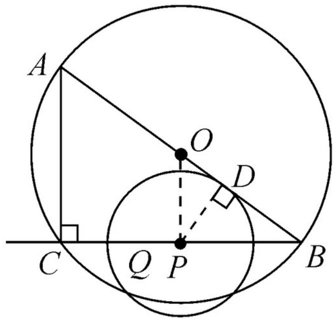
15．(2011·南京)如图，在Rt△ABC中，$\angle ACB=90°$，$AC=6$ cm，$BC=8$ cm，P为BC的中点．动点Q从点P出发，沿射线PC方向以2 cm/s的速度运动，以P为圆心，PQ长为半径作圆．设点Q运动的时间为t (s)．



(1)当$t=1.2$时，判断直线AB与⊙P的位置关系，并说明理由；

(2)已知⊙O为△ABC的外接圆，若⊙P与⊙O相切，求t的值．

解　(1)直线AB与⊙P相切．理由如下：



如图，过点P作$PD\perp AB$, 垂足为D.

在Rt△ABC中，$\angle ACB=90°$，$\because AC=6$ cm，$BC=8$ cm，$\therefore AB=$

$=10$ cm.

$\because P$为BC的中点，$\therefore PB=4$ cm.

$\because \angle PDB=\angle ACB=90°$，$\angle PBD=\angle ABC$.

$\therefore$△$PBD\backsim$△ABC.

$\therefore =$ ，即$=$ ，$\therefore PD=2.4$cm.

当$t=1.2$时，$PQ=2t=2.4$cm.

$\therefore PD=PQ$，即圆心P到直线AB的距离等于⊙P的半径.

$\therefore$直线AB与⊙P相切．

(2)$\because \angle ACB=90°$，$\therefore AB$为△ABC的外切圆的直径．

$\therefore OB=AB=5$ cm.

连接OP.$\because P$为BC的中点，$\therefore OP=AC=3$

cm.

∵点 P 在⊙O 内部，∴⊙P 与⊙O 只能内切.

∴$5-2t=3$ 或 $2t-5=3$，∴$t=1$ 或 4.

∴⊙P 与⊙O 相切时，t 的值为 1 或 4.